Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Gauss 2014

(7e et 8e années – Secondaire I et II)

le mercredi 14 mai 2014

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 15 mai 2014

(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

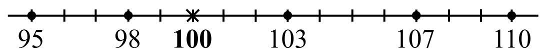
Solutions

7^e année

1. On a : $(4 \times 3) + 2 = 12 + 2 = 14$

Réponse : (C)

2. *Solution 1*
On place les cinq nombres, ainsi que 100, sur une droite numérique.
Parmi les choix de réponse, les deux nombres les plus près de 100 sont 98 et 103.
Puisque 98 est à 2 unités de 100 et que 103 est à 3 unités de 100, alors 98 est le plus près de 100.



Solution 2
On calcule la différence positive entre 100 et chacun des choix de réponse.
La différence positive la plus petite correspondra au nombre le plus près de 100.

Choix de réponse	98	95	103	107	110
Différences positives	$100 - 98 = 2$	$100 - 95 = 5$	$103 - 100 = 3$	$107 - 100 = 7$	$110 - 100 = 10$

La plus petite différence est 2, ce qui correspond au nombre le plus près de 100, soit 98.

Réponse : (A)

3. Puisque cinq fois le nombre est égal à 100, le nombre est égal à 100 divisé par cinq. Le nombre est égal à $100 \div 5$, ou 20.

Réponse : (E)

4. Le disque contient six secteurs égaux et deux de ces secteurs contiennent la lettre Q.
Puisque les secteurs sont égaux, la probabilité pour que la flèche s'arrête dans n'importe quel secteur est la même pour chacun.
La probabilité pour que la flèche s'arrête dans un secteur qui contient la lettre Q est donc de $\frac{2}{6}$.

Réponse : (D)

5. Chaque cuillerée de nourriture peut nourrir 8 poissons rouges.
Donc, 4 cuillerées de nourriture peuvent nourrir 4×8 poissons, ou 32 poissons.

Réponse : (E)

6. Le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{15}{25}$ sont divisibles par 5.
On a donc $\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5}$. Donc, la fraction $\frac{15}{25}$ est équivalente à $\frac{3}{5}$.

Réponse : (C)

7. Le plus grand nombre de deux chiffres qui est un multiple de 7 est 7×14, ou 98.
Il y a donc 14 multiples de 7 inférieurs à 100.
Or, ceci inclut le nombre 7×1, ou 7, qui n'a pas deux chiffres.
Il y a donc $14 - 1$ entiers, ou 13 entiers de deux chiffres qui sont des multiples de 7.
(Ces 13 nombres sont $14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91$ et 98.)

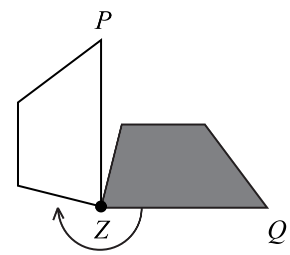
Réponse : (E)

8. *Solution 1*
Le membre de gauche de l'équation est égal à $9210 - 9124$, ou 86.
Le membre de droite de l'équation, $210 - \square$, doit aussi être égal à 86.
Puisque $210 - 124 = 86$, la valeur représentée par $\square$ est 124.

Solution 2
Puisque $9210 - 9124 = (9000 + 210) - (9000 + 124) = 9000 - 9000 + 210 - 124 = 210 - 124$, alors a valeur représentée par $\square$ est 124.

Réponse : (D)

9. L'angle PZQ est formé par le côté inférieur ZQ du quadrilatère ombré et l'image ZP de ce côté par la rotation. L'angle mesure environ $90°$.
La transformation qui déplace le quadrilatère ombré jusqu'au quadrilatère non ombré est une rotation de centre Z et l'angle de la rotation est l'angle rentrant PZQ.
La somme des mesures de l'angle saillant PZQ et de l'angle rentrant PZQ est égale à $360°$, car ces angles forment un angle plein.
L'angle rentrant PZQ mesure environ $360° - 90°$, ou $270°$.
L'angle de rotation est donc d'environ $270°$.



Réponse : (B)

10. Dans le tableau, on évalue chaque expression en tenant compte de la priorité des opérations.

Expression	Valeur
(A) $3 - 4 \times 5 + 6$	$3 - 20 + 6 = -17 + 6 = -11$
(B) $3 \times 4 + 5 \div 6$	$12 + 5 \div 6 = 12 + \frac{5}{6} = 12\frac{5}{6}$
(C) $3 + 4 \times 5 - 6$	$3 + 20 - 6 = 23 - 6 = 17$
(D) $3 \div 4 + 5 - 6$	$\frac{3}{4} + 5 - 6 = 5\frac{3}{4} - 6 = \frac{23}{4} - \frac{24}{4} = -\frac{1}{4}$
(E) $3 \times 4 \div 5 + 6$	$12 \div 5 + 6 = \frac{12}{5} + 6 = 2\frac{2}{5} + 6 = 8\frac{2}{5}$

Seule l'expression $3 + 4 \times 5 - 6$ a une valeur de 17.

Réponse : (C)

11. *Solution 1*
Puisque chaque nombre de l'ensemble est entre 0 et 1, le chiffre des dixièmes contribue davantage à sa valeur que les autres chiffres.
Parmi les nombres de l'ensemble, le plus grand chiffre des dixièmes est 4. Donc, 0,43 est le plus grand nombre de l'ensemble.
Le plus petit chiffre des dixièmes est 0. Donc, 0,034 est le plus petit nombre de l'ensemble.
Donc, la somme du plus grand et du plus petit nombre de l'ensemble est égale à $0{,}034 + 0{,}43$, ou 0,464.

Solution 2
On écrit les nombres sous forme de millièmes. Les nombres sont donc 0,340 ; 0,304 ; 0,034 et 0,430. En ordre croissant, on a 0,034 ; 0,304 ; 0,340 ; 0,430. Donc, la somme du plus grand et du plus petit nombre de l'ensemble est égale à $0{,}034 + 0{,}43$, ou 0,464.

Réponse : (D)

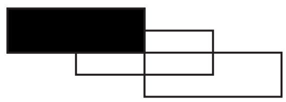
12. Les deux diagonales se coupent en leur milieu au milieu du carré.
Les diagonales coupent donc le carré en quatre triangles identiques.
Donc, la partie ombrée, qui est un de ces triangles, a une aire égale à un quart de l'aire du carré.
Puisque l'aire du carré est égale à 8×8 cm^2, ou 64 cm^2, la partie ombrée a une aire de 64 cm$^2 \div 4$, ou 16 cm^2.

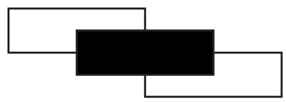
Réponse : (C)

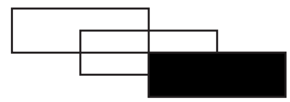
13. La somme des nombres de la première colonne est égale à $13 + 14 + 9$, ou 36.
Puisque la somme des nombres de chaque rangée et de chaque colonne est la même, la somme des nombres de la deuxième rangée est égale à 36.
Donc $14 + x + 10 = 36$, ou $x + 24 = 36$, d'où $x = 12$.

Réponse : (E)

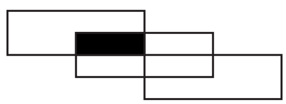
14. On compte le nombre de rectangles en cherchant d'abord les rectangles qui ont les mêmes dimensions.
Les plus grands rectangles dans la figure ont à peu près les mêmes dimensions et chevauchent deux par deux.
Il y a trois tels rectangles, indiqués en noir ci-dessous.

