Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Pascal 2012

(9^{e} année – Secondaire III)

le jeudi 23 février 2012
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 24 février 2012
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

1. On tient compte de la priorité des opérations : $\dfrac{1+(3\times 5)}{2} = \dfrac{1+15}{2} = \dfrac{16}{2} = 8$.

Réponse : (D)

2. La moitié (50 %) des 200 élèves ont choisi un mets grec.
Puisque la moitié de 200 est égale à 100, alors 100 élèves ont choisi un mets grec.

Réponse : (E)

3. Puisque $\frac{60}{8} = 60 \div 8 = 7{,}5$, ce choix de réponse n'est pas un nombre entier.
On remarque que $\frac{60}{12} = 5$, $\frac{60}{5} = 12$, $\frac{60}{4} = 15$ et $\frac{60}{3} = 20$. Ces choix de réponse sont tous des entiers.

Réponse : (B)

4. Puisqu'il était 7 h 30 il y a 16 minutes, il est maintenant 16 minutes après 7 h 30. Il est donc $(30+16)$ minutes après 7 h 00. Il est donc 7 h 46.
Or, 8 h 00 est 60 minutes après 7 h 00. Puisque $60-46=14$, il sera 8 h 00 dans 14 minutes.

Réponse : (B)

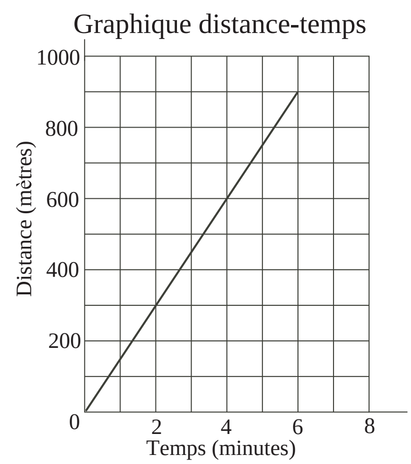
5. On développe les puissances de 10 pour obtenir $8\times 100\,000 + 4\times 1000 + 9\times 10 + 5$.
On obtient donc $800\,000 + 4000 + 90 + 5$, ou $804\,095$.

Réponse : (A)

6. On écrit les nombres en ordre croissant : 0,023; 0,032; 0,203; 0,302; 0,320.
La différence entre le plus grand et le plus petit des nombres est égale à $0{,}320 - 0{,}023$, ou 0,297.

Réponse : (E)

7. Anna marche à une vitesse constante et elle a parcouru 600 mètres en 4 minutes. Puisque $600 \div 4 = 150$, alors elle a parcouru 150 mètres à chaque minute.
Puisque $6\times 150 = 900$, elle parcourt 900 mètres en 6 minutes.



Réponse : (D)

8. *Solution 1*
Chaque segment entre deux entiers consécutifs sur la règle est divisé en 4 parties égales, c'est-à-dire en quarts.
Le point Q est donc situé à $2+\frac{3}{4}$, ou $2\frac{3}{4}$, tandis que le point P est situé à $\frac{2}{4}$, ou $\frac{1}{2}$.
Le segment PQ a donc une longueur de $2\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$, ou $2\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$, ou $2\frac{1}{4}$, ou 2,25.

Solution 2
Chaque segment entre deux entiers consécutifs sur la règle est divisé en 4 parties égales, c'est-à-dire en quarts.
De P à Q, il y a 9 quarts. Le segment PQ a donc une longueur de $\frac{9}{4}$, ou 2,25.

Réponse : (A)

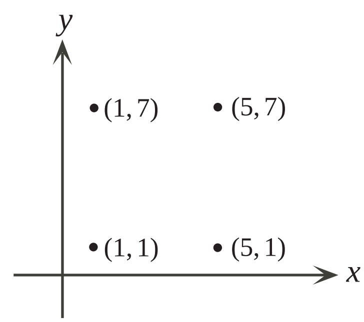
9. On reporte $y = 1$ dans la deuxième équation pour obtenir $4x - 2(1) + 3 = 3x + 3(1)$.
On simplifie pour obtenir $4x - 2 + 3 = 3x + 3$, ou $4x + 1 = 3x + 3$.
Donc $4x - 3x = 3 - 1$, d'où $x = 2$.

