



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 20 février 2014

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 21 février 2014

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Deloitte.

Durée : 60 minutes

©2013 University of Waterloo

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $\frac{15 - 3^2}{3}$?

- (A) 2 (B) 4 (C) 12 (D) 48 (E) 3

2. L'entier 2014 est situé entre les entiers :

- (A) 10^0 et 10^1 (B) 10^1 et 10^2 (C) 10^2 et 10^3
(D) 10^3 et 10^4 (E) 10^4 et 10^5

3. Sachant que $x = 2$, quelle est la valeur de l'expression $(x + 2 - x)(2 - x - 2)$?

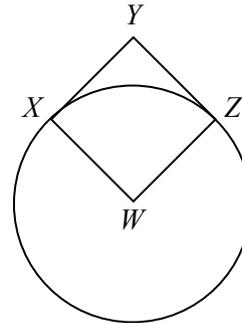
- (A) -12 (B) 4 (C) 0 (D) 12 (E) -4

4. On considère deux entiers strictement positifs x et y tels que $xy = 24$ et $x - y = 5$.
Quelle est la valeur de l'expression $x + y$?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

5. Dans la figure ci-contre, le carré $WXYZ$ a une aire de 9 et W est le centre du cercle. Les points X et Z sont situés sur le cercle. Quelle est l'aire du cercle ?

- (A) 3π (B) 6π (C) 9π
(D) 18π (E) 81π

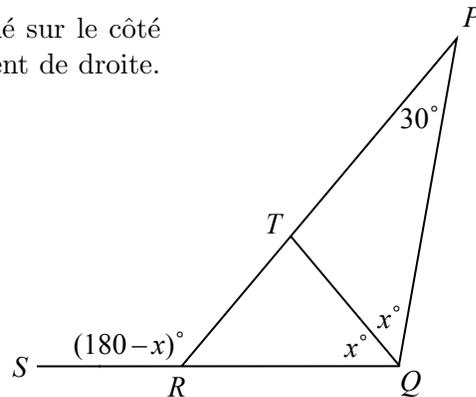


6. Sachant que 50 % de N est égal à 16, quelle est la valeur de 75 % de N ?

- (A) 12 (B) 6 (C) 20 (D) 24 (E) 40

7. Dans la figure ci-contre, le point T est situé sur le côté PR du triangle PQR et QRS est un segment de droite.
Quelle est la valeur de x ?

- (A) 55 (B) 70 (C) 75
(D) 60 (E) 50



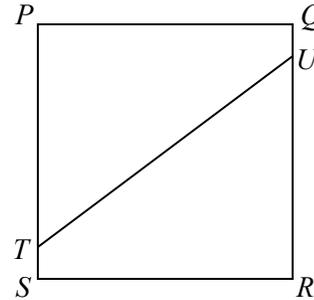
8. Dans un groupe de 5 amis, on sait que :
- Alexa est plus grande que Carla,
 - Dan est plus court qu'Éric, mais plus grand que Boris,
 - Éric est plus court que Carla.

Quelle est la personne la plus courte ?

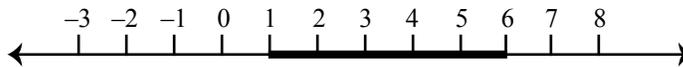
- (A) Alexa (B) Boris (C) Carla (D) Dan (E) Éric

9. Dans la figure ci-contre, $PQRS$ est un carré avec des côtés de longueur 8. Les points T et U sont situés sur les côtés respectifs PS et QR de manière que $QU = TS = 1$. La longueur de TU est plus près de :

- (A) 8,5 (B) 9,9 (C) 10
(D) 10,6 (E) 11,3



10. Un segment de droite de longueur 5 est situé, au départ, entre les nombres 1 et 6 sur la droite numérique.



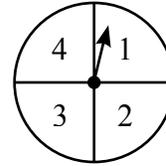
Le segment subit une rotation de 180° , de centre au point 2. L'image du segment est maintenant située entre les points -2 et 3 sur la droite numérique. Cette image subit une rotation de 180° , de centre au point 1. L'image de cette image est maintenant située entre les points suivants sur la droite numérique :