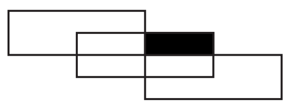

Rectangle 1

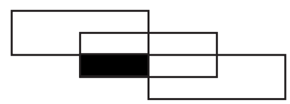

Rectangle 2

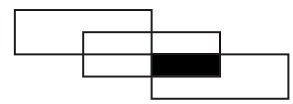

Rectangle 3

Le rectangle 2 (ci-dessus) est formé de 4 petits rectangles.
Ils sont indiqués en noir ci-dessous. On les nomme rectangles $4, 5, 6, 7$.

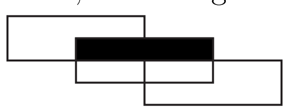

Rectangle 4

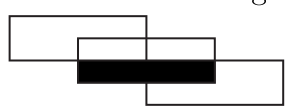

Rectangle 5


Rectangle 6

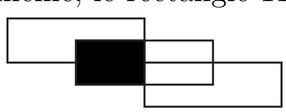

Rectangle 7

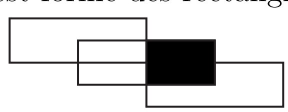
Le rectangle 8 ci-dessous est formé des rectangles 4 et 5 ci-dessus.
De même, le rectangle 9 est formé des rectangles 6 et 7.


Rectangle 8


Rectangle 9

Le rectangle 10 ci-dessous est formé des rectangles 4 et 6.
De même, le rectangle 11 est formé des rectangles 5 et 7.

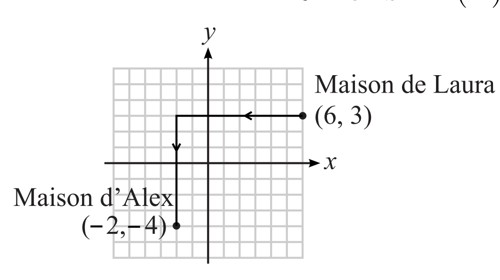

Rectangle 10


Rectangle 11

On a tenu compte de tous les rectangles possibles.
Il y a donc 11 rectangles de toutes grandeurs dans la figure.

Réponse : (A)

15. La partie horizontale de la translation correspond à la différence entre l'abscisse de la maison de Laura, soit 6, et celle de la maison d'Alex, soit -2. La distance parcourue à l'horizontale est égale à $6 - (-2)$, ou $6 + 2$, ou 8.
La partie verticale de la translation correspond à la différence entre l'ordonnée de la maison de Laura, soit 3, et celle de la maison d'Alex, soit -4. La distance parcourue à la verticale est égale à $3 - (-4)$, ou $3 + 4$, ou 7.
Pour se rendre de la maison de Laura à celle d'Alex, il faut se déplacer vers la gauche et vers le bas.
La translation qu'il faut effectuer est donc de 8 unités vers la gauche et de 7 unités vers le bas.



Réponse : (D)

16. D'après le diagramme, Renée a compté 8 points dans la 1re joute, 7 points dans la 2e joute, 20 points dans la 3e joute, 7 points dans la 4e joute et 18 points dans la 5e joute.
La moyenne des points comptés par joute est donc égale à $\frac{8+7+20+7+18}{5}$, ou $\frac{60}{5}$, ou 12.
Les points comptés par joute, en ordre croissant, sont $7, 7, 8, 18, 20$. La médiane est le nombre du milieu, soit 8.
La différence entre la médiane et la moyenne des points comptés par joute est donc égale à $12-8$, ou 4.

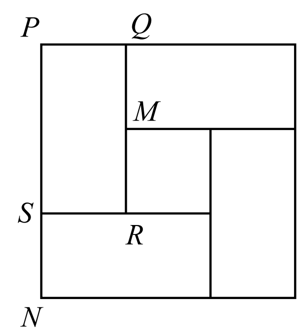
Réponse : (D)

17. *Solution 1*
Puisque PQR est un segment de droite, alors $\angle PQR = 180°$.
Puisque $\angle SQP + \angle SQR = 180°$, alors $\angle SQR = 180° - \angle SQP$, d'où $\angle SQR = 180° - 75°$, ou $\angle SQR = 105°$.
Puisque les mesures d'angles d'un triangle ont une somme de 180°, alors
$\angle QSR + \angle SQR + \angle QRS = 180°$, d'où $\angle QSR = 180° - \angle SQR - \angle QRS$, ou
$\angle QSR = 180° - 105° - 30°$, ou $\angle QSR = 45°$.

Solution 2
La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des deux angles intérieurs non adjacents.
Puisque l'angle SQP est un angle extérieur du triangle SQR et que les deux angles intérieurs non adjacents sont les angles QSR et QRS, alors $\angle SQP = \angle QSR + \angle QRS$.
Donc $75° = \angle QSR + 30°$, d'où $\angle QSR = 75° - 30°$, ou $\angle QSR = 45°$.

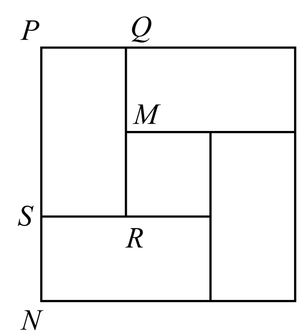
Réponse : (E)

18. *Solution 1*



Le grand carré extérieur a une aire de 9 cm^2. Ses côtés ont donc une longueur de 3 cm (puisque $3 \times 3 = 9$). Donc $PN = 3$ cm.
Le petit carré a une aire de 1 cm^2. Ses côtés ont donc une longueur de 1 cm (puisque $1 \times 1 = 1$). Donc $MR = 1$ cm.
Puisque $PN = 3$ cm, alors $PS + SN = 3$ cm. Donc $QR + SN = 3$ cm (puisque $QR = PS$).
Or $QR = QM + MR$. Donc $QM + MR + SN = 3$ cm, ou $QM + 1\text{ cm} + SN = 3$ cm (puisque $MR = 1$ cm).
D'après cette dernière équation, on a $QM + SN = 2$ cm.
Puisque QM et SN sont des petits côtés de rectangles identiques, alors $QM = SN = 1$ cm.
Puisque $PS + SN = 3$ cm, alors $PS + 1\text{ cm} = 3$ cm, d'où $PS = 2$ cm.
Puisque les rectangles sont identiques, ils mesurent tous 1 cm sur 2 cm.
Chacun a donc un périmètre égal à $2(1\text{ cm} + 2\text{ cm})$, ou 6 cm.

Solution 2



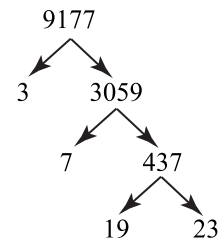
Le grand carré extérieur a une aire de 9 cm^2. Ses côtés ont donc une longueur de 3 cm (puisque $3 \times 3 = 9$). Donc $PN = 3$ cm.
Puisque $PN = 3$ cm, alors $PS + SN = 3$ cm.
Puisque PQ et SN sont des petits côtés de rectangles identiques, alors $PQ = SN$. Donc $PS + SN = PS + PQ = 3$ cm.
Le périmètre du rectangle $PQRS$ est égal à $2 \times (PS + PQ)$, ou 2×3 cm, ou 6 cm.