Réponse : (C)

10. Puisque Émilie est médecin et qu'à part elle, il y a 5 médecins et 3 infirmiers à l'hôpital, alors il y a 6 médecins et 3 infirmiers en tout.
Puisque Robert est infirmier, alors à part lui, il y a 6 médecins et 2 infirmiers à l'hôpital.
Donc $m = 6$ et $i = 2$, d'où $mi = 12$.

Réponse : (B)

11. Puisque les trois points donnés forment un angle droit, le quatrième sommet du rectangle doit être situé au-dessus du point $(5, 1)$ et à la droite du point $(1, 7)$.
Le quatrième sommet a donc une abscisse de 5 et une ordonnée de 7.
Le quatrième sommet a pour coordonnées $(5, 7)$.



Réponse : (C)

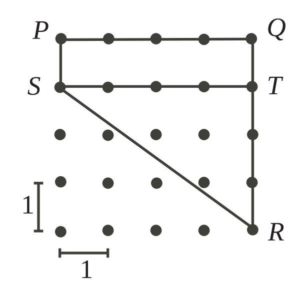
12. On peut exprimer l'énoncé de façon différente en disant que chaque élève a payé 3,71 \$ et que quelques-uns ont payé 0,01 \$ de plus.
Or 7 × 3,71 \$ = 25,97 \$ et la pizza a coûté 26,00 \$ en tout. Donc, les élèves qui ont payé 0,01 \$ de plus ont défrayé la différence de 0,03 \$.
Donc, 3 élèves ont payé 0,01 \$ de plus, c'est-à-dire que 3 élèves ont payé 3,72 \$.

Réponse : (B)

13. Puisque $g\nabla 6 = 45$, alors d'après la définition de l'opération, on a $g^2 - 6^2 = 45$.
Donc $g^2 = 45 + 36$, ou $g^2 = 81$.
Puisque $g > 0$, alors $g = \sqrt{81}$, ou $g = 9$.

Réponse : (E)

14. Le périmètre du quadrilatère $PQRS$ est égal à $PQ + QR + RS + SP$.
Puisqu'il y a une distance de 1 entre deux points adjacents à l'horizontale ou à la verticale, alors $PQ = 4$, $QR = 4$ et $PS = 1$.
Le périmètre est donc égal à $4 + 4 + RS + 1$, ou $RS + 9$.
On doit déterminer la longueur du côté RS.
Au point S, on trace un segment horizontal jusqu'au point T sur QR. On forme donc un triangle rectangle STR dans lequel $ST = 4$ et $TR = 3$.
Il s'agit donc du triangle rectangle remarquable 3-4-5. (Ou, puisque le triangle est rectangle, alors selon le théorème de Pythagore, on a $RS^2 = ST^2 + TR^2$, ou $RS^2 = 4^2 + 3^2$, ou $RS^2 = 25$, d'où $RS = 5$, car $RS > 0$.) Donc $RS = 5$.
Le quadrilatère $PQRS$ a donc un périmètre de $5 + 9$, ou 14.



Réponse : (C)

15. *Solution 1*

Soit r le nombre de casques rouges. Puisque l'équipe compte 6 casques rouges de plus que de casques bleus, elle compte $r - 6$ casques bleus.

Puisque le rapport du nombre de casques rouges au nombre de casques bleus est de $5 : 3$, alors $\frac{r}{r-6} = \frac{5}{3}$, d'où $3r = 5(r - 6)$, ou $3r = 5r - 30$.

Donc $2r = 30$, d'où $r = 15$.

L'équipe compte donc 15 casques rouges et 9 casques bleus pour un total de 24 casques.

Solution 2

Puisque le rapport du nombre de casques rouges au nombre de casques bleus est de $5 : 3$, on peut multiplier les deux membres du rapport tour à tour par divers nombres jusquà ce que les deux membres du rapport diffèrent de 6.

Si on multiplie par 2, on obtient $5 : 3 = 10 : 6$, ce qui ne convient pas, car $10 - 6 \neq 6$.

Si on multiplie par 3, on obtient $5 : 3 = 15 : 9$. Puisque $15 - 9 = 6$, on a le bon nombre de casques de chaque couleur.

