Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Les solutions de 8ième année suit les solutions de 7ième année

Concours Gauss 2013

(7^{e} et 8^{e} années – Secondaire I et II)

le mercredi 15 mai 2013
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 16 mai 2013
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

Personnel du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

Comité du concours Gauss

7e année

1. On a : $(5 \times 3) - 2 = 15 - 2 = 13$

Réponse : (E)

2. *Solution 1*
Un multiple de 9 est un entier qui est le produit de 9 et d'un entier.
Parmi les choix de réponse, seul 45 est le produit de 9 et d'un entier. En effet, $45 = 9 \times 5$.

Solution 2
Un entier est un multiple de 9 si son quotient, par une division par 9, est un entier.
Seul le choix de réponse 45 donne un quotient entier. En effet, $45 \div 9 = 5$.

Réponse : (D)

3. Trente-six centièmes est égal à $\frac{36}{100}$, ou 0,36.

Réponse : (A)

4. On regroupe les termes entre parenthèses, comme suit : $(1+1-2)+(3+5-8)+(13+21-34)$.
On voit que chaque parenthèse a une valeur de 0.
Donc, $1+1-2+3+5-8+13+21-34$ a une valeur de 0.

Réponse : (D)

5. Puisque PQ est un segment de droite, la somme des mesures des trois angles est égale à 180°.
On a donc $90^\circ + x^\circ + 20^\circ = 180^\circ$, d'où $x^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ$, ou $x = 70$.

Réponse : (B)

6. Nico a six pièces de 5 ¢ pour une valeur de 6×5 ¢, ou 30 ¢.
Il a deux pièces de 10 ¢ pour une valeur de 2×10 ¢, ou 20 ¢.
Il a aussi une pièce de 25 ¢.
En tout, Nico a 30 ¢ + 20 ¢ + 25 ¢, ou 75 ¢.

Réponse : (B)

7. *Solution 1*
Pour déterminer le plus petit nombre de l'ensemble $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}\right\}$, on utilise un dénominateur commun, soit 12. L'ensemble $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}\right\}$ est équivalent à l'ensemble $\left\{\frac{1\times6}{2\times6}, \frac{2\times4}{3\times4}, \frac{1\times3}{4\times3}, \frac{5\times2}{6\times2}, \frac{7}{12}\right\}$, ou à l'ensemble $\left\{\frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12}, \frac{7}{12}\right\}$.
Le plus petit de ces nombres est $\frac{3}{12}$. Donc, le plus petit nombre de l'ensemble donné est $\frac{1}{4}$.

Solution 2
À l'exception du nombre $\frac{1}{4}$, chaque nombre est supérieur ou égal à $\frac{1}{2}$.
En effet, on voit que chaque numérateur est supérieur ou égal à la moitié de son dénominateur.
Puisque $\frac{1}{4}$ est le seul nombre inférieur à $\frac{1}{2}$, il doit être le plus petit nombre de l'ensemble.

Réponse : (C)

8. Puisque Ahmed s'arrête pour parler à Kee à un quart du chemin, les 12 km qui restent correspondent à $1 - \frac{1}{4}$, ou $\frac{3}{4}$, de la distance totale.
Donc, $\frac{1}{4}$ de la distance totale correspond à 4 km, soit 3 fois moins.
Donc, Ahmed a parcouru 4 km jusqu'à Kee et il continue sur 12 km.
En tout, il parcourt 4 km + 12 km, ou 16 km.

Réponse : (B)

9. Lorsque $n = 4$, l'expression doit donner une valeur de 7.
Dans le tableau suivant, on reporte $n = 4$ dans chaque expression pour en déterminer la valeur.

Expression	Valeur
(A) $3n - 2$	$3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$
(B) $2(n - 1)$	$2(4 - 1) = 2(3) = 6$
(C) $n + 4$	$4 + 4 = 8$
(D) $2n$	$2(4) = 8$
(E) $2n - 1$	$2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$

Puisque $2n - 1$ est la seule expression qui donne une valeur de 7 lorsque $n = 4$, il s'agit de la seule expression possible. On peut vérifier que l'expression $2n - 1$ donne les autres valeurs, soit $1, 3, 5$ et 9, lorsque n prend les valeurs respectives $1, 2, 3$ et 5.
(En évaluant les expressions lorsque $n = 1$, on aurait pu éliminer les choix de réponse (B), (C) et (D). En évaluant les expressions (A) et (E) lorsque $n = 2$, on aurait pu éliminer le choix (A). En reportant les valeurs $n = 3$, $n = 4$ et $n = 5$ dans l'expression (E), on aurait confirmé le choix de réponse (E).)

Réponse : (E)

10. Pour que la différence $UVW - XYZ$ soit aussi grande que possible, on rend UVW aussi grand que possible et XYZ aussi petit que possible.
Le chiffre des centaines d'un nombre contribue davantage à la valeur du nombre que le chiffre des dizaines et celui-ci contribue davantage que le chiffre des unités.
On forme donc la plus grande valeur possible du nombre UVW en choisissant 9 (le plus grand chiffre disponible) comme chiffre des centaines U, en choisissant 8 (le plus grand chiffre disponible suivant) comme chiffre des dizaines V et en choisissant 7 (le plus grand chiffre disponible suivant) comme chiffre des unités W.
De même, on forme la plus petite valeur possible du nombre XYZ en choisissant 1 (le plus petit chiffre disponible) comme chiffre des centaines X, en choisissant 2 (le plus petit chiffre disponible suivant) comme chiffre des dizaines Y et en choisissant 3 (le plus petit chiffre disponible suivant) comme chiffre des unités Z.
La plus grande valeur possible de $UVW - XYZ$ est donc égale à $987 - 123$, ou 864.

Réponse : (B)

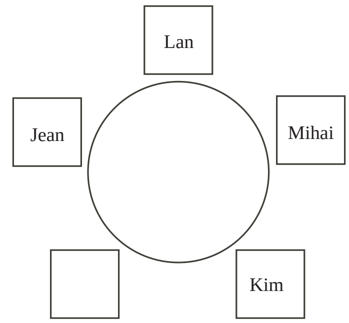
11. Chaque face du cube est un carré qui mesure 1 cm sur 1 cm. Par définition, chaque face a donc une aire de $1\,\text{cm}^2$.
Puisque le cube a 6 faces identiques, il a une aire totale de $6 \times 1\,\text{cm}^2$, ou $6\,\text{cm}^2$.