Réponse : (A)

19. Le plancher a une largeur de 18 longueurs de main. Puisque chaque main a une longueur de 20 cm, le plancher a une largeur de 18×20 cm, ou 360 cm. Le plancher a une longueur de 22 longueurs de main. Puisque chaque main a une longueur de 20 cm, le plancher a une longueur de 22×20 cm, ou 440 cm. Le plancher a donc une aire de 360×440 cm^2, ou 158 400 cm^2. Parmi les choix de réponse, le plus près est 160 000 cm^2.
Réponse : (A)

20. *Solution 1*
Puisque $20 \times 20 \times 20 = 8000$ et que $30 \times 30 \times 30 = 27\,000$, on peut supposer que les trois entiers impairs consécutifs qui ont un produit de 9177 sont plus près de 20 que de 30. À l'aide d'essais systématiques, on vérifie que $21 \times 23 \times 25 = 12\,075$, ce qui est trop grand. Les trois entiers impairs consécutifs suivants, en reculant, sont 19, 21 et 23 et ils ont un produit de $19 \times 21 \times 23$, ou 9177, ce que l'on voulait. Donc, la somme des trois entiers impairs consécutifs qui ont un produit de 9177 est égale à $19 + 21 + 23$, ou 63.

Solution 2
On écrit le nombre 9177 en *factorisation première* (c.-à-d. comme produit de nombres premiers). On obtient l'arbre de facteurs ci-contre. Cet arbre indique que $9177 = 3 \times 3059 = 3 \times 7 \times 437 = 3 \times 7 \times 19 \times 23$. Puisque $3 \times 7 = 21$, alors $9177 = 21 \times 19 \times 23$. Les trois entiers impairs consécutifs qui ont un produit de 9177 sont donc 19, 21 et 23. Donc, la somme des trois entiers impairs consécutifs qui ont un produit de 9177 est égale à $19 + 21 + 23$, ou 63.



Réponse : (D)

21. Au magasin Q, le cout régulier du vélo est 15 % de plus que celui du même vélo au magasin P, soit 15 % de plus que 200 \$. Or, 15 % de 200 est égal à $\frac{15}{100} \times 200$, ou $0{,}15 \times 200$, ou 30. Donc, 15 % de plus que 200 \$ est égal à 200 \$ + 30 \$, ou 230 \$. Or, le vélo est en solde au magasin Q, soit un rabais de 10 % du cout régulier, 230 \$. Puisque 10 % de 230 est égal à $\frac{10}{100} \times 230$, ou $0{,}10 \times 230$, ou 23, alors le cout en solde est égal à 230 \$ − 23 \$, ou 207 \$.
Réponse : (D)

22. On suppose que la face du haut est peinte en vert.
Puisque la face du devant partage une arête avec la face du haut, elle ne peut être peinte en vert. Il faut donc au moins deux couleurs.
On suppose donc que la face du devant est peinte en bleu, comme dans la Figure 1.
Puisque la face de droite partage une arête avec la face du haut et une arête avec la face du devant, elle ne peut être peinte en vert ou en bleu. Il faut donc une troisième couleur.
On suppose donc que la face de droite est peinte en rouge, comme dans la Figure 2.
On a démontré qu'il faut au moins 3 couleurs. De fait, on peut utiliser exactement trois couleurs pour peindre le cube. Il suffit de peindre la face de gauche en rouge, la face arrière en bleu et la face du dessous en vert. (Voir la Figure 3.)
Ainsi, il a fallu exactement 3 couleurs pour peindre le cube de manière que n'importe quelles deux faces qui partagent une même arête soient de couleurs différentes.

Figure 1

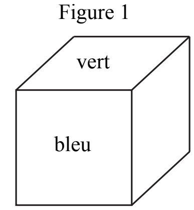


Figure 2

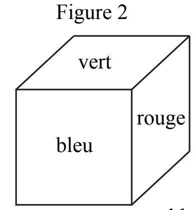
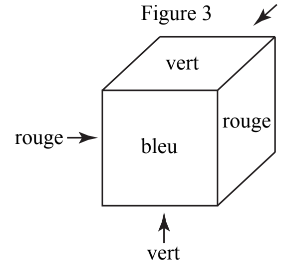


Figure 3



Réponse : (B)

23. *Solution 1*

Pour chacun des résultats possibles du dé rouge, il y a 6 résultats possibles du bleu.
Donc, lorsqu'on jette un dé régulier rouge et un dé régulier bleu, le nombre de résultats équiprobables est égal à 6×6, ou 36.
Ces 36 résultats correspondent aux cases du tableau suivant.
Lorsque le numéro sur le dé rouge est supérieur au nombre sur le dé bleu, on a placé un crochet dans la case appropriée, celle qui correspond à l'intersection de la colonne et de la rangée.
Par exemple, la case qui contient deux crochets ✓✓représente le résultat « 4 sur le dé rouge et 2 sur le dé bleu ».

Numéro sur le dé rouge

Numéro sur le dé bleu

Bleu \ Rouge	1	2	3	4	5	6
1		✓	✓	✓	✓	✓
2			✓	✓✓	✓	✓
3				✓	✓	✓
4					✓	✓
5						✓
6						

Parmi les 36 résultats équiprobables possibles, 15 indiquent un nombre sur le dé rouge qui est plus grand que le nombre qui parait sur le dé bleu.
La probabilité pour que le nombre qui parait sur le dé rouge soit plus grand que le nombre qui parait sur le dé bleu est donc de $\frac{15}{36}$.

Solution 2

Comme dans la Solution 1, on détermine qu'il y a 36 résultats possibles équiprobables.
On peut regrouper ces résultats en trois groupes distincts : ceux dont le numéro sur le dé rouge est supérieur à celui sur le dé bleu, ceux dont le numéro sur le dé rouge est inférieur à celui sur le dé bleu, ceux dont les numéros sur les deux dés sont indentiques.
Il y a 6 résultats dans ce dernier groupe (les deux numéros sont 1, les deux numéros sont 2, et ainsi de suite).
Il y a donc $36 - 6$ résultats, c'est-à-dire 30 résultats où le numéro sur le dé rouge est supérieur à celui sur le dé bleu ou celui sur le dé rouge est inférieur à celui sur le dé bleu.
Or, ces deux possibilités sont équiprobables (puisque les dés sont identiques à l'exception de leur couleur). Donc, la moitié des 30 résultats, soit 15 résultats, auront un numéro sur le dé rouge supérieur à celui sur le dé bleu.
La probabilité pour que le numéro sur le dé rouge soit supérieur à celui sur le dé bleu est donc de $\frac{15}{36}$.

Réponse : (C)

24. On joint d'abord Q à P.
Puisque Q et P sont les milieux respectifs de ST et de UV, alors QP est parallèle à SV et à TU. Les rectangles $SQPV$ et $QTUP$ sont donc isométriques.
VQ est une diagonale du rectangle $SQPV$.
Puisque PR est parallèle à VQ, le prolongement de PR jusqu'à T est une diagonale du rectangle $QTUP$, comme dans la Figure 1.

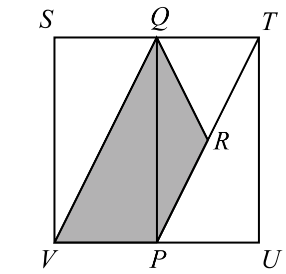


Figure 1

Dans la Figure 2, on nomme A, B, C, D, E et F les milieux respectivs de SQ, QT, TU, UP, PV et VS.
On joint A à E, B à D et F à C. Les segments FC et QP se coupent au centre O du carré.
Puisque $PR = QR$ et que R est situé sur la diagonale PT, alors les segments FC et BD passent au point R. (Donc R est le centre de $QTUP$.)
Les segments AE, QP, BD et FC divisent le carré $STUV$ en 8 rectangles isométriques.
Dans un de ces rectangles, soit $QBRO$, la diagonale QR coupe le rectangle en deux triangles isométriques.
Donc, l'aire du triangle QOR est la moitié de celle du rectangle $QBRO$.
De même, l'aire du triangle POR est la moitié de celle du rectangle $PORD$.

