Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 18 avril 2013
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 19 avril 2013
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Durée : 75 minutes
Nombre de questions : 4
L'utilisation d'une calculatrice est permise.
Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 ... ou 1,41 ..., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées a l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

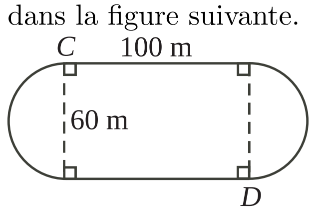
1. Anne, Bruno et Carl jouent aux quilles. Aux quilles, la marque est toujours un nombre entier de points.

   (a) Dans sa première partie, Anne a obtenu une marque de 103 points. Dans sa deuxième partie, elle a obtenu une marque de 117 points. Quelle est la marque moyenne de ces deux parties ?

   (b) Dans ses deux premières parties, Bruno a obtenu des marques de 108 points et de 125 points. Après ses trois premières parties, il avait une marque moyenne de 115 points. Combien de points a-t-il obtenus dans sa troisième partie ?

   (c) Après ses trois premières parties, Carl avait une marque moyenne de 113 points. Dans ses deux parties suivantes, il a obtenu un même nombre de points. Est-il possible qu'il ait obtenu une marque moyenne de 120 points dans ces cinq parties ? Expliquer pourquoi ou pourquoi pas.

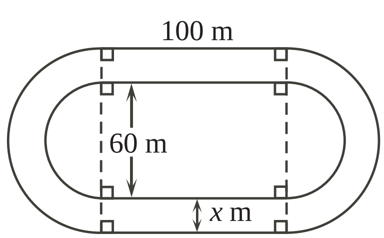
2. Un champ est délimité par deux côtés droits de 100 m et deux demi-cercles ayant chacun un diamètre de 60 m, comme dans la figure suivante.



   (a) Déterminer le périmètre du champ.

   (b) Alice et Béatrice courent du point C au point D. Alice court le long de la ligne qui délimite le champ, tandis que Béatrice court en ligne droite du point C au point D. Au mètre près, quelle distance Alice parcourt-elle de plus que Béatrice ?

   (c) La figure suivante représente une piste, ayant une largeur constante de x m, construite autour du champ. L'extérieur de la piste est délimité par deux lignes droites de 100 m et deux demi-cercles. La limite extérieure de la piste a un périmètre de 450 m. Déterminer la valeur de x à l'entier près.



3. La *somme des chiffres* du nombre 2013 est égale à $2+0+1+3$, ou 6. Si la somme des chiffres d'un nombre est divisible par 3, alors le nombre est divisible par 3. De plus, si un nombre est divisible par 3, alors la somme de ses chiffres est divisible par 3.

   (a) Indiquer toutes les valeurs possibles du chiffre A pour lesquelles le nombre de quatre chiffres, $51A3$, est divisible par 3.

   (b) Indiquer toutes les valeurs possibles du chiffre B pour lesquelles le nombre de quatre chiffres, $742B$, est divisible par 2 et par 3 (c'est-à-dire qu'il est divisible par 6).

   (c) Déterminer tous les couples possibles des chiffres P et Q pour lesquels le nombre $1234PQPQ$ est divisible par 15.

   (d) Déterminer le nombre de couples de chiffres C et D pour lesquels le produit $2CC \times 3D5$ est divisible par 12.

4. La position initiale d'un point, dans un plan cartésien, est $(0,0)$. On fait subir au point une série de déplacements.
   Dans chaque déplacement, le point se déplace d'une unité vers la gauche ($\leftarrow$), vers la droite ($\rightarrow$), vers le haut ($\uparrow$) ou vers le bas ($\downarrow$).

   Voici cinq séries de déplacements possibles, parmi d'autres, après lesquelles le point se retrouve en position $(1,1)$: $\uparrow\rightarrow$, $\rightarrow\uparrow$, $\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow$ et $\uparrow\rightarrow\rightarrow\leftarrow$.

   (a) Combien y a-t-il de façons possibles pour que le point se retrouve en position $(1,0)$ en 4 déplacements ou moins ?

   (b) Dans combien de positions différentes le point peut-il se retrouver après exactement 4 déplacements ?

   (c) Déterminer le nombre d'entiers k, où $k \leq 100$, pour que le point se retrouve en position $(-7,12)$ après exactement k déplacements. Justifier sa réponse.

   (d) Le point peut se retrouver en exactement 2304 positions après exactement 47 déplacements. Déterminer le nombre de positions dans lesquelles le point peut se retrouver après exactement 49 déplacements.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2013!
En 2012, plus de 13 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
- des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour
- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2013/2014
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
- trouver les résultats de votre école
- vous inscrire au Problème de la semaine
- obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)