Réponse : (E)

12. Le plus grand commun diviseur de deux nombres est le plus grand nombre qui puisse diviser ces deux nombres sans laisser de reste. On procède par essais systématiques.
Choix (A) : On voit qu'on peut diviser 200 et 2000 par 200 sans laisser de reste. Donc, 20 n'est pas le plus grand commun diviseur, ce qui élimine ce choix.
Choix (B) : Lorsqu'on divise 50 par 20, on obtient un reste, ce qui élimine ce choix.
Choix (C) : Lorsqu'on divise 20 et 40 par 20, on obtient 1 et 2. Donc, le plus grand commun diviseur de ces nombres est 20.
Choix (D) : Lorsqu'on divise 25 par 20, on obtient un reste, ce qui élimine ce choix.
Choix (E) : On voit qu'on peut diviser 40 et 80 par 40 sans laisser de reste. Donc, 20 n'est pas le plus grand commun diviseur, ce qui élimine ce choix.
Donc, le bon choix de réponse est (C).

Réponse : (C)

13. Puisque Lan et Mihai sont assis l'un à côté de l'autre et que Jean et Kim ne le sont pas, il n'y a qu'une seule position possible pour la chaise vide (celle de Nahel), soit entre Jean et Kim, comme dans la figure ci-contre. Donc, les 2 personnes assises de chaque côté de Nahel sont Jean et Kim.



Réponse : (B)

14. Puisque $x = 4$, l'équation $3x + 2y = 30$ devient $3 \times 4 + 2y = 30$, ou $12 + 2y = 30$.
Or, on sait que $12 + 18 = 30$. Donc $2y = 18$.
Puisque $2 \times 9 = 18$, alors $y = 9$.

Réponse : (E)

15. Chaque fois que Daniel met la main dans le bocal, il retire la moitié des pièces qui sont dans le bocal. Le tableau suivant tient compte des pièces qui restent.

Nombre de fois que l'argent est retiré	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de pièces qui restent dans le bocal	64	32	16	8	4	2	1

Daniel doit mettre la main dans le bocal 6 fois pour qu'il reste exactement une pièce de monnaie dans le bocal.

Réponse : (C)

16. *Solution 1*
On considère les cinq entiers pairs consécutifs 8,10,12,14,16.
Leur moyenne est égale à $\frac{8+10+12+14+16}{5}$, ou $\frac{60}{5}$, ou 12.
Si les cinq entiers pairs consécutifs étaient plus petits, leur moyenne serait plus petite que 12.
S'ils étaient plus grands, leur moyenne serait plus grande que 12.
Les entiers 8,10,12,14,16 sont donc ceux dont on parle.
La moyenne du plus grand et du plus petit est égale à $\frac{8+16}{2}$, ou $\frac{24}{2}$, ou 12.

Solution 2
La moyenne de cinq entiers pairs consécutifs est le nombre du milieu, c'est-à-dire le troisième.
En effet, on voit que le plus petit nombre est 4 de moins que le nombre du milieu, tandis que le plus grand nombre est 4 de plus que le nombre du milieu.
Donc, la moyenne du plus petit nombre et du plus grand nombre est égale au nombre du milieu.
De même, le deuxième nombre est 2 de moins que le nombre du milieu, tandis que le quatrième nombre est 2 de plus que le nombre du milieu.
Donc, la moyenne du deuxième nombre et du quatrième nombre est égale au nombre du milieu.
Puisque les cinq nombres ont une moyenne de 12, le nombre du milieu est 12.
La moyenne du plus petit nombre et du plus grand nombre est donc égale à 12.

Réponse : (A)

17. Pour chaque 3 chocolats que Claire achète au prix régulier, elle achète un quatrième chocolat au prix de 25 ¢. Puisqu'elle achète 12 chocolats en tout, on peut considérer qu'elle a acheté 3 groupes de 4 chocolats.
Dans chaque groupe de 4 chocolats, il y a 3 chocolats achetés au prix régulier et un chocolat acheté au prix de 25 ¢. Donc, Claire a acheté 9 chocolats au prix régulier et 3 chocolats au prix

de 25 ¢ chacun.
Ces trois chocolats lui ont coûté 3×25 ¢ en tout, ou 75 ¢.
Puisque Claire a payé 6,15 \$ en tout et que les trois chocolats au prix spécial ont coûté 0,75 \$, les 9 chocolats au prix régulier ont coûté 6,15 \$ − 0,75 \$, ou 5,40 \$.
Elle a donc payé 5,40 \$ pour 9 chocolats au prix régulier, soit $\frac{5{,}40\,\$}{9}$ par chocolat, ou 0,60 \$ par chocolat.
Le prix régulier d'un chocolat est donc de 60 ¢.

Réponse : (C)

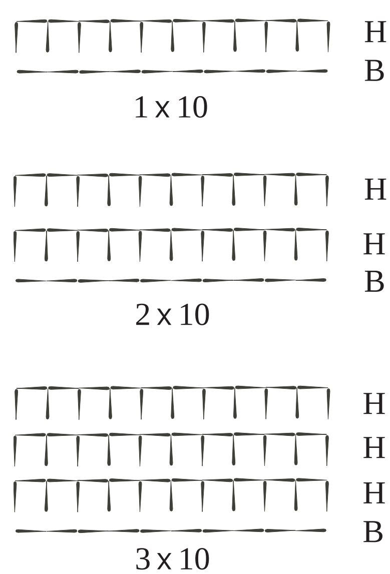
18. L'aire totale des régions ombrées est égale à l'aire du carré $JKLM$ moins l'aire de la partie du rectangle $PQRS$ qui chevauche $JKLM$.
Puisque $JK = 8$, le carré $JKLM$ a une aire de 8×8, ou 64.
Puisque JK est parallèle à PQ, alors la partie du rectangle $PQRS$ qui chevauche le carré est un rectangle. Sa longueur est égale à JK, soit 8, et sa hauteur est égale à PS, soit 2.
Donc, la partie du rectangle $PQRS$ qui chevauche le carré a une aire égale à 8×2, ou 16.
L'aire totale des régions ombrées est donc égale à $64 - 16$, ou 48.

Réponse : (D)

19. On sait qu'avec ce dé particulier, la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est égale à $\frac{1}{2}$. Donc, la moitié des 6 faces du dé, c'est-à-dire 3 faces, doivent avoir un nombre qui est un multiple de 3.
On peut donc éliminer le choix (A) qui a 2 multiples de 3 sur ses faces (3 et 6), ainsi que le choix (E) qui a 4 multiples de 3 sur ses faces (3, 3, 3 et 6).
On sait aussi que la probabilité d'obtenir un nombre pair est égale à $\frac{1}{3}$. Donc, un tiers des 6 faces du dé, soit 2 faces, doivent avoir un nombre pair.
On peut donc éliminer le choix (C) qui a 4 nombres pairs sur ses faces (2, 4, 6 et 6), ainsi que le choix (D) qui a 3 nombres pairs sur ses faces (2, 4 et 6).
Il reste le choix (B) qui doit être le bon choix. Dans ce choix, il y a exactement 3 multiples de 3 (3, 3 et 6) et 2 nombres pairs (2 et 6).