L'équipe compte donc 15 casques rouges et 9 casques bleus pour un total de 24 casques.

(Si on continue de multiplier les membres du rapport par des nombres supérieurs à 3, on obtient de plus grands nombres avec une différence entre eux qui est supérieure à 6. Donc, la réponse est unique.)

RÉPONSE : (C)

16. La courtepointe est formée de 25 carrés identiques.

On voit que 4 des 25 carrés sont entièrement ombrés, 8 contiennent un triangle ombré qui couvre la moitié du carré et 4 contiennent deux petits triangles qui couvrent chacun un quart d'un carré.

Cela est égal à un nombre équivalent de carrés ombrés, soit $4 + 8 \times \frac{1}{2} + 4 \times 2 \times \frac{1}{4}$, ou 10.

Pour obtenir le pourcentage de la courtepointe qui est ombrée, on a $\frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 40\,\%$.

Donc, $40\,\%$ de la courtepointe est ombrée.

RÉPONSE : (B)

17. Puisque $PR = PS$ dans le triangle PRS, alors $\angle PRS = \angle PSR$.

Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à $180°$, alors dans le triangle PRS, on a $\angle PRS + \angle PSR + 34° = 180°$, ou $\angle PRS + \angle PSR = 146°$.

Donc, les angles PRS et PSR mesurent chacun $146° \div 2$, ou $73°$.

Dans le triangle PQT, on a $PQ = PT$. Donc $\angle PQT = \angle PTQ = 62°$.

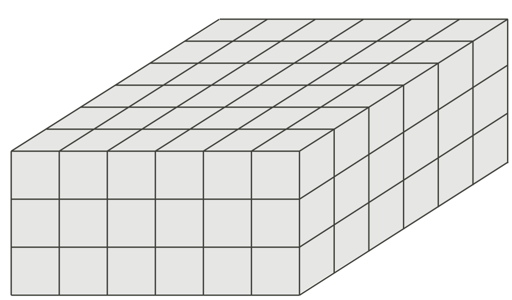
Puisque l'angle PRS est extérieur au triangle PQR, alors $\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$, ou $73° = 62° + x°$, d'où $x = 11$.

(On aurait pu déterminer que $\angle PRQ = 180° - \angle PRS$, d'où $\angle PRQ = 107°$, et utiliser la somme des mesures d'angles du triangle PQR pour obtenir $62° + x° + 107° = 180°$, d'où $x = 11$.)

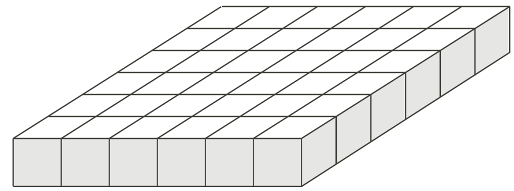
RÉPONSE : (A)

18. On considère le prisme comme un prisme à base carrée, de 6 sur 6, avec une hauteur de 3. On peint l'extérieur et on le découpera le long des lignes.

On voit que le prisme est composé de trois étages. Or, chaque petit cube de l'étage supérieur et chaque petit cube de l'étage inférieur a au moins une face peinte. On enlève tous les petits cubes sur ces deux étages.



Il reste donc l'étage du milieu. Chaque petit cube sur la surface latérale de cet étage a reçu de la peinture.
Si on enlève ces petits cubes, il nous reste un carré 4×4 formé de petits cubes non peints. Il y a donc 16 petits cubes qui n'ont aucune face peinte.



Réponse : (A)

19. Soit $PQ = a$, $QR = b$, $PW = c$ et $WV = d$.
Puisque le grand rectangle a été divisé en petits rectangles, alors $PQ = WX = VU = a$, $QR = XS = UT = b$, $PW = QX = RS = c$ et $WV = XU = ST = d$.
Puisque le rectangle $PQXW$ a une aire de 9, alors $ac = 9$.
Puisque le rectangle $QRSX$ a une aire de 10, alors $bc = 10$.
Puisque le rectangle $XSTU$ a une aire de 15, alors $bd = 15$.
L'aire du rectangle $WXUV$ est égale à ad. On cherche donc une expression pour ad.
Si on multiplie les équations $ac = 9$ et $bd = 15$, membre par membre, on obtient $(ac)(bd) = 9 \times 15$, ou $abcd = 135$.
On divise cette équation, membre par membre, par l'équation $bc = 10$.
On obtient $\dfrac{abcd}{bc} = \dfrac{135}{10} = \dfrac{27}{2}$, d'où $ad = \dfrac{27}{2}$.

