



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Cayley

(10^e année – Sec. IV)

le jeudi 20 février 2014

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 21 février 2014

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Deloitte.

Durée : 60 minutes

©2013 University of Waterloo

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $2000 - 80 + 200 - 120$?

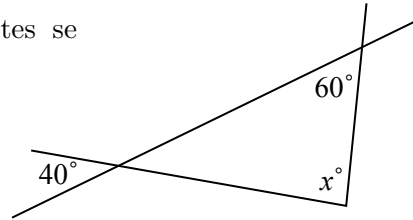
- (A) 2000 (B) 1600 (C) 2100 (D) 1860 (E) 1760

2. Sachant que $(2)(3)(4) = 6x$, quelle est la valeur de x ?

- (A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 3 (E) 4

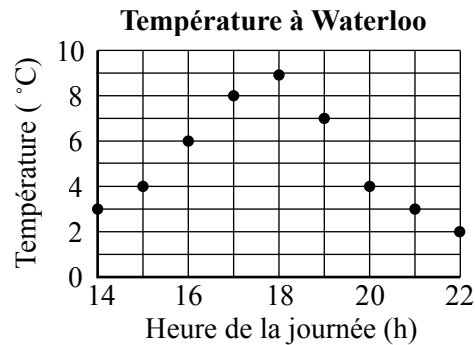
3. Dans la figure ci-contre, trois segments de droites se coupent deux à deux. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 40 (B) 60 (C) 80
(D) 100 (E) 120



4. À 14 heures, Sanjay note la température qui est de 3°C . Il note la température à chaque heure jusqu'à 22 heures. Il inscrit les températures dans le diagramme ci-contre. À quelle heure, après 14 heures, a-t-il obtenu une température de 3°C ?

- (A) 21 heures (B) 17 heures (C) 20 heures
(D) 22 heures (E) 19 heures



5. Sachant que $2n + 5 = 16$, quelle est la valeur de l'expression $2n - 3$?

- (A) 8 (B) 10 (C) 18 (D) 14 (E) 7

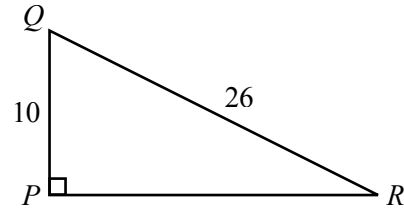
6. Lorsque les nombres 3 , $\frac{5}{2}$ et $\sqrt{10}$ sont placés en ordre croissant, on obtient :

- (A) $3, \frac{5}{2}, \sqrt{10}$ (B) $\frac{5}{2}, 3, \sqrt{10}$ (C) $\sqrt{10}, \frac{5}{2}, 3$ (D) $\frac{5}{2}, \sqrt{10}, 3$ (E) $3, \sqrt{10}, \frac{5}{2}$

7. Margot considère le nombre 100. Elle augmente ce nombre de 20 %, puis elle augmente le résultat de 50 %. Comme réponse finale, elle obtient :

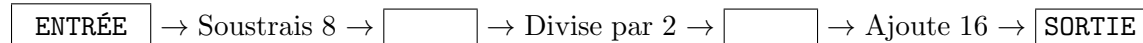
- (A) 120 (B) 240 (C) 187,5 (D) 200 (E) 180

8. Dans triangle RPQ ci-contre, on a $\angle RPQ = 90^\circ$, $PQ = 10$ et $QR = 26$.
Quelle est l'aire du triangle PQR ?
- (A) 100 (B) 120 (C) 130
(D) 60 (E) 312



9. Dans un groupe de 5 amis, on sait que
- Alexa est plus grande que Carla,
 - Dan est plus court qu'Éric, mais plus grand que Boris,
 - Éric est plus court que Carla.
- Quelle est la personne la plus courte ?
- (A) Alexa (B) Boris (C) Carla (D) Dan (E) Éric

10. On considère l'ordinogramme suivant :

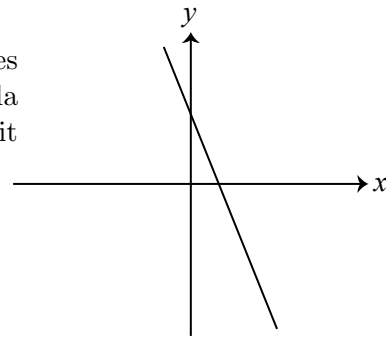


Si la SORTIE est 32, alors l'ENTRÉE devait être :

- (A) 16 (B) 28 (C) 36 (D) 40 (E) 32

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Une droite coupe la partie positive de l'axe des abscisses et la partie positive de l'axe des ordonnées, comme dans la figure ci-contre. Laquelle des équations suivantes pourrait représenter cette droite ?



- (A) $y = 2x + 7$ (B) $y = 4$ (C) $y = -3x - 5$
(D) $y = 5x - 2$ (E) $y = -2x + 3$

12. Sachant que $x = 2y$ et $y \neq 0$, alors l'expression $(x - y)(2x + y)$ est égale à :

- (A) $5y^2$ (B) y^2 (C) $3y^2$ (D) $6y^2$ (E) $4y^2$

13. Dans une usine, Érica peut monter 3 calculatrices dans le temps que met Nico pour monter 2 calculatrices. Nico peut monter 1 calculatrice dans le temps que met Sami pour monter 3 calculatrices. Combien de calculatrices Érica, Nico et Sami peuvent-ils monter en tout dans le temps que met Érica pour monter 9 calculatrices ?