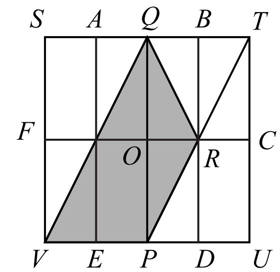


Figure 2

L'aire du rectangle $SQPV$ a une aire égale à celle de 4 des 8 rectangles isométriques.
Donc, l'aire du triangle QPV a une aire égale à celle de 2 des 8 rectangles isométriques (puisque la diagonale VQ divise le rectangle $SQPV$ et son aire en deux parties égales).
L'aire de la partie ombrée, soit celle des triangles QOR, POR et QPV, est égale à celle de $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2$ rectangles isométriques, ou 3 des rectangles isométriques.
Puisque le carré $STUV$ est divisé en 8 rectangles isométriques et que la partie ombrée occupe 3 de ces 8 rectangles, alors la partie non ombrée occupe $8 - 3$ rectangles, ou 5 rectangles.
Le rapport de l'aire de la région ombrée à l'aire de la région non ombrée est donc de 3 : 5.

RÉPONSE : (B)

25. On remplit d'abord un tableau indiquant le point terminal de chaque segment.

Numéro du segment	Point terminal du segment
1	$(1, 0)$
2	$(1, 2)$
3	$(4, 2)$
4	$(4, 6)$
5	$(9, 6)$
6	$(9, 12)$
7	$(16, 12)$
8	$(16, 20)$

Puisque chaque segment est horizontal ou vertical, alors seule une des coordonnées est changé lorsqu'on passe d'un point terminal au suivant.
De plus, puisque les segments qui ont un numéro impair sont tous horizontaux, l'abscisse de leur point terminal est changée par rapport à celle du point terminal précédent, tandis que l'ordonnée est la même.

De même, puisque les segments qui on un numéro pair sont tous verticaux, l'ordonnée de leur point terminal est changée par rapport à celle du point terminal précédent, tandis que l'abiscisse est la même.

On sait qu'un des segments termine au point $(529, 506)$.
On détermine d'abord combien il faut tracer de segments pour qu'un d'entre eux termine à un point d'abscisse 529.
Le 1$^{\text{er}}$ segment est tracé à l'horizontale vers la droite et et son point terminal a pour abscisse 1.
Le 3$^{\text{e}}$ segment est tracé à l'horizontale vers la droite et et son point terminal a pour abscisse $1 + 3$, ou 4.
Le 5$^{\text{e}}$ segment est tracé à l'horizontale vers la droite et et son point terminal a pour abscisse $1 + 3 + 5$, ou 9.
On procède par tâtonnements pour déterminer le nombre de segments qu'il faut pour que le point terminal du dernier segment ait une abscisse de 529.
Avec 21 segments, le point terminal du dernier segment a une abscisse égale à
$1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19 + 21$.
Pour calculer cette somme, on place les termes dans l'ordre suivant :
$(1+21)+(3+19)+(5+17)+(7+15)+(9+13)+11 = 22+22+22+22+22+11 = 22\times 5+11 = 121$.
Puisque 121 est beaucoup plus petit que 529, on augmente le nombre de segments jusqu'à ce qu'on arrive à 45 segments.
Le point terminal du dernier segment a une abscisse égale à $1 + 3 + 5 + \cdots + 41 + 43 + 45$.
Pour calculer cette somme, on place les termes dans l'ordre suivant :

$$(1 + 45) + (3 + 43) + (5 + 41) + \cdots + (19 + 27) + (21 + 25) + 23 = 46 \times 11 + 23 = 529.$$

Donc, le point terminal du 45$^{\text{e}}$ segment a une abscisse de 529.
Le segment suivant, soit le 46$^{\text{e}}$, termine aussi à un point qui a une abscisse de 529, puisque les segments qui ont un numéro pair sont verticaux (et seule l'ordonnée du point terminal changera).
Donc, le point $(529, 506)$ est le point terminal du 45$^{\text{e}}$ ou du 46$^{\text{e}}$ segment.

On peut confirmer que 506 est l'ordonnée du point terminal du 45$^{\text{e}}$ segment (et donc du 44$^{\text{e}}$ segment aussi).
Le 2$^{\text{e}}$ segment est tracé à la verticale vers le haut et il a une longueur de 2. Le point terminal a donc une ordonnée de 2.
Le 4$^{\text{e}}$ segment est tracé à la verticale vers le haut et il a une longueur de 4. Le point terminal a donc une ordonnée de $2 + 4$, ou 6.
Le 6$^{\text{e}}$ segment est tracé à la verticale vers le haut et il a une longueur de 6. Le point terminal a donc une ordonnée de $2 + 4 + 6$, ou 12.
Le point terminal du 45$^{\text{e}}$ segment a une ordonné égale à $2 + 4 + 6 + \cdots + 40 + 42 + 44$.
On replace les termes dans l'ordre suivant :

$$(2 + 44) + (4 + 42) + (6 + 40) + \cdots + (20 + 26) + (22 + 24) = 46 \times 11 = 506.$$

Donc, $(529, 506)$ est le point terminal du 45$^{\text{e}}$ segment.
Le 46$^{\text{e}}$ segment est tracé à la verticale et il a une longueur de 46.
Le point terminal de ce segment a donc une ordonnée égale à :

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 40 + 42 + 44 + 46 = 506 + 46 = 552.$$

Puisque l'abscisse du point terminal du 46$^{\text{e}}$ segment est la même que celle du point terminal du 45$^{\text{e}}$ segment, alors le point terminal du segment suivant a pour coordonnées $(529, 552)$.

Réponse : (A)

8e année

1. Le nombre 10 101 est dix-mille-cent-un.
Il est donc égal à $10\,000 + 100 + 1$.

Réponse : (D)

2. Chaque cuillerée de nourriture peut nourrir 8 poissons rouges.
Donc, 4 cuillerées de nourriture peuvent nourrir 4×8 poissons, ou 32 poissons.

Réponse : (E)

3. On a $(2014 - 2013) \times (2013 - 2012) = 1 \times 1 = 1$.

Réponse : (B)

4. Les mesures d'angles d'un triangle ont une somme de 180°. Or, deux des angles mesurent respectivement 90° et 55°. Le troisième angle mesure donc $180° - 90° - 55°$, ou 35°.
Le plus petit angle du triangle mesure 35°.

Réponse : (D)

5. Le signe d'un nombre indique que sa position est à gauche ou à droite de zéro sur la droite numérique.
Plus un nombre est près de zéro, plus sa distance du point zéro est petite.
Si on ne tient pas compte des signes, les nombres indiquent leur distance du point zéro. Dans l'ordre donné, les distances des nombres du point zéro sont $\{1101, 1011, 1010, 1001, 1110\}$. La plus petite distance est 1001 et elle correspond au nombre -1001.
Donc -1001 est le nombre le plus près de zéro.

Réponse : (D)

6. On a $5y - 100 = 125$ et on sait que $225 - 100 = 125$. Donc $5y = 225$.
On a $5y = 225$ et on sait que $5 \times 45 = 225$. Donc $y = 45$.