Réponse : (B)

20. *Solution 1*
Lorsqu'on divise N par 10, par 11 ou par 12, on a un reste de 7.
Cela signifie que le nombre $N - 7$ est divisible par 10, par 11 et par 12. Soit $M = N - 7$.
Puisque M est divisible par 10, par 11 et par 12, alors M est divisible par le plus petit commun multiple de 10, de 11 et de 12.
Or $10 = 2 \times 5$, $12 = 2 \times 2 \times 3$ et 11 est un nombre premier. Donc, le plus petit commun multiple de 10, de 11 et de 12 est égal à $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$, ou 660. (Pour déterminer le PPCM, on multiplie la plus grande puissance de 2, de 3, de 5 et de 11 dans les trois nombres.)
Puisque M est divisible par 660 et que $N = M + 7$ est un entier de trois chiffres, alors M doit être égal à 660. (Le prochain multiple de 660 est 1320.)
Donc $N = 660 + 7$, ou $N = 667$. La somme des chiffres de N est égale à $6 + 6 + 7$, ou 19.

Solution 2
Lorsqu'on divise N par 10, par 11 ou par 12, on a un reste de 7.
Cela signifie que le nombre $N - 7$ est divisible par 10, par 11 et par 12. Soit $M = N - 7$.
Puisque M est divisible par 10 et par 11, il doit être divisible par 110.
On vérifie les premiers multiples de 110 jusqu'à ce qu'on en trouve un qui est divisible par 12.
Les multiples 110, 220, 330, 440 et 550 ne sont pas divisibles par 12, mais 660 l'est.
Donc, M peut être égal à 660. (Puisque M doit avoir 3 chiffres, il doit être égal à 660.)
Donc $N = 660 + 7$, ou $N = 667$. La somme des chiffres de N est égale à $6 + 6 + 7$, ou 19.

Réponse : (E)

21. Soit L la longueur de la ficelle et soit x la longueur du plus petit morceau.
Puisque chaque longueur est 2 fois celle du morceau précédent, les autres morceaux ont pour longueurs respectives $2x$, $4x$ et $8x$.
Puisque les longueurs des quatre petits morceaux donnent la longueur de la ficelle, alors $x + 2x + 4x + 8x = L$, ou $15x = L$, d'où $x = \frac{1}{15}L$.
La longueur du plus grand morceau est donc égale à $8x$, ou $\frac{8}{15}L$, c'est-à-dire à $\frac{8}{15}$ de la longueur de la ficelle initiale.

Réponse : (A)

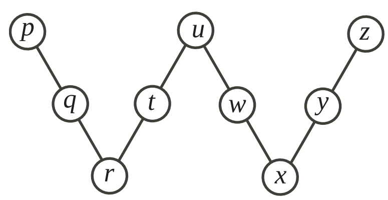
22. Soit r le rayon de chaque cercle.
Puisque les cercles ont le même rayon, ils ont la même aire.
Puisque la partie ombrée est commune aux deux cercles, alors l'aire de la partie non ombrée de chaque cercle doit être ma même.
Puisque l'aire de la région ombrée est égale à la somme de l'aire des deux régions non ombrées, chaque région non ombrée a une aire de $\frac{1}{2} \times 216\pi$, ou 108π.
L'aire d'un cercle doit être égale à la somme de l'aire d'une région non ombrée et de la région ombrée. Elle est donc égale à $216\pi + 108\pi$, ou 324π.
Puisque le rayon d'un cercle est égal à r, alors $\pi r^2 = 324\pi$, d'où $r^2 = 324$.
Puisque $r > 0$, alors $r = \sqrt{324}$, ou $r = 18$.
Chaque cercle a donc une circonférence égale à $2\pi r$, ou $2\pi(18)$, ou 36π.