- (A) 30 (B) 24 (C) 27 (D) 81 (E) 33

14. L'espace en mémoire d'un ordinateur se mesure en gigaoctets (GO) et en mégaoctets (MO), où $1 \text{ GO} = 1024 \text{ MO}$. Julie a un disque dur de 300 GO et elle y place 300 000 MO de données. Combien d'espace y a-t-il de disponible sur le disque dur ?

(A) 72 MO (B) 720 MO (C) 7200 MO (D) 7,2 GO (E) 72 GO

15. Dans le quadrillage 4×4 ci-contre, les quatre signes ont des valeurs différentes. La somme des valeurs des signes de chaque rangée est donnée à la droite du quadrillage. Quelle est la valeur de \blacklozenge ?

♡	△	△	♡	26
△	△	△	△	24
□	♠	♡	♠	27
□	♡	□	△	33

(A) 5 (B) 6 (C) 7
(D) 8 (E) 9

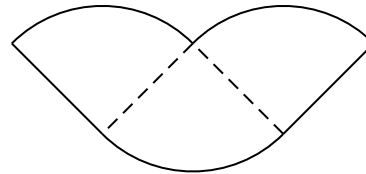
16. Le tableau indique les résultats d'un sondage auprès des élèves. On leur demandait combien ils avaient mangé de hamburgers lors de la fête de fin d'année.

Nombre de hamburgers	0	1	2	3	4
Nombre d'élèves	12	14	8	4	2

En moyenne, combien de hamburgers chaque élève a-t-il mangés ?

(A) 1,8 (B) 2 (C) 1,25 (D) 2,5 (E) 8

17. Un disque ayant une aire de 36π a été découpé en quarts et trois des morceaux sont placés comme dans la figure ci-contre. Quel est le périmètre de cette figure ?



(A) $6\pi + 12$ (B) $9\pi + 12$ (C) $9\pi + 18$
(D) $27\pi + 12$ (E) $27\pi + 24$

18. Sonita a acheté des timbres de 2 ¢ au bureau de poste. Elle a aussi acheté dix fois plus de timbres de 1 ¢ que de timbres de 2 ¢. De plus, elle a acheté des timbres de 5 ¢. Ce sont les seuls timbres qu'elle a achetés. La valeur totale des timbres qu'elle a achetés est de 100 ¢. Combien de timbres Sonita a-t-elle achetés en tout ?

(A) 66 (B) 30 (C) 44 (D) 63 (E) 62

19. On choisit au hasard deux nombres différents de l'ensemble $\{-3, -1, 0, 2, 4\}$ et on les multiplie. Quelle est la probabilité d'obtenir un produit de 0 ?

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$

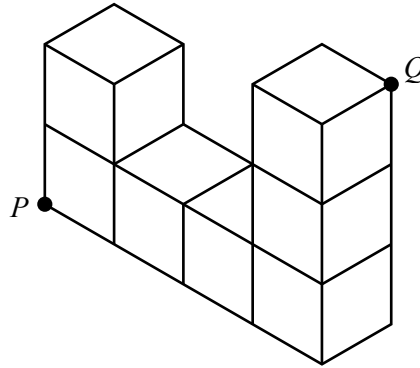
20. Étant donné un entier positif $wxyz$ de quatre chiffres, avec $w \neq 0$, la somme en dégradé de cet entier est égale à $wxyz + xyz + yz + z$. Par exemple, la somme en dégradé du nombre 4089 est égale à $4089 + 089 + 89 + 9$, ou 4276. Sachant que la somme en dégradé du nombre $wxyz$ est égale à 2014, quelle est la valeur de l'expression $w + x + y + z$?

(A) 12 (B) 15 (C) 11 (D) 13 (E) 10

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. La figure ci-dessous représente un solide formé de sept cubes identiques ayant des arêtes de longueur 1. Comme on le voit, des faces entières des cubes sont collées les unes aux autres. Quelle est la distance du point P au point Q ?

(A) $\sqrt{20}$ (B) $\sqrt{26}$ (C) $\sqrt{14}$
(D) $\sqrt{18}$ (E) $\sqrt{30}$



22. On forme un entier positif de cinq chiffres en utilisant chacun des chiffres impairs 1, 3, 5, 7, 9 une seule fois de manière que
- le chiffre des milliers est plus grand que le chiffre des centaines,
 - le chiffre des milliers est plus grand que le chiffre des dix milliers,
 - le chiffre des dizaines est plus grand que le chiffre des centaines et
 - le chiffre des dizaines est plus grand que le chiffre des unités.

Combien y a-t-il de tels entiers positifs de cinq chiffres ?

(A) 12 (B) 8 (C) 16 (D) 14 (E) 10

23. Trois amis se retrouvent au parc. Bob et Clarice sont debout au même endroit, tandis qu'Alain est debout à une distance de 10 m des deux autres. Bob choisit une direction au hasard et se met à marcher jusqu'à ce qu'il soit à 10 m de Clarice. Quelle est la probabilité pour que Bob soit plus près d'Alain que Clarice ne l'est d'Alain ?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{\pi}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{6}$

24. Étant donné un entier n strictement positif, soit $S(n)$ le plus petit entier strictement positif divisible par chacun des entiers $1, 2, 3, \dots, n$. Par exemple, $S(5) = 60$. Combien y a-t-il d'entiers strictement positifs n , où $1 \leq n \leq 100$, tels que $S(n) = S(n+4)$?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

25. Un point P est situé sur l'axe des ordonnées de manière que son ordonnée soit supérieure à 0 et inférieure à 100. On trace un cercle qui passe aux points P , $Q(4, 4)$ et $O(0, 0)$. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point P de manière que le rayon du cercle soit un entier ?

(A) 2 (B) 68 (C) 66 (D) 65 (E) 67



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2014!

En 2013, plus de 65 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Galois;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.