Réponse : (A)

7. Le seul multiple de 2 qui soit un nombre premier est 2, car il admet exactement deux diviseurs, soit 1 et lui-même. Les autres nombres pairs sont des multiples de 2, car ils admettent plus de deux diviseurs chacun, soit 1, 2 et un autre entier. (Par exemple, puisque $12 = 2 \times 6$, 6 est un troisième diviseur de 12 ; puisque $14 = 2 \times 7$, 7 est un troisième diviseur de 14, et ainsi de suite.)
Donc, les nombres pairs 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 et 28 ne sont pas premiers.
De même, le seul multiple de 3 qui soit un nombre premier est 3. Donc, les autres multiples de 3, comme 15, 21 et 27, ne sont pas premiers.
De même, le seul multiple de 5 qui soit un nombre premier est 5. Donc, les autres multiples de 5, comme 25, ne sont pas pas premiers.
Parmi les entiers entre 10 et 30, il reste 11, 13, 17, 19, 23 et 29.
Ces nombres sont tous premiers, car ils admettent chacun exactement deux diviseurs, soit 1 et le nombre lui-même.
Il y a donc 6 nombres premiers entre 10 et 30.

Réponse : (C)

8. Puisque le triangle est isocèle, le côté gauche a aussi une longueur de x cm.
Puisque le triangle a un périmètre de 53 cm, alors $x + x + 11 = 53$, ou $2x + 11 = 53$. Or, on sait que $42 + 11 = 53$. Donc $2x = 42$. Or, on sait que $2 \times 21 = 42$. Donc $x = 21$.

Réponse : (B)

9. *Solution 1*
Pour placer les fractions $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}\right\}$ en ordre croissant, on écrit chaque fraction avec un dénominateur commun, soit $7 \times 2 \times 5$, ou 70.
L'ensemble $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}\right\}$ devient donc $\left\{\frac{3\times10}{7\times10}, \frac{3\times35}{2\times35}, \frac{6\times10}{7\times10}, \frac{3\times14}{5\times14}\right\}$, ou $\left\{\frac{30}{70}, \frac{105}{70}, \frac{60}{70}, \frac{42}{70}\right\}$.
On place les fractions du dernier ensemble en ordre croissant selon leur numérateur et on obtient $\left\{\frac{30}{70}, \frac{42}{70}, \frac{60}{70}, \frac{105}{70}\right\}$.
L'ensemble donné, avec les fractions en ordre croissant, est donc $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{3}{2}\right\}$.

Solution 2
Puisque les numérateurs sont tous 3 ou 6, on récrit chaque fraction avec le numérateur 6.
L'ensemble$\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}\right\}$ devient donc $\left\{\frac{3\times2}{7\times2}, \frac{3\times2}{2\times2}, \frac{6}{7}, \frac{3\times2}{5\times2}\right\}$, ou $\left\{\frac{6}{14}, \frac{6}{4}, \frac{6}{7}, \frac{6}{10}\right\}$.
Puisque les numérateurs sont égaux, plus le dénominateur est petit, plus la fraction est grande.
On place les fractions du dernier ensemble en ordre croissant et on obtient $\left\{\frac{6}{14}, \frac{6}{10}, \frac{6}{7}, \frac{6}{4}\right\}$. L'ensemble donné, avec les fractions en ordre croissant, est donc $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{3}{2}\right\}$.

Réponse : (A)

10. *Solution 1*
Puisque le rapport du nombre de filles au nombre de garçons est de 3 : 5, alors pour chaque 3 filles dans la classe, il y a 5 garçons et donc 8 élèves.
Le nombre de filles dans la classe est donc $\frac{3}{8}$ du nombre d'élèves.
Puisqu'il y a 24 élèves dans la classe, le nombre de filles est égal à $\frac{3}{8}$ de 24. Or, $\frac{1}{8}$ de 24, c'est 3.
Donc, $\frac{3}{8}$ de 24, c'est 3 fois plus, soit 9.
Puisqu'il y a 9 filles, il y a $24 - 9$ garçons, ou 15 garçons.
La différence entre le nombre de garçons et le nombre de filles est donc de $15 - 9$, ou 6.

Solution 2
Puisque le rapport du nombre de filles au nombre de garçons est de 3 : 5, on peut placer les filles en 3 groupes et les garçons en 5 groupes, tous les groupes étant égaux. Il y a donc 8 groupes égaux d'élèves.
Puisqu'il y a 24 élèves en tout et qu'ils sont divisés en 8 groupes égaux, il y a 3 élèves par groupe.
Il y a donc 3 groupes de 3 filles, c'est-à-dire 9 filles, et 5 groupes de 3 garçons, c'est-à-dire 15 garçons dans la classe.
La différence entre le nombre de garçons et le nombre de filles est donc de $15 - 9$, ou 6.

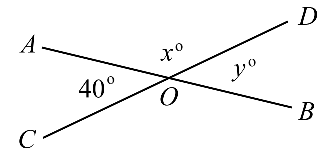
Solution 3
Puisque le rapport du nombre de filles au nombre de garçons est de 3 : 5, alors pour chaque 3 filles dans la classe, il y a 5 garçons et donc 8 élèves.
Donc, $\frac{3}{8}$ des élèves sont des filles et $\frac{5}{8}$ des élèves sont des garçons.
La différence entre le nombre de garçons et le nombre de filles est donc de $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ du nombre d'élèves dans la classe, soit $\frac{2}{8}$, ou $\frac{1}{4}$ du nombre d'élèves dans la classe.
Cette différence est donc égale à $\frac{1}{4}$ de 24, ou 6 élèves.

Réponse : (D)

11. Puisqu'il y a 7 jours dans une semaine, le 7^{e} jour après un mercredi sera un mercredi. Il en sera de même le 14^{e} jour, le 21^{e} jour, et ainsi de suite, jusqu'au 70^{e} jour.
Puisqu'Alexa est née 72 jours après Jean, elle est née 2 jours après un mercredi.
Elle est donc née un vendredi.

Réponse : (E)

12. Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.
Puisque les angles AOC et DOB sont opposés par le sommet, alors $y = 40$.
L'angle plat COD mesure 180°.
Puisque $\angle AOC + \angle AOD = \angle COD$, alors $40° + x° = 180°$, d'où $x = 140$.
Donc $x - y$ a une valeur de $140 - 40$, ou 100.



Réponse : (E)

13. *Solution 1*
Puisque les 5 résultats de chaque ensemble sont présentés en ordre croissant, la médiane est égale au résultat du milieu, soit le 3e résultat.
On a placé la médiane et le calcul de la moyenne dans le tableau suivant.

Ensemble de résultats	Médiane	Moyenne
$10, 20, 40, 40, 40$	40	$\dfrac{10+20+40+40+40}{5} = \dfrac{150}{5} = 30$
$40, 50, 60, 70, 80$	60	$\dfrac{40+50+60+70+80}{5} = \dfrac{300}{5} = 60$
$20, 20, 20, 50, 80$	20	$\dfrac{20+20+20+50+80}{5} = \dfrac{190}{5} = 38$
$10, 20, 30, 100, 200$	30	$\dfrac{10+20+30+100+200}{5} = \dfrac{360}{5} = 72$
$50, 50, 50, 50, 100$	50	$\dfrac{50+50+50+50+100}{5} = \dfrac{300}{5} = 60$

Dans le tableau, on voit que seul le premier ensemble de résultats donne une médiane plus grande que la moyenne.