Réponse : (C)

23. Soit h cm la profondeur de l'eau dans chaque contenant.
Puisque le premier contenant est un prisme dont la base rectangulaire mesure 2 cm sur 4 cm, alors le volume d'eau qu'il contient, en cm^3, est égal à $2 \times 4 \times h$, ou $8h$.
Puisque le deuxième contenant est un cylindre qui a un rayon de 1 cm, alors le volume d'eau qu'il contient, en cm^3, est égal à $\pi \times 1^2 \times h$, ou πh.
Puisque le volume total d'eau dans les deux contenants est de 80 cm^3, alors $8h + \pi h = 80$.
Donc $h(8 + \pi) = 80$, d'où $h = \dfrac{80}{8 + \pi}$, ou $h \approx 7{,}18$.
Le choix de réponse le plus près est 7,2 (c.-à-d. que la profondeur de l'eau est près de 7,2 cm).

Réponse : (B)

24. Si on réussit à placer les nombres de manière à respecter la condition de l'énoncé, on peut ensuite ajouter un même nombre à chaque cercle ou soustraire un même nombre de chaque cercle, tout en respectant la condition. (Cela tient au fait qu'il y a le même nombre d'entiers sur chaque segment.)
On peut donc soustraire 2012 de chaque nombre donné et tenter de placer les entiers de 0 à 8 dans les cercles de manière à respecter la condition.
On nomme donc les entiers p, q, r, t, u, w, x, y et z. Soit S la somme des entiers sur n'importe quel segment.

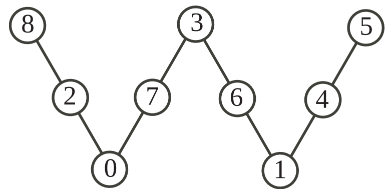


Puisque p, q, r, t, u, w, x, y et z représentent les entiers de 1 à 8 dans un certain ordre , on a :

$$p + q + r + t + u + w + x + y + z = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

D'après la condition de l'énoncé, on a $S = p + q + r = r + t + u = u + w + x = x + y + z$.
Donc $(p + q + r) + (r + t + u) + (u + w + x) + (x + y + z) = 4S$.
Donc $(p + q + r + t + u + w + x + y + z) + r + u + x = 4S$, d'où $r + u + x = 4S - 36$, ou $r + u + x = 4(S - 9)$.
On remarque que le membre de droite est un entier qui est divisible par 4.
Or, on veut que S soit le plus petit possible. On veut donc que $r+u+x$ soit le plus petit possible.
Puisque $r+u+x$ est un entier strictement positif qui est divisible par 4, alors sa valeur minimale est $r + u + x = 4$.
Si $r + u + x = 4$, alors r, u et x doivent avoir pour valeurs 0, 1 et 3 dans un ordre quelconque,

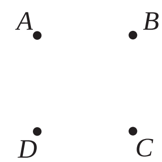
puisque r, u et x représentent des entiers distincts de 0 à 8.
Dans ce cas, on a $4 = 4S - 36$, d'où $S = 10$.
Puisque $S = 10$, alors r et u ou bien u et x ne peuvent pas avoir pour valeurs 0 et 1, dans un ordre quelconque, parce que le troisième nombre aurait alors une valeur de 9, ce qui est interdit.
Donc, u doit avoir une valeur de 3, tandis que r et x ont des valeurs de 0 et de 1 dans un ordre quelconque.
Voici un placement des nombre qui respecte la condition de l'énoncé :



Donc dans l'énoncé, la valeur de u est égale à $3 + 2012$, ou 2015.

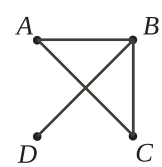
RÉPONSE : (D)

25. Soit A, B, C et D les quatre personnes dans la salle. On représente chacune par un point.
Il y a six paires possibles d'amis, soit AB, AC, AD, BC, BD et CD. Si deux personnes sont des amies, on unit les points correspondants par un segment. Ainsi si deux personnes ne sont pas amies, leurs points ne seront pas unis par un segment.