Réponse : (B)

20. Dans la 1re figure ci-contre, le quadrillage 1×10 a été séparé en deux parties.
La partie du haut, H, est formée de 11 cure-dents verticaux et 11 cure-dents horizontaux pour un total de 21 cure-dents.
La partie du bas, B, est formée de 10 cure-dents horizontaux.
Dans la 2e figure, le quadrillage 2×10 a été séparé en 2 parties H et 1 partie B.
Dans la 3e figure, le quadrillage 3×10 a été séparé en 3 parties H et 1 partie B.



En continuant de cette façon, on peut conclure qu'un quadrillage $n \times 10$ peut être séparé en n parties H et 1 partie B.
Donc, un quadrillage 43×10 peut être séparé en 43 parties H et 1 partie B.
Chaque partie H est formée de 11 cure-dents verticaux et 11 cure-dents horizontaux pour un total de 21 cure-dents. La partie B est formée de 10 cure-dents horizontaux.
Le nombre total de cure-dents dans un quadrillage 43×10 est égal à $(43 \times 21) + (1 \times 10)$, ou $903 + 10$, ou 913.

Réponse : (A)

21. La somme des chiffres de la colonne des unités est égale à $P+P+P$, ou $3P$. Puisque la somme des chiffres de cette colonne se termine par un 7, il faut que le produit $3P$ se termine par un 7. Puisque P est un chiffre, il faut que $P = 9$. On a donc :

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 7 & 9 \\ & 6 & Q & 9 \\ + & Q & Q & 9 \\ \hline 1 & 9 & 9 & 7 \end{array}$$

La somme des chiffres de la colonne des unités est donc égale à $9+9+9$, ou 27. Il y a donc une retenue de 2 qui est ajoutée à la colonne des dizaines.
La somme des chiffres de la colonne des dizaines, y compris la retenue, est donc égale à $2+7+Q+Q$, ou $9+2Q$. Puisque cette somme $9+2Q$ se termine par un 9, alors $2Q$ doit se terminer par un 0 (car $9+0=9$).
Puisque Q est un chiffre et que $2Q$ se termine par un 0, on doit avoir $Q = 0$ ou $Q = 5$.
Si $Q = 0$, la somme des chiffres de la colonne des dizaines est égale à 9 et il n'y a aucune retenue qui est ajoutée à la colonne des centaines. La somme des chiffres de la colonne des centaines est alors égale à $7+6+0$, ou 13, ce qui ne correspond pas au 9 dans la somme au bas. On peut donc conclure que Q n'est pas égal à 0.
Donc $Q = 5$. Donc $P + Q = 14$.
On a donc la situation suivante. On peut vérifier que l'addition est bonne.

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 7 & 9 \\ & 6 & 5 & 9 \\ + & 5 & 5 & 9 \\ \hline 1 & 9 & 9 & 7 \end{array}$$

RÉPONSE : (C)

22. On représente les nombres de certaines cases de la 4e rangée par les lettres m et n, comme dans le tableau ci-contre. Donc, $10, m, 36$ et n sont quatre termes consécutifs d'une suite arithmétique.
On remarque que 36 est 26 de plus que 10. Or, pour passer de 10 à 36, dans cette suite, il faut ajouter la constante deux fois. Puisque $\frac{26}{2} = 13$, il faut que la constante soit 13. On a donc $m = 10+13$ (ou $m = 23$), $23+13 = 36$ et $n = 36+13$ (ou $n = 49$).
On voit que $10, 23, 36, 49$ est bien une suite arithmétique.
Dans la 4e colonne, il y a une différence de 24 entre 25 et n (qui est égal à 49). Or, pour passer de 25 à 49, il faut ajouter la constante deux fois. Puisque $\frac{24}{2} = 12$, la constante est égale à 12. On a donc $x = 25 + 12$, ou $x = 37$.
On peut voir le tableau rempli ci-contre.

1			
4			25
7			*x*
10	*m*	36	*n*

1	5	9	13
4	11	18	25
7	17	27	37
10	23	36	49

RÉPONSE : (A)

23. Le triangle PQR est isocèle et rectangle, car $PQ = QR$ et $\angle PQR = 90^\circ$.
On a donc $\angle QPR = \angle QRS = 45^\circ$.
Si on considère la base PR de ce triangle, la hauteur correspondante QS coupe la base en son milieu S. Les triangles SQP et SQR sont donc identiques et leur aire est $\frac{1}{2}$ de celle du triangle PQR.

Le triangle SQR est isocèle et rectangle, car $\angle QSR = 90^\circ$ et $\angle QRS = 45^\circ$, d'où $\angle SQR = 45^\circ$. Donc $SQ = SR$.

Comme pour le triangle précédent, la hauteur ST coupe la base QR en son milieu T de manière à former deux triangles identiques, SQT et SRT. L'aire de chacun de ces triangles est donc $\frac{1}{2}$ de l'aire du triangle SQR, ou $\frac{1}{4}$ de l'aire du triangle PQR.

De même, la hauteur TU du triangle RST divise ce triangle en deux triangles identiques, STU et RTU. Chacun de ces triangles a une aire égale à $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de l'aire du triangle PQR, ou $\frac{1}{8}$ de l'aire du triangle PQR.

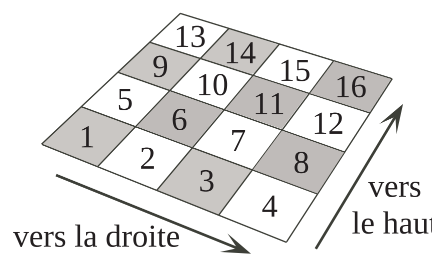
De même, la hauteur UV du triangle RTU coupe ce triangle en deux triangles identiques, RUV et TUV. Chacun de ces triangles a une aire égale à $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{8}$ de l'aire du triangle PQR, ou $\frac{1}{16}$ de l'aire du triangle PQR.

De même, la hauteur VW du triangle RUV divise ce triangle en deux triangles identiques, UVW et RVW. Chacun de ces triangles a une aire égale à $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{16}$ de l'aire du triangle PQR, ou $\frac{1}{32}$ de l'aire du triangle PQR.

Puisque l'aire du triangle STU est $\frac{1}{8}$ de l'aire du triangle PQR et que l'aire du triangle UVW est $\frac{1}{32}$ de l'aire du triangle PQR, que $\frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{4+1}{32}$, ou $\frac{5}{32}$, alors la partie ombrée correspond à $\frac{5}{32}$ du triangle PQR.