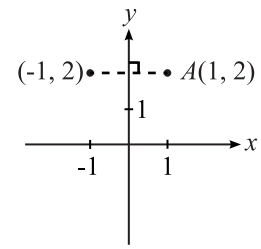
Solution 2
Puisque les 5 résultats $10, 20, 40, 40, 40$ du premier ensemble sont présentés en ordre croissant, la médiane est égale au résultat du milieu, soit le 3e résultat, 40.
Puisque les 3 derniers résultats de cet ensemble sont 40, ces 3 résultats ont une moyenne de 40.
Puisque les 2 premiers résultats de cet ensemble sont inférieurs à chacun des 3 derniers, qui est de 40, la moyenne de l'ensemble est inférieur à 40.
En utilisant un argument semblable pour les quatre autres ensembles de résultats, on voit que dans chaque cas, la médiane est inférieure à la moyenne.
Donc, seul le premier ensemble de résultats donne une médiane plus grande que la moyenne.

Réponse : (A)

14. Betty a 3 choix équiprobables pour le parfum, soit chocolat, vanille ou fraise.
Pour chacun de ces choix, elle a 2 choix pour le sirop, soit caramel ou fudge. Cela fait 3×2 choix, ou 6 choix équiprobables pour le parfum et le sirop.
Pour chacun de ces 6 choix, elle a 3 choix équiprobables pour le nappage, soit cerise, banane ou ananas. Cela fait donc 6×3 choix, ou 18 choix équiprobables pour les coupes de crème glacée.
Or, 1 de ces choix est le choix favorable, soit une coupe à la vanille avec fudge et banane. Donc, la probabilité de choisir cette coupe au hasard est de $\frac{1}{18}$

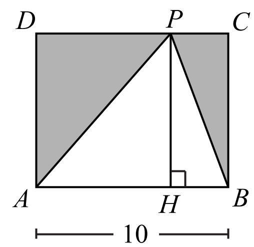
Réponse : (A)

15. L'image du point $A(1,2)$, par une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées, aura la même ordonnée que celle du point A, soit 2. Le point A est situé à 1 unité à la droite de l'axe des ordonnées. L'image du point A est donc située à 1 unité à la gauche de l'axe des ordonnées. L'image de A a donc une abscisse de -1. Les coordonnées de l'image sont donc $(-1,2)$.



Réponse : (B)

16. *Solution 1*
Au point P, on abaisse une perpendiculaire PH au côté AB. Le rectangle $ABCD$ et le triangle ABP ont la même base AB et la même hauteur PH. L'aire du triangle ABP est donc la moitié de celle du rectangle $ABCD$. Puisque le triangle ABP a une aire de 40, le rectangle $ABCD$ a une aire de 2×40, ou 80. L'aire de la région ombrée est égale à l'aire du rectangle $ABCD$ moins celle du triangle ABP. Elle est donc égale à $80-40$, ou 40.



Solution 2
Au point P, on abaisse une perpendiculaire PH au côté AB.
Puisque DA et CB sont perpendiculaires à AB, alors PH est parallèle à DA et à CB.
$DAHP$ et $PHBC$ sont donc des rectangles.
La diagonale PA divise le rectangle $DAHP$ en deux triangles isométriques, PAH et PAD.
La diagonale PB divise le rectangle $PHBC$ en deux triangles isométriques, PBH et PBC.
L'aire du triangle PAH plus celle du triangle PBH égale donc l'aire du triangle PAD plus celle du triangle PBC.
Or, l'aire du triangle PAH plus celle du triangle PBH est égale à l'aire du triangle ABP, soit 40.
Donc, l'aire du triangle PAD plus celle du triangle PBC est égale à 40.
La région ombrée a donc une aire de 40.

Réponse : (B)

17. Janette a réussi 80 % des 10 questions à choix multiple, soit $\frac{8}{10}$ de 10 questions, ou 8 questions. Elle a réussi 70 % des 30 questions à réponse courte, soit $\frac{7}{10}$ de 30 questions ou $0{,}7 \times 30$ questions, ou 21 questions.
En tout, elle a réussi $8+21$ questions, ou 29 des 40 questions.
Puisque $\frac{29}{40} = 0{,}725 = 72{,}5\,\%$, elle a réussi 72,5 % des 40 questions.

Réponse : (B)

18. Puisque l'aire du rectangle, 48 cm^2, est le produit de la longueur et de la largeur et que celles-ci sont des entiers, on cherche d'abord toutes les paires d'entiers qui ont un produit de 48.
Le tableau contient tous les produits possibles, dans l'ordre.

Facteurs de 48	Longueurs des côtés du rectangle	Périmètre du rectangle
$48 = 1 \times 48$	1 et 48	$2 \times (1+48) = 2 \times 49 = 98$
$48 = 2 \times 24$	2 et 24	$2 \times (2+24) = 2 \times 26 = 52$
$48 = 3 \times 16$	3 et 16	$2 \times (3+16) = 2 \times 19 = 38$
$48 = 4 \times 12$	4 et 12	$2 \times (4+12) = 2 \times 16 = 32$
$48 = 6 \times 8$	6 et 8	$2 \times (6+8) = 2 \times 14 = 28$

Le rectangle qui a une aire de 48 cm^2 et un périmètre de 32 cm mesure 4 cm sur 12 cm.
La différence, en centimètres, entre la longueur et la largeur du triangle est de $12-4$, ou 8.

Réponse : (D)

19. Au magasin Q, le cout régulier du vélo est 15 % de plus que celui du même vélo au magasin P, soit 15 % de plus que 200 \$.
Or, 15 % de 200 est égal à $\frac{15}{100} \times 200$, ou $0{,}15 \times 200$, ou 30. Donc, 15 % de plus que 200 \$ est égal à $200\,\$ + 30\,\$$, ou 230 \$.
Or, le vélo est en solde au magasin Q, soit un rabais de 10 % du cout régulier, 230 \$.
Puisque 10 % de 230 est égal à $\frac{10}{100} \times 230$, ou $0{,}10 \times 230$, ou 23, alors le cout en solde est égal à $230\,\$ - 23\,\$$, ou 207 \$.

Réponse : (D)

20. On peut utiliser 7 timbres de 5 ¢ (35 ¢) et 1 timbre de 8 ¢ (8 ¢) pour un affranchissement de 43 ¢.
On peut utiliser 3 timbres de 5 ¢ (15 ¢) et 3 timbres de 8 ¢ (24 ¢) pour un affranchissement de 39 ¢.
Ceci élimine les deux derniers choix de réponse. Parmi les trois choix qui restent, le choix le plus grand est de 27 ¢.
Pour un affranchissement de 27 ¢ il faut utiliser 0, 1, 2 ou 3 timbres de 8 ¢ (si on utilisait plus de 3 timbres de 8 ¢ on dépasserait l'affranchissement de 27 ¢).
Si on utilise 0 timbre de 8 ¢ il faudrait combler 27 ¢ avec des timbres de 5 ¢ ce qui est impossible puisque 27 n'est pas un multiple de 5.
Si on utilise 1 timbre de 8 ¢ il faudrait combler 27 ¢ − 8 ¢ , ou 19 ¢ avec des timbres de 5 ¢ ce qui est impossible puisque 19 n'est pas un multiple de 5.
Si on utilise 2 timbres de 8 ¢ il faudrait combler 27 ¢ − 16 ¢ ou 11 ¢ avec des timbres de 5 ¢ ce qui est impossible puisque 11 n'est pas un multiple de 5.
Si on utilise 3 timbres de 8 ¢ il faudrait combler 27 ¢ − 24 ¢ ou 3 ¢ avec des timbres de 5 ¢ ce qui est impossible.
Donc parmi les cinq choix de réponse, 27 ¢ est le plus grand affranchissement qu'il est impossible d'obtenir en utilisant des timbres de 5 ¢ et de 8 ¢.
Il est intéressant de noter que tout affranchissement de plus de 27 ¢ peut être obtenu en utilisant seulement des timbres de 5 ¢ et de 8 ¢.
Pour le vérifier, on considère d'abord les affranchissements consécutifs de 28 ¢ à 32 ¢ obtenus dans le tableau suivant.