- (A) -2 et 3 (B) -1 et 4 (C) 0 et 5 (D) -3 et 2 (E) -4 et 1

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Sachant que $a = \frac{2}{3}b$ et $b \neq 0$, quelle est la valeur de l'expression $\frac{9a + 8b}{6a}$?
 (A) $\frac{7}{2}$ (B) 9 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$ (E) $\frac{17}{6}$
12. Sachant que $10^x \cdot 10^5 = 100^4$, quelle est la valeur de x ?
 (A) 1 (B) 35 (C) 11 (D) $\frac{4}{5}$ (E) 3
13. Combien y a-t-il d'entiers n entre 10 et 1000 dont la somme des chiffres est égale à 3 ?
 (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 9 (E) 7
14. L'été dernier, Paul a travaillé dans un camp d'été. Chaque jour qu'il travaillait, il gagnait 100 \$ et ses repas étaient gratuits. Chaque jour qu'il ne travaillait pas, il ne gagnait rien et il devait déboursé 20 \$ pour ses repas. Après 70 jours, l'argent qu'il a gagné moins l'argent qu'il a déboursé pour ses repas totalisait 5440 \$.
 Sur les 70 jours, combien de jours Paul a-t-il travaillé ?
 (A) 60 (B) 68 (C) 50 (D) 57 (E) 34

15. Lorsqu'on fait tourner la flèche ci-contre, elle peut s'arrêter sur n'importe quel numéro avec la même probabilité. Diane fait tourner la flèche deux fois. Elle multiplie ensuite les deux numéros sur lesquels la flèche s'est arrêtée. Lequel des produits suivants est le plus probable ?



- (A) 2 (B) 4 (C) 6
(D) 8 (E) 12

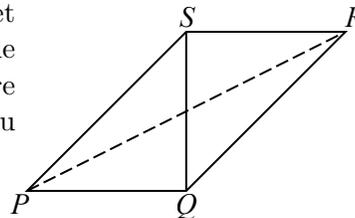
16. Au départ d'un voyage de 5 heures, le compteur kilométrique de la voiture de Jade indique 13 831 km. L'entier 13 831 est un palindrome, car on peut le lire de gauche à droite ou de droite à gauche. À la fin du voyage de 5 heures, le compteur kilométrique indique un nombre qui est un autre palindrome. Sachant que Jade n'a jamais dépassé la vitesse de 80 km/h, la vitesse moyenne maximale qu'elle a pu atteindre est plus près de :

- (A) 62 km/h (B) 20 km/h (C) 42 km/h (D) 16 km/h (E) 77 km/h

17. Sergio vient de lancer un nouveau magasin. Un jour, il détermine que la moyenne d'items vendus par employé, à date, était de 75. Le lendemain, un employé a vendu 6 items, un autre employé a vendu 5 items et une autre employée a vendu 4 items. Les autres employés ont tous vendu 3 items. La moyenne d'items vendus par employé était maintenant de 78,3. Combien y a-t-il d'employés en tout ?

- (A) 50 (B) 5 (C) 20 (D) 40 (E) 30

18. On a découpé un carré le long d'une diagonale et on a placé les morceaux de manière à former le parallélogramme $PQRS$ que l'on retrouve dans la figure ci-contre. Sachant que $PR = 90$ mm, quelle est l'aire du carré initial, en mm^2 ?

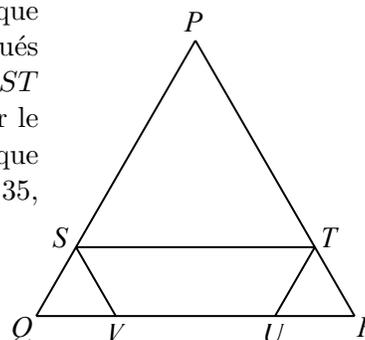


- (A) 324 (B) 1620 (C) 1800
(D) 2025 (E) 2700

19. Max et Min Hee additionnent chacun des groupes d'entiers positifs de trois chiffres. Chacun additionne trois entiers de trois chiffres dont les neuf chiffres sont tous différents. Max crée la somme la plus grande possible. Min Hee crée la somme la plus petite possible. Quelle est la différence entre la somme de Max et celle de Min Hee ?