Réponse : (D)

24. On numérote les cases du damier comme dans la figure ci-contre. Un roulement vers le haut est noté H et un roulement vers la droite est noté D.



On déterminera d'abord les cases qui ne seront pas en contact avec la face du cube qui contient le cercle, puis on démontrera que les autres cases du damier seront en contact avec cette face du cube.

En position initiale, on voit que la case 1 n'est pas en contact avec la face qui contient le cercle. Elle ne le sera donc jamais.

Pour atteindre les cases 2, 3 et 4, il faut rouler le cube vers la droite et aucune de ces cases ne sera en contact avec la face du cube qui contient le cercle (les séquences de roulements pour atteindre ces cases respectives sont D, DD et DDD), car cette face est toujours sur le devant.

Pour atteindre les cases 5 et 9, il faut rouler le cube vers le haut, et dans chaque cas, la face qui contient le cercle n'est jamais en contact avec ces cases (les séquences de roulements pour atteindre ces cases respectives sont H et HH).

La case 6 peut être atteinte par deux séquences de roulements, soit DH ou HD, et dans chaque cas, la face qui contient le cercle n'est jamais en contact avec cette case.

La case 10 peut être atteinte par trois séquences de roulements, soit HHD, HDH ou DHH et dans chaque cas, la face qui contient le cercle n'est jamais en contact avec cette case.

Il arrive que ces huit cases $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10)$ sont les seules cases qui ne seront jamais en contact avec la face du cube qui contient le cercle.

Dans le tableau suivant, on indique, pour chaque autre case, une séquence de roulements qui fait en sorte que la face du cube qui contient le cercle arrive sur cette case.

Dans la troisième colonne, on indique la position de la face du cube qui contient le cercle après chaque roulement de la séquence.

On utilise les lettres G pour gauche, D pour droite, H pour haut, B pour bas, A pour arrière et F pour le devant (de face).

Case	Séquence de roulements	Position du cercle
7	HDD	HDB
8	$DHDD$	$FHDB$
11	$HDHD$	$HDDB$
12	$DHDHD$	$FHDDB$
13	HHH	HAB
14	$DHHH$	$FHAB$
15	$DDHHH$	$FFHAB$
16	$DDDHHH$	$FFFHAB$

Donc, 8 cases du damier ne seront jamais en contact avec la face du cube qui contient un cercle, quel que soit le trajet.

Réponse : (C)

25. Soit b, v, r, j et o les nombres respectifs de billets bleus, verts, rouges, jaunes et orangés.
On sait que $b : v : r = 1 : 2 : 4$ et $v : j : o = 1 : 3 : 6$.
Seule la lettre v parait dans les deux rapports. Pour qu'elle ait la même valeur dans les deux rapports, on multiplie les membres du deuxième rapport par 2. Le rapport $1 : 3 : 6$ devient $2 : 6 : 12$, ce qui est équivalent.
On a donc $b : \mathbf{v} : r = 1 : \mathbf{2} : 4$ et $\mathbf{v} : j : o = \mathbf{2} : 6 : 12$. Puisque v est égal à 2 dans les deux rapports, on peut combiner les deux rapports pour obtenir $b : v : r : j : o = 1 : 2 : 4 : 6 : 12$.
Donc pour chaque billet bleu, il y a 2 billets verts, 4 billets rouges, 6 billets jaunes et 12 billets orangés, pour un total de $1 + 2 + 4 + 6 + 12$, ou 25 billets.
Puisqu'il y a 400 billets en tout et qu'on peut les regrouper en groupes de 25, on peut former 16 groupes, car $16 \times 25 = 400$.
Il y a donc 16 billets bleus, 32 billets verts ($16 \times 2 = 32$), 64 billets rouges ($16 \times 4 = 64$), 96 billets jaunes ($16 \times 6 = 96$) et 192 billets orangés ($16 \times 12 = 192$).
Il reste à déterminer le plus petit nombre de billets qu'il faut tirer de la boite pour s'assurer qu'on a tiré au moins 50 billets d'une même couleur.
Il est important de comprendre que l'on pourrait tirer 49 billets d'une même couleur sans *s'assurer* qu'on a tiré au moins 50 billets d'une même couleur.
Ainsi il serait possible que les 195 premiers billets tirés soient 49 billets orangés, 49 billets jaunes, 49 billets rouges, tous les 32 billets verts et tous les 16 billets bleus ($49+49+49+32+16 = 195$).
Dans ce cas, le billet suivant que l'on tire devrait être un billet orangé, jaune ou rouge, car tous les billets verts et bleus auraient déjà été tirés. Ce billet suivant serait donc le 50$^{\text{e}}$ billet orangé, jauge ou rouge.
Donc, le plus petit nombre de billets qu'il faut tirer de la boite pour s'assurer qu'on a tiré au moins 50 billets d'une même couleur est 196.

Réponse : (D)

8e année

1. On a : $10^2 + 10 + 1 = 10 \times 10 + 10 + 1 = 100 + 10 + 1 = 111$

Réponse : (D)

2. On a : $15 - 3 - 15 = 12 - 15 = -3$

Réponse : (D)

3. *Solution 1*
Pour déterminer le plus petit nombre de l'ensemble $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}\right\}$, on utilise un dénominateur commun, soit 12. L'ensemble $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}\right\}$ est équivalent à l'ensemble $\left\{\frac{1\times6}{2\times6}, \frac{2\times4}{3\times4}, \frac{1\times3}{4\times3}, \frac{5\times2}{6\times2}, \frac{7}{12}\right\}$, ou à l'ensemble $\left\{\frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12}, \frac{7}{12}\right\}$.
Le plus petit de ces nombres est $\frac{3}{12}$. Donc, le plus petit nombre de l'ensemble donné est $\frac{1}{4}$.
Solution 2
À l'exception du nombre $\frac{1}{4}$, chaque nombre est supérieur ou égal à $\frac{1}{2}$.
En effet, on voit que chaque numérateur est supérieur ou égal à la moitié de son dénominateur.
Puisque $\frac{1}{4}$ est le seul nombre inférieur à $\frac{1}{2}$, il doit être le plus petit nombre de l'ensemble.

Réponse : (C)

4. Puisque Ahmed s'arrête pour parler à Kee à un quart du chemin, les 12 km qui restent correspondent à $1 - \frac{1}{4}$, ou $\frac{3}{4}$, de la distance totale.
Donc, $\frac{1}{4}$ de la distance totale correspond à 4 km, soit 3 fois moins.
Donc, Ahmed a parcouru 4 km jusqu'à Kee et il continue sur 12 km.
En tout, il parcourt 4 km + 12 km, ou 16 km.