Nombre de timbres de 5 ¢	Nombre de timbres de 8 ¢	Valeur des timbres
4	1	(4 × 5 ¢)+(1 × 8 ¢)= 28 ¢
1	3	(1 × 5 ¢)+(3 × 8 ¢)= 29 ¢
6	0	(6 × 5 ¢)+(0 × 8 ¢)= 30 ¢
3	2	(3 × 5 ¢)+(2 × 8 ¢)= 31 ¢
0	4	(0 × 5 ¢)+(4 × 8 ¢)= 32 ¢

On peut obtenir les cinq affranchissements suivants, de 33 ¢ à 37 ¢, en ajoutant un timbre de 5 ¢ à chacun des cinq affranchissements précédents.
En effet, 28 ¢ + 5 ¢ = 33 ¢, 29 ¢ + 5 ¢ = 34 ¢, et ainsi de suite.
On peut obtenir n'importe quel affranchissement supérieur à 27 ¢ en ajoutant un timbre de 5 ¢ à chaque affranchissement du groupe de cinq affranchissements précédents.

Réponse : (C)

21. Les trois rangées supérieures contiennent 6 cercles ombrés de rayon 1 cm.
La rangée du bas contient 4 demi-cercles ombrés de rayon 1 cm, soit l'équivalent de 2 cercles de rayon 1 cm.
Les parties ombrées sont donc formées de 8 cercles de rayon 1 cm.
En cm^2, l'aire totale est égale à $8 \times \pi \times 1^2$, ou 8π.

Réponse : (E)

22. On détermine d'abord l'aire totale du cube initial avant d'enlever les deux petits cubes.
Le cube initial avait 6 faces mesurant 3 cm sur 3 cm. Chaque face avait donc une aire de 3×3 cm^2, ou 9 cm^2.
L'aire totale était donc de 6×9 cm^2, ou 54 cm^2.
On explique ensuite pourquoi le nouveau solide a la même aire totale que celle du cube initial, soit 54 cm^2.

On considère le coin inférieur droit du devant du cube, indiqué dans la Figure 1.
Lorsqu'on enlève un cube mesurant 1 cm sur 1 cm sur 1 cm de ce coin, on expose trois nouvelles faces, soit $RSPQ$, $RSTU$ et $SPWT$, qui ne faisaient pas partie du cube initial.

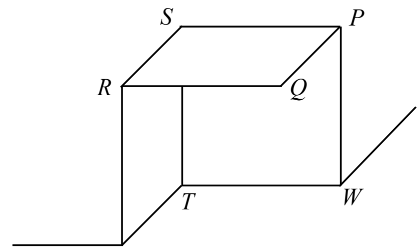


Figure 1

Pour mieux visualiser la situation avant et après l'enlèvement du petit cube, on replace le sommet V du cube initial et on trace les segments QV, UV et WV, comme dans la Figure 2.
On remarque que le solide $PQRSTUVW$ représente le petit cube mesurant 1 cm sur 1 cm sur 1 cm qui a été enlevé.
Dans la Figure 2, on remarque que les faces du cube initial qui ne font plus partie du nouveau solide sont les 3 faces carrées $UTWV$, $QPWV$ et $RQVU$.

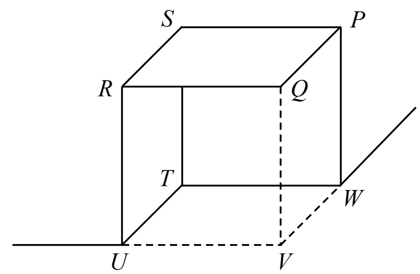


Figure 2

Donc, en enlevant le petit cube mesurant 1 cm sur 1 cm sur 1 cm, on expose 3 nouvelles faces carrées, soit $RSPQ$, $RSTU$ et $SPWT$, qui ne faisaient pas partie du cube initial.
Ces trois faces représentent la moitié des faces du cube initial $PQRSTUVW$ (soit 3 faces sur 6).
Or, en enlevant le petit cube mesurant 1 cm sur 1 cm sur 1 cm, les 3 faces $UTWV$, $QPWV$ et $RQVU$ sont perdues.
On a donc enlevé 3 faces du cube $PQRSTUVW$ pour ajouter 3 faces identiques.
Donc, en enlevant le petit cube mesurant 1 cm sur 1 cm sur 1 cm, l'aire totale n'a pas changé.
La même chose se produit lorsqu'on enlève le cube mesurant 2 cm sur 2 cm sur 2 cm.
L'aire totale du nouveau solide est donc égale à celle du cube initial, soit 54 cm^2.

Réponse : (E)

23. Le 1$^{\text{er}}$ entier positif impair est 1, le 2$^{\text{e}}$ est $2(2)-1=3$, le 3$^{\text{e}}$ est $2(3)-1=5$, le 4$^{\text{e}}$ est $2(4)-1=7$.
Le 100$^{\text{e}}$ entier positif impair est donc $2(100)-1$, ou 199. On nous demande de déterminer la somme $1+3+5+\cdots+195+197+199$.

Solution 1
Puisque chaque entier impair est la somme de deux entiers consécutifs, on récrit $1+3+5+\cdots+195+197+199$ sous la forme $1+(1+2)+(2+3)+\cdots+(97+98)+(98+99)+(99+100)$.
On peut récrire cette dernière somme sous la forme
$(1+2+3+\cdots+98+99+100)+(1+2+3+\cdots+97+98+99)$.
La somme de l'expression entre les premières parenthèses, $1+2+3+\cdots+98+99+100$, est égale à 5050.
La somme de l'expression entre les deuxièmes parenthèses, $1+2+3+\cdots+98+99$, est 100 de moins que 5050, ou 4950.
Donc $1+3+5+\cdots+195+197+199 = 5050+4950 = 10\,000$.

Solution 2
On double les deux membres de l'égalité $1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 = 5050$, ce qui conserve l'égalité entre les membres.
Donc $2 + 4 + 6 + \cdots + 196 + 198 + 200 = 10\,100$.
En soustrayant 1 de chaque terme du membre de gauche de l'égalité, on obtient
$(2-1)+(4-1)+(6-1)+\cdots+(196-1)+(198-1)+(200-1)$, ou $1+3+5+\cdots+195+197+199$.
Puisque le membre de gauche contient 100 termes, on a soustrait 1 100 fois. Le membre de gauche est donc diminué de 100. On soustrait donc 100 du membre de droite pour conserver l'égalité, ce qui donne $10\,100 - 100 = 10\,000$.
Donc $1 + 3 + 5 + \cdots + 195 + 197 + 199 = 10\,000$.