- (A) 594 (B) 1782 (C) 1845 (D) 1521 (E) 2592

20. Dans la figure ci-contre, le triangle PQR est tel que $PQ = QR = RP = 30$. Les points S et T sont situés sur les côtés respectifs PQ et PR , de manière que ST soit parallèle à QR . Les points V et U sont situés sur le côté QR de manière que TU soit parallèle à PQ et que SV soit parallèle à PR . Sachant que $VS + ST + TU = 35$, quelle est la longueur de VU ?



- (A) 21 (B) 15 (C) 18
(D) 20 (E) 25

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans une boîte, il y a 10 kg d'arachides. On retire 2 kg d'arachides et on ajoute 2 kg de raisins secs et on mélange le tout. On retire 2 kg de ce mélange et on ajoute 2 kg de raisins secs et on mélange le tout de nouveau. Quel est le rapport de la masse d'arachides à la masse de raisins secs dans le mélange final ?

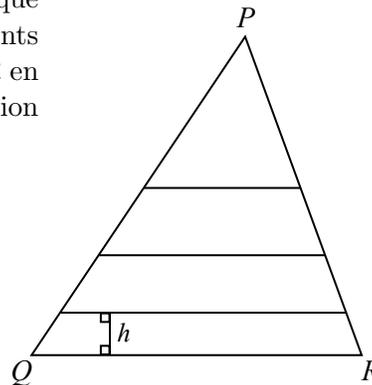
- (A) 3 : 2 (B) 4 : 1 (C) 5 : 1 (D) 7 : 3 (E) 16 : 9

22. Julie parcourt un chemin droit qui relie sa maison (J) à celle de son grand-père (G). Une partie du chemin est sur terrain plat, tandis que d'autres parties sont en montant ou en descendant. Sa voiture descend les côtes à une vitesse de 99 km/h, elle fait 77 km/h sur terrain plat et monte les côtes à une vitesse de 63 km/h. Julie met 3 heures et 40 minutes pour se rendre de J à G . Elle met 4 heures et 20 minutes pour se rendre de G à J . Quelle est la distance entre J et G , en km ?

- (A) $318\frac{2}{3}$ (B) 324 (C) 308 (D) $292\frac{3}{5}$ (E) $292\frac{1}{9}$

23. Dans la figure ci-contre, le triangle PQR est tel que $PQ = 150$ et $PR = QR = 125$. On trace trois segments parallèles à QR , de manière à diviser le triangle PQR en quatre sections de même aire. La hauteur h de la section du bas est plus près de :

- (A) 16,7 (B) 16,9 (C) 16,5
(D) 16,3 (E) 16,1



24. Mohamed a huit boîtes numérotées de 1 à 8 et huit boules numérotées de 1 à 8. De combien de façons peut-il placer les boules dans les boîtes de manière que chaque boîte reçoive une boule, que la boule 1 ne se retrouve pas dans la boîte 1, que la boule 2 ne se retrouve pas dans la boîte 2 et que la boule 3 ne se retrouve pas dans la boîte 3 ?

- (A) 27 240 (B) 29 160 (C) 27 360 (D) 27 600 (E) 25 200

25. Les points $P(r, s)$ et $Q(t, u)$ sont situés sur la parabole d'équation $y = x^2 - \frac{1}{5}mx + \frac{1}{5}n$ de manière que $PQ = 13$ et que la pente de PQ soit égale à $\frac{12}{5}$. Combien y a-t-il de couples (m, n) d'entiers strictement positifs, $n \leq 1000$, pour lesquels $r + s + t + u = 27$?

- (A) 28 (B) 26 (C) 27 (D) 29 (E) 25



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2014!

En 2013, plus de 65 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.