Réponse : (B)

5. Puisque Jarek a multiplié un nombre par 3 pour obtenir 90, le nombre qu'il a multiplié doit être 30, car $\frac{90}{3} = 30$ ou $30 \times 3 = 90$.
Si, au contraire, Jarek divisait le nombre 30 par 3, il obtiendrait 10.

Réponse : (B)

6. *Solution 1*
On évalue le membre de gauche de l'équation :
$10 \times 20 \times 30 \times 40 \times 50 = 200 \times 30 \times 40 \times 50 = 6000 \times 40 \times 50 = 240\,000 \times 50 = 12\,000\,000$.
De même, on évalue le produit du membre de droite de l'équation :
$100 \times 2 \times 300 \times 4 \times \square = 200 \times 300 \times 4 \times \square = 60\,000 \times 4 \times \square = 240\,000 \times \square$.
L'équation devient donc $12\,000\,000 = 240\,000 \times \square$.
Puisque $12\,000\,000 \div 240\,000 = 50$, on doit placer le nombre 50 dans la case.

Solution 2
Le produit des deux premiers nombres du membre de gauche est égal au produit des deux premiers nombres du membre de droite, c'est-à-dire que $10 \times 20 = 200 = 100 \times 2$.
De même, le produit des 3e et 4e nombres du membre de gauche est égal au produit des 3e et 4e nombres du membre de droite, c'est-à-dire que $30 \times 40 = 1200 = 300 \times 4$.
Puisque le produit des quatre premiers nombres du membre de gauche est égal au produit des quatre premiers nombres du membre de droite, le 5e nombre du membre de gauche doit être égal au 5e nombre du membre de droite.
Donc, on doit placer le nombre 50 dans la case.

Réponse : (C)

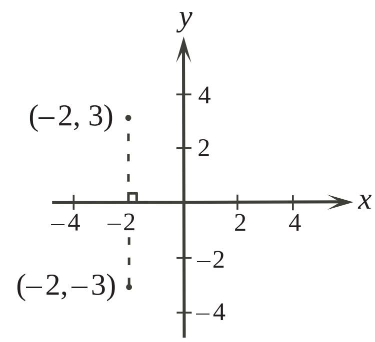
7. Il y a 26 lettres dans l'alphabet.
Dans le nom d'Alonso, il y a 5 lettres différentes, soit a, l, o, n, s.
Si Alonso prend au hasard un carreau du sac, il y a une possibilité de 5 résultats favorables sur 26. La probabilité de prendre un carreau qui porte une lettre de son nom est donc de $\frac{5}{26}$.

Réponse : (C)

8. Lorsque l'autographe de Manuel Mathé a perdu 30 % de sa valeur, elle a perdu $\frac{30}{100} \times 100$ \$, ou 0,30 × 100 \$, ou 30 \$ en valeur.
Après cette perte, l'autographe valait donc 100 \$ − 30 \$, ou 70 \$.
Si la valeur de l'autographe augmentait ensuite de 40 %, il y aurait une augmentation de $\frac{40}{100} \times 70$ \$, ou 0,40 × 70 \$, ou 28 \$.
Après cette augmentation, l'autographe vaudrait alors 70 \$ + 28 \$, ou 98 \$.

Réponse : (A)

9. Lorsqu'on fait subir au point $(-2, -3)$ une réflexion par rapport à l'axe des abscisses, l'image aura la même abscisse que le point initial, soit -2.
Puisque le point initial est à une distance de 3 unités en dessous de l'axe des abscisses, l'image sera à une distance de 3 unités au-dessus de l'axe des abscisses.
L'image aura donc une ordonnée de 3.
L'image aura donc pour coordonnées $(-2, 3)$.



Réponse : (E)

10. Les 4 pièces de 5 ¢ ont une valeur de 4 × 5 ¢, ou 20 ¢.
Les 6 pièces de 10 ¢ ont une valeur de 6 × 10 ¢, ou 60 ¢.
Les 2 pièces de 25 ¢ ont une valeur de 2 × 25 ¢, ou 50 ¢.
Le rapport de la valeur de quatre pièces de 5 ¢ à la valeur de six pièces de 10 ¢ à la valeur de deux pièces de 25 ¢ est de 20 : 60 : 50, ou 2 : 6 : 5.

Réponse : (B)

11. Puisque $x = 4$, l'équation $3x + 2y = 30$ devient $3 \times 4 + 2y = 30$, ou $12 + 2y = 30$.
Or, on sait que $12 + 18 = 30$. Donc $2y = 18$.
Puisque $2 \times 9 = 18$, alors $y = 9$.

Réponse : (E)

12. *Solution 1*
D'après la priorité des opérations, on a : $(2^3)^2 - 4^3 = 8^2 - 4^3 = 64 - 64 = 0$

Solution 2
On exprime 4 sous la forme 2^2 et on utilise une loi des exposants qui n'est autre que le comptage des facteurs :

$$\begin{aligned}(2^3)^2 - 4^3 &= (2^3)^2 - (2^2)^3 \\ &= 2^{3\times2} - 2^{2\times3} \\ &= 2^6 - 2^6 \\ &= 0\end{aligned}$$

Réponse : (A)

13. Il y a une période de 4 ans entre deux jeux olympiques d'été consécutifs.
Il faut 4 autres années pour de nouveaux jeux olympiques d'été.
Dans le tableau suivant, on indique le nombre minimum d'années entre 2, 3, 4, 5 et 6 jeux olympiques d'été consécutifs.

Nombre de jeux olympiques d'été	Nombre minimum d'années entre ces jeux
2	4
3	8
4	12
5	16
6	20

On voit qu'il faut au moins 16 ans entre 5 jeux olympiques d'été et au moins 20 ans entre 6 jeux olympiques d'été.
(Par exemple, il pourrait y avoir des jeux olympiques d'été les années 1, 5, 9, 13 et 17.)
Donc durant une période de 18 ans, il pourrait y avoir un maximum de 5 jeux d'été.

Réponse : (C)

14. Un cube a 6 faces identiques. Puisque l'aire totale du cube est de 54 cm^2, chaque face a une aire de 9 cm^2, car $54 \div 6 = 9$.
Chaque face carrée du cube a des côtés de 3 cm, car $3 \times 3 = 9$.
Le volume du cube est égal au produit de l'aire de la base et de la hauteur, soit $9 \times 3\,\text{cm}^3$, ou $27\,\text{cm}^3$. (On aurait pu utiliser le produit de la longueur, de la largeur et de la hauteur, soit $3 \times 3 \times 3\,\text{cm}^3$, ou $27\,\text{cm}^3$.)