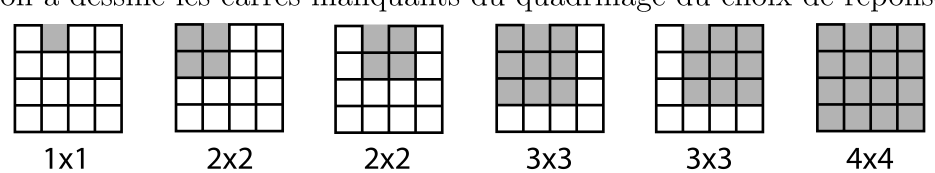
Solution 3
On peut déterminer la somme des 100 premiers entiers impairs positifs,
soit $1 + 3 + 5 + \cdots + 195 + 197 + 199$, sans utiliser le résultat donné dans l'énoncé.
On place les termes de l'addition en paires soit le plus petit avec le plus grand, le deuxième plus petit avec le deuxième plus grand, et ainsi de suite, pour obtenir :
$1+3+5+\cdots+195+197+199 = (1+199)+(3+197)+(5+195)+\cdots+(97+103)+(99+101)$.
La première paire a une somme de $1 + 199$, ou 200. Chaque paire par la suite a un terme qui est 2 de plus qu'un des termes précédents et un terme qui est 2 de moins que le deuxième des termes précédents. Donc, chaque paire a une somme de 200.
Puisqu'il y a 100 termes dans la suite, il y a 50 paires et chacune a une somme de 200.
Donc $1 + 3 + 5 + \cdots + 195 + 197 + 199 = 50 \times 200 = 10\,000$.

Réponse : (B)

24. Le quadrillage initial de dimensions 4×4 contient exactement 30 carrés dont 16 carrés de dimensions 1×1, 9 carrés de dimensions 2×2, 4 carrés de dimensions 3×3, et 1 carré de dimensions 4×4 $(16 + 9 + 4 + 1 = 30)$.
Dans chaque choix de réponse, un carré 1×1 est absent du quadrillage.
On détermine combien des 30 carrés ne peuvent pas être formés à cause de l'absence du carré 1×1 et on soustrait de 30 pour déterminer le nombre de carrés qu'il existe dans chaque choix de réponse.

	Nombre de carrés manquants				Nombre total de carrés
	1×1	2×2	3×3	4×4	
A	1	1	1	1	$30 - 4 = 26$
B	1	2	2	1	$30 - 6 = 24$
C	2	2	2	1	$30 - 7 = 23$
D	2	2	2	1	$30 - 7 = 23$
E	2	2	2	1	$30 - 7 = 23$

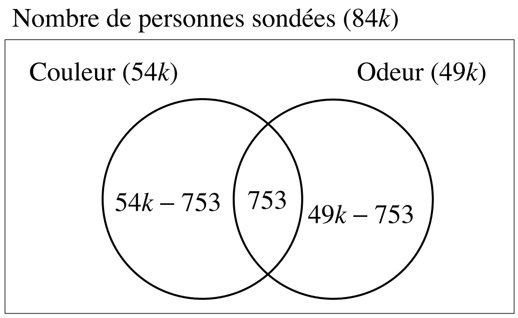
Pour clarifier, on a dessiné les carrés manquants du quadrillage du choix de réponse B.



Le quadrillage qui correspond au choix de réponse B contient exactement 24 carrés.

Réponse : (B)

25. En tout, N personnes ont participé au sondage.
Exactement $\frac{9}{14}$ des gens sondés, soit $\frac{9}{14} \times N$ personnes, ont affirmé que la couleur est importante.
Exactement $\frac{7}{12}$ des gens sondés, soit $\frac{7}{12} \times N$ personnes, ont affirmé que l'odeur est importante.
Puisque le nombre de personnes sondées doit être un entier, N doit être un multiple de 14 et de 12. Or, le plus petit commun multiple de 14 et de 12 est égal à $2 \times 7 \times 6$, ou 84. Donc, N est un multiple de 84.
Puisque N est un multiple de 84, soit $N = 84k$, k étant un entier strictement positif quelconque.
Or $\frac{9}{14} \times N = \frac{9}{14}(84k) = 54k$ et $\frac{7}{12} \times N = \frac{7}{12}(84k) = 49k$. Donc $54k$ personnes ont affirmé que la couleur est importante et $49k$ personnes ont affirmé que l'odeur est importante.
On représente les renseignements par le diagramme de Venn suivant.



Puisque $N = 84k$, on doit déterminer une valeur minimale et une valeur maximale de k, ce qui indiquera le nombre de valeurs possibles de N.

Détermination d'une valeur minimale de k

On sait que 753 personnes ont affirmé que la couleur et l'odeur sont importantes.
On sait aussi que $54k$ personnes ont affirmé que la couleur est importante et $49k$ personnes ont affirmé que l'odeur est importante.
Les 753 personnes qui ont affirmé que la couleur et l'odeur sont importantes figurent parmi les $54k$ personnes et parmi les $49k$ personnes.
Donc, $54k$ doit valoir au moins 753 et $49k$ doit valoir au moins 753.
Puisque $54k$ est supérieur à $49k$, il suffit de déterminer les valeurs de k pour lesquelles $49k$ est supérieur ou égal à 753.
Or, $49 \times 15 = 735$ et $49 \times 16 = 784$.
Donc, la plus petite valeur de k pour laquelle $49k$ est supérieure ou égale à 753 est $k = 16$.
On remarque que ces valeurs font en sorte que l'expression $54k$ a une valeur supérieure à 753.
Donc, la valeur minimale de k est 16.

Détermination d'une valeur maximale de k

En tout, $84k$ personnes ont été sondées dont $54k$ ont affirmé que la couleur est importante.
Il y a donc $84k - 54k$ personnes, ou $30k$ personnes qui ont laissé entendre que la couleur n'est pas importante.
Or, $49k$ personnes ont affirmé que l'odeur est importante. Ces $49k$ personnes incluent certaines des $30k$ personnes qui ont laissé entendre que la couleur n'est pas importante.
En d'autres mots, au plus $30k$ des $49k$ ont affirmé que l'odeur est importante et que la couleur n'est pas importante. Donc au moins $49k - 30k$ personnes, ou $19k$ personnes ont laissé entendre que la couleur est importante et que l'odeur est importante.

Or, on sait que 753 personnes ont affirmé que l'odeur et la couleur sont importantes.
Donc 753 est supérieur ou égal à $19k$.

Puisque $19 \times 40 = 760$ et $19 \times 39 = 741$, alors k ne peut dépasser 39.

La valeur minimale de k est donc 16 et la valeur maximale de k est 39.
Il y a donc $39 - 15$ valeurs, ou 24 valeurs possibles de k. Puisque $N = 84k$, il a donc 24 valeurs possibles de N.

Remarque : Il faudrait justifier que chaque valeur de k de 16 à 39 est possible.
D'après le diagramme de Venn, $84k$ personnes ont été sondées.
Donc $84k - (54k - 753) - 753 - (49k - 753)$ personnes, ou $753 - 19k$ personnes sont à l'extérieur des deux cercles.
D'après la recherche d'une valeur minimale, ci-haut, on peut conclure que les expressions $54k - 753$, 753 et $49k - 753$ sont positives pour chacune des valeurs de k de 16 à 39, puisque k est supérieur ou égal à 16. D'après la recherche d'une valeur maximale, ci-haut, on peut conclure que l'expression $753 - 19k$ est positive pour chacune des valeurs de k de 16 à 39, puisque k est inférieur ou égal à 39.
Donc, les quatre quantités sont positives pour chaque valeur de k de 16 à 39, ce qui indique que l'on peut construire un diagramme de Venn pour ces valeurs.

RÉPONSE : (D)