Réponse : (D)

15. *Solution 1*
Lorsqu'on divise 10 000 par 13 à l'aide de la calculatrice, on obtient $10\,000 \div 13 = 769{,}230\ldots$
Puisque $769 \times 13 = 9997$ et que $10\,000 - 9997 = 3$, on a un quotient de 769 et un reste de 3.
On peut écrire ce résultat au moyen d'un *énoncé de division* : $10\,000 = 769 \times 13 + 3$.
Le tableau suivant contient l'énoncé de division qui correspond à chaque choix de réponse, ainsi que le reste.

Choix de réponse	Énoncé de division	Reste
(A)	$9\,997 = 769 \times 13 + 0$	0
(B)	$10\,003 = 769 \times 13 + 6$	6
(C)	$10\,013 = 770 \times 13 + 3$	3
(D)	$10\,010 = 769 \times 13 + 0$	0
(E)	$10\,016 = 770 \times 13 + 6$	6

Seul le nombre 10 013 donne un reste de 3 lorsqu'il est divisé par 13.

Solution 2
Selon l'énoncé, il y a un reste de 3 lorsque 10 000 est divisé par 13.
Si on ajoute n'importe quel multiple de 13 au nombre 10 000 et qu'on divise le résultat par 13, on aura aussi un reste de 3.
On voit que parmi les choix de réponses, seul le nombre 10 013 diffère de 10 000 par un multiple de 13. Donc lorsqu'on divise 10 013 par 13, on obtient un reste de 3.

Réponse : (C)

16. Puisqu'il est aussi probable d'avoir un garçon qu'une fille, il y a 2 résultats possibles équiprobables par rapport au premier enfant, soit G et F.
Dans chaque cas, il est aussi probable d'avoir un garçon qu'une fille en ce qui regarde le deuxième enfant. Il y a donc 4 résultats possibles équiprobables par rapport aux deux premiers enfants, soit GG, GF, FG et FF.
Dans chaque cas, il est aussi probable d'avoir un garçon qu'une fille en ce qui regarde le troisième enfant. Il y a donc 8 résultats possibles équiprobables par rapport aux trois premiers enfants, soit GGG, GGF, GFG, GFF, FGG, FGF, FFG et FFF.
Dans une famille de trois enfants, il y a donc 8 résultats possibles équiprobables. Parmi ces résultats, il y a 1 résultat favorable où tous les enfants sont des filles.
Donc, la probabilité pour que les 3 enfants soient des filles est de $\frac{1}{8}$.

Réponse : (E)

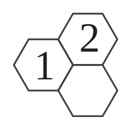
17. Puisque $PQRS$ est un rectangle, alors $\angle PQR = 90^\circ$.
Puisque $\angle PQR = \angle PQS + \angle RQS$, alors $90^\circ = (5x)^\circ + (4x)^\circ$, d'où $90 = 9x$, ou $x = 10$.
Dans le triangle SRQ, $\angle SRQ = 90^\circ$ et $\angle RQS = (4x)^\circ = 40^\circ$.
Donc $\angle QSR = y^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ$, d'où $y^\circ = 50^\circ$.
Donc $y = 50$.

Réponse : (D)

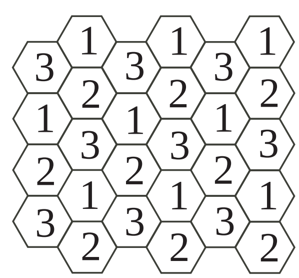
18. Calcul de Sylvia : $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$.
Calcul de Jani : $\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$.
La différence entre les deux réponses est égale à $2\frac{1}{6} - 1$, ou $1\frac{1}{6}$.

Réponse : (B)

19. On cherche le plus petit nombre de couleurs que Séréna peut utiliser pour colorier les hexagones. On sait qu'il faut plus d'une couleur. Est-il possible de n'utiliser que deux couleurs ? On utilise les numéros $1, 2, 3$ pour représenter les trois premières couleurs différentes.
On considère deux hexagones adjacents de couleurs 1 et 2 (puisqu'ils partagent un côté), ainsi qu'un troisième hexagone qui leur est adjacent, comme dans la figure ci-contre.



Puisque le troisième hexagone partage un côté avec chaque autre hexagone, il ne peut pas recevoir la couleur 1 ou la couleur 2.
Il faut donc au moins 3 couleurs pour colorier les hexagones du carrelage.
Est-il possible de colorier tous les hexagones en employant seulement trois couleurs ?
La figure ci-contre montre une façon de le faire.
D'autres façons sont possibles aussi.
On peut donc conclure que le plus petit nombre de couleurs qu'il faut pour colorier le carrelage est trois.
On peut remarquer plusieurs régularités intéressantes dans ce carrelage colorié.
On suggère de trouver une autre façon de colorier le carrelage.



Réponse : (E)

20. *Solution 1*
Soit C dollars le cout initial du livre.
Christine a donc $\frac{3}{4}C$ dollars et Fabia a $\frac{1}{2}C$ dollars.
En tout, le nombre de dollars qu'elles ont est égal à $\frac{3}{4}C + \frac{1}{2}C$, ou $\frac{3}{4}C + \frac{2}{4}C$, ou $\frac{5}{4}C$.
Si le livre coutait 3 \$ de moins, son cout serait de $C - 3$ dollars et deux copies du livre couteraient $2(C-3)$ dollars, ou $2C - 6$ dollars.
Au nouveau prix, Christine et Fabia pourraient acheter deux copies du livre.
On a donc $2C - 6 = \frac{5}{4}C$. On résout :

$$\begin{aligned} 2C - 6 &= \tfrac{5}{4}C \\ 2C - \tfrac{5}{4}C &= 6 \\ \tfrac{8}{4}C - \tfrac{5}{4}C &= 6 \\ \tfrac{3}{4}C &= 6 \end{aligned}$$

Puisque $\frac{3}{4}$ de $8 = 6$, alors $C = 8$. Le cout initial du livre est donc de 8 \$.

Solution 2
On procède par essais systématiques en utilisant les valeurs dans les choix de réponse.

Cout initial du livre	Argent que Christine et Fabia peuvent partager	Nouveau cout	Nombre de livres qu'elles peuvent acheter
4 \$	$\frac{3}{4}$ de 4 \$ + $\frac{1}{2}$ de 4 \$ = 3,00 \$ + 2 \$ = 5 \$	1 \$	$5 \div 1 = 5$
16 \$	$\frac{3}{4}$ de 16 \$ + $\frac{1}{2}$ de 16 \$ = 12 \$ + 8 \$ = 20 \$	13 \$	$20 \div 13 = 1{,}53\ldots$
12 \$	$\frac{3}{4}$ de 12 \$ + $\frac{1}{2}$ de 12 \$ = 9 \$ + 6 \$ = 15 \$	9 \$	$15 \div 9 = 1{,}66\ldots$
10 \$	$\frac{3}{4}$ de 10 \$ + $\frac{1}{2}$ de 10 \$ = 7,50 \$ + 5 \$ = 12,5 \$	7 \$	$12{,}50 \div 7 = 1{,}78\ldots$
8 \$	$\frac{3}{4}$ de 8 \$ + $\frac{1}{2}$ de 8 \$ = 6 \$ + 4 \$ = 10 \$	5 \$	$10 \div 5 = 2$

On voit que si le livre coutait 8 \$ au départ, Christine et Fabia pourraient acheter exactement deux copies du livre. Le cout initial du livre est donc de 8 \$.

Réponse : (E)

21. On représente les nombres de certaines cases de la 1re colonne par les lettres m et n, comme dans le tableau ci-contre.
Donc $5, m, n, 23$ forment une suite arithmétique.
On remarque que 23 est 18 de plus que 5. Or, pour passer de 5 à 23, dans cette suite, il faut ajouter la constante trois fois.
Puisque $\frac{18}{3} = 6$, il faut que la constante soit 6.
Donc $m = 5 + 6$, et $n = 11 + 6$, ou $m = 11$ et $n = 17$.
(On voit que les nombres $5, 11, 17, 23$ forment bien une suite arithmétique.)

5			
m			1211
n		1013	
23	x		

On représente les nombres de certaines cases de la 2e rangée par les lettres p et q, comme dans le tableau ci-contre.
Donc $11, p, q, 1211$ forment une suite arithmétique.
On remarque que 1211 est 1200 de plus que 11. Or, pour passer de 11 à 1211, dans cette suite, il faut ajouter la constante trois fois. Puisque $\frac{1200}{3} = 400$, il faut que la constante soit 400.
Donc $p = 11 + 400$, ou $p = 411$. Donc $q = 411 + 400$, ou $q = 811$.
(On voit que les nombres $11, 411, 811, 1211$ forment bien une suite arithmétique.)

5			
11	p	q	1211
17		1013	
23	x		

On représente un nombre de la 3e rangée par r, comme dans le tableau ci-contre.
Donc $17, r, 1013$ forment une suite arithmétique.
Puisque 1013 est 996 de plus que 17. Or, pour passer de 17 à 1013, dans cette suite, il faut ajouter la constante deux fois. Puisque $\frac{996}{2} = 498$, il faut que la constante soit 498.
Donc $r = 17 + 498$, ou $r = 515$.
(On voit que les nombres $17, 515, 1013$ forment bien une suite arithmétique.)

5			
11	411	811	1211
17	r	1013	
23	x		

Dans la 2e colonne, les nombres $411, 515, x$ forment une suite arithmétique.
Puisque $515 - 411 = 104$, le nombre 515 est 104 de plus que le nombre 411. Il s'agit donc de la constante. Donc, x est 104 de plus que 515.
Donc $x = 619$.
On peut voir le tableau rempli ci-contre.

5	307	609	911
11	411	811	1211
17	515	1013	1511
23	619	1215	1811

Réponse : (B)

22. Dans le triangle FGH, soit $x = FG = GH$, puisque le triangle est isocèle.
Puisque le triangle est rectangle, alors par le théorème de Pythagore, on a $FH^2 = FG^2 + GH^2$, d'où $(\sqrt{8})^2 = x^2 + x^2$, ou $2x^2 = 8$. Donc $x^2 = 4$. Puisque $x > 0$, alors $x = 2$.
FG, GH et l'arc FH forment un secteur de centre G et de rayon GH.
Puisque l'angle FGH mesure 90°, soit $\frac{1}{4}$ de 360°, alors l'aire de ce secteur est $\frac{1}{4}$ de l'aire d'un cercle de centre G et de rayon 2.
L'aire de la région ombrée est égale à l'aire du secteur FGH moins celle du triangle FGH.
L'aire du secteur FGH est égale à $\frac{1}{4}\pi(2)^2$, ou $\frac{1}{4}\pi(4)$, ou π.
L'aire du triangle FGH est égale à $\frac{FG \times GH}{2}$, ou $\frac{2 \times 2}{2}$, ou 2.
Donc, l'aire de la région ombrée est égale à $\pi - 2$.

Réponse : (A)

23. *Solution 1*
Dans la 1re course, Charlène est 20 m derrière lorsque Azarah traverse la ligne d'arrivée. Elle a donc parcouru 80 m dans le même temps que Azarah a mis pour parcourir 100 m.
Le rapport de la vitesse d'Azarah à la vitesse de Charlène est donc de 100 : 80.
Dans la 2e course, Gino est 10 m derrière lorsque Charlène traverse la ligne d'arrivée.
Il a donc parcouru 90 m dans le même temps que Charlène a mis pour parcourir 100 m.
Le rapport de la vitesse de Charlène à la vitesse de Gino est donc de 100 : 90.

Soit A, C et G les vitesses respectives de Azarah, Charlène et Gino.
On a donc $A : C = 100 : 80 = 25 : 20$ et $C : G = 100 : 90 = 20 : 18$.
Donc $A : C : G = 25 : 20 : 18$ et $A : G = 25 : 18 = 100 : 72$.
Dans un même intervalle de temps, le rapport des distances parcourues est le même que le rapport des vitesses.
Donc pendant que Azarah parcourt 100 m, Gino parcourt 72 m.
Lorsque Azarah traverse la ligne d'arrivée, Gino est 28 m derrière, car $100 - 72 = 28$.

Solution 2
Dans la 1re course, Charlène est 20 m derrière lorsque Azarah traverse la ligne d'arrivée. Elle a donc parcouru 80 m dans le même temps que Azarah a mis pour parcourir 100 m.
Le rapport de la vitesse d'Azarah à la vitesse de Charlène est donc de 100 : 80. Donc, la vitesse de Charlène est 80 % de la vitesse d'Azarah.
De même, la vitesse de Gino est 90 % de la vitesse de Charlène.
La vitesse de Gino est donc 90 % de 80 % de la vitesse d'Azarah.
Or, 90 % de 80 % est équivalent à $0{,}90 \times 0{,}80$, ce qui est égal à 0,72, ou 72 %. Donc, la vitesse de Gino est 72 % de la vitesse d'Azarah.
Lorsque Azarah a parcouru 100 m (c.-à-d. qu'elle a traversé la ligne d'arrivée), Gino a parcouru 72 % de 100 m, ou 72 m dans le même intervalle de temps.
Lorsque Azarah traverse la ligne d'arrivée, Gino est 28 m derrière, car $100 - 72 = 28$.

Réponse : (C)

24. La longueur z du plus grand côté est moins de la moitié du périmètre de 57.
Or $\frac{57}{2} = 28{,}5$. Puisque z est un entier, alors $z \leq 28$.
Lorsque $z = 28$, on a $x + y = 57 - 28$, ou $x + y = 29$.
On remplit un tableau donnant toutes les valeurs entières possibles de x et de y, sachant que $z = 28$ et que $x < y < z$.

y	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15
x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

On reprend en diminuant la valeur de z et en donnant toutes les valeurs entières possibles de x et de y.
Lorsque $z = 27$, on a $x + y = 57 - 27$, ou $x + y = 30$.

y	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
x	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Lorsque $z = 26$, on a $x + y = 57 - 26$, ou $x + y = 31$.

y	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
x	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Lorsque $z = 25$, on a $x + y = 57 - 25$, ou $x + y = 32$.

y	24	23	22	21	20	19	18	17
x	8	9	10	11	12	13	14	15

Lorsque $z = 24$, on a $x + y = 57 - 24$, ou $x + y = 33$.

y	23	22	21	20	19	18	17
x	10	11	12	13	14	15	16

Lorsque $z = 23$, on a $x + y = 57 - 23$, ou $x + y = 34$.

y	22	21	20	19	18
x	12	13	14	15	16

Lorsque $z = 22$, on a $x + y = 57 - 22$, ou $x + y = 35$.

y	21	20	19	18
x	14	15	16	17

Lorsque $z = 21$, on a $x + y = 57 - 21$, ou $x + y = 36$.

y	20	19
x	16	17

Lorsque $z = 20$, on a$x + y = 57 - 20$, ou $x + y = 37$.

y	19
x	18

La valeur suivante de z serait 19, ce qui donnerait $x + y = 57 - 19$, ou $x + y = 38$.
Or d'après l'équation $x + y = 38$, la valeur de x ou celle de y doit être supérieure à 19, ce qui contredit les conditions $z = 19$ et $x < y < z$.
Donc, la plus petite valeur possible de z est 20 et nous avons donné toutes les valeurs possibles de x, y et z.
Le nombre de triangles possibles est donc égal à $13 + 11 + 10 + 8 + 7 + 5 + 4 + 2 + 1$, ou 61.

Réponse : (B)

25. *Solution 1*
Soit g et f les nombres respectifs de garçons et de filles inscrits au début de l'hiver dans le cours de ski.
Lorsque 11 garçons se sont ajoutés et que treize filles ont abandonné, il y avait $g + 11$ garçons et $f - 13$ filles dans le cours.
Or à ce moment, le rapport du nombre de garçons au nombre de filles était de $1 : 1$. Le nombre de garçons était donc égal au nombre de filles. Donc $g + 11 = f - 13$, d'où $f = g + 24$.
Puisqu'il y avait au moins 66 élèves inscrits au départ, alors $g + f \geq 66$.
Si on reporte $f = g+24$ dans l'expression $g+f$, on obtient $g+(g+24)$, ou $2g+24$. L'inéquation devient alors $2g + 24 \geq 66$, ou $2g \geq 42$, d'où $g \geq 21$.
On utilise les conditions $f = g + 24$ et $g \geq 21$ pour éliminer certains choix de réponses.
On vérifie si le rapport $g : (g + 24)$ peut être équivalent au rapport donné dans le choix de réponse, tout en respectant la condition $g \geq 21$.
Dans (A), on a $g : (g + 24) = 4 : 7$, ou $\frac{g}{g+24} = \frac{4}{7}$, d'où $7g = 4g + 96$, ou $3g = 96$, ou $g = 32$.
Dans (B), on a $g : (g + 24) = 1 : 2$ ou $\frac{g}{g+24} = \frac{1}{2}$, d'où $2g = g + 24$, ou $g = 24$.
Dans (C), on a $g : (g + 24) = 9 : 13$ ou $\frac{g}{g+24} = \frac{9}{13}$, d'où $13g = 9g + 216$, ou $4g = 216$, ou $g = 54$.
Dans (D), on a $g : (g + 24) = 5 : 11$ ou $\frac{g}{g+24} = \frac{5}{11}$, d'où $11g = 5g + 120$, ou $6g = 120$, ou $g = 20$.
Dans (E), on a $g : (g + 24) = 3 : 5$ ou $\frac{g}{g+24} = \frac{3}{5}$, d'où $5g = 3g + 72$, ou $2g = 72$, ou $g = 36$.
Donc, seul le rapport $5 : 11$ ne satisfait pas à la condition $g \geq 21$, car $g = 20$.

Solution 2
Comme dans la Solution 1, on établit les conditions $f = g + 24$ et $g \geq 21$.
La fraction $\frac{g}{f}$ devient alors $\frac{g}{g+24}$ (puisque $f = g + 24$).
Puisque $g \geq 21$, alors g peut égaler $21, 22, 23, 24, \ldots$ et la plus petite valeur possible de g est 21.
Lorsque $g = 21$, $\frac{g}{g+24}$ devient $\frac{21}{21+24}$, ou $\frac{21}{45} = 0{,}4\overline{6}$.
Lorsque $g = 22$, $\frac{g}{g+24}$ devient $\frac{22}{22+24}$, ou $\frac{22}{46} \approx 0{,}478$.
Lorsque $g = 23$, $\frac{g}{g+24}$ devient $\frac{23}{23+24}$, ou $\frac{23}{47} \approx 0{,}489$.
Lorsque $g = 24$, $\frac{g}{g+24}$ devient $\frac{24}{24+24}$, ou $\frac{24}{48} = 0{,}5$.

À mesure que la valeur de g augmente, la valeur du rapport $\frac{g}{g+24}$ ou de la fraction $\frac{g}{f}$ augmente. Peut-on le vérifier ?
Donc, la plus petite valeur possible du rapport $\frac{g}{f}$ est $\frac{21}{45}$, ou $0{,}4\overline{6}$.
Si on compare ce rapport aux 5 choix de réponses, on obtient, pour le choix (D), $\frac{5}{11} = 0{,}\overline{45} < 0{,}4\overline{6} = \frac{21}{45}$, ce qui contredit le plus petit rapport possible. Donc, ce choix n'est pas un rapport possible.
(Pour les autres choix de réponse, on remarque que les rapports donnés sont tous supérieurs à $\frac{21}{45}$ et qu'ils sont possibles, comme dans la Solution 1.)
Donc, seul le rapport (D) n'est pas un rapport possible du nombre de garçons au nombre de filles.

RÉPONSE : (D)