On considère la paire AB. Il y a 50 % de chances que A et B soient amis. Les chances sont donc égales qu'il y ait ou non un segment qui relie A et B. Dans chacun de ces 2 cas, les chances sont égales qu'il y ait ou non un segment qui relie A et C. On peut continuer de cette façon pour les autres paires de personnes. Le nombre total de dessins que l'on peut tracer avec des segments ou non entre les 6 paires de points est donc égal à $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, ou 2^6, ou 64.

Par exemple, supposons que A et B, B et C, A et C, ainsi que B et D sont amis. Cette situation serait représentée par le dessin ci-contre.



Puisque chacun des choix de tracer ou non un segment est équiprobable, chacun des 64 dessins est équiprobable. Chacun a donc une probabilité de $\frac{1}{64}$.

D'après la définition, les personnes A et B, sont *reliées* si :

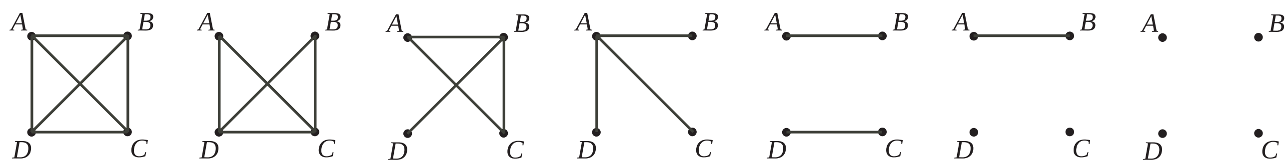
- il y a un segment entre les points A et B ou
- s'il y a un segment entre C et chacun des points A et B ou
- s'il y a un segment entre D et chacun des deux points A et B ou
- s'il y a un segment entre C et un des deux points, un autre entre D et l'autre point, ainsi qu'un segment entre C et D.

En d'autres mots, les points A et B sont reliés si l'on peut se déplacer de A à B en suivant des segments et en passant ou non par C et/ou par D.
Si, dans un dessin. toutes les paires de points sont reliées, on dira que le dessin est *complètement relié*.
Puisqu'on cherche la probabilité pour que chaque paire de personnes dans la salle soit reliée, on cherche le nombre de dessins qui sont complètement reliés. Ce nombre sera divisé par 64 pour obtenir la probabilité.

On examine d'abord le nombre de dessins de chaque type, selon qu'ils contiennent 0 segment, 1 segment, 2 segments et ainsi de suite jusqu'à 6 segments. Ensuite, on examinera chaque type pour déterminer le nombre de dessins de ce type qui sont complètement reliés.

- 0 segment : Il y a 1 dessin possible.
- 6 segments : Il y a 1 dessin possible.
- 1 segment : Il y a 6 dessins possibles, car il est possible de joindre n'importe quelle des 6 paires de points possibles.
- 5 segments : Il y a 6 dessins possibles. En effet, on peut commencer avec un dessin de 6 segments et enlever n'importe quel des 6 segments.
- 2 segments : Il y a 15 dessins possibles. En effet, il y a 6 façons de choisir le premier segment et pour chacun de ces choix, il y a 5 façons de choisir le deuxième segment, pour un total de 30 choix. Or, chaque paire de segments a été comptée deux fois. (Par exemple le choix AB suivi de BD, ainsi que le choix BD suivi de AB). Le nombre de dessins est donc égal à $30 \div 2$, ou 15.
- 4 segments : Il y a 15 dessins possibles. En effet, on peut commencer avec un dessin de 6 segments et enlever n'importe quels deux segments. Il y a 15 façons de choisir les deux segments qui seront enlevés.
- 3 segments : Il y a 20 dessins possibles. En effet, il y a 64 dessins possibles et le nombre de dessins qui ont déjà été comptés est égal à $1 + 1 + 6 + 6 + 15 + 15$, ou 44.

Voici un exemple de chaque type de dessin :



6 segments 5 segments 4 segments 3 segments 2 segments 1 segment 0 segment

On examine maintenant chaque type de dessin pour déterminer le nombre de dessins de ce type qui sont complètement reliés :

- 0 segment
  Ce dessin n'est pas complètement relié.
- 6 segments
  Ce dessin est complètement relié.
- 1 segment
  Aucun de ces 6 dessins n'est complètement relié, car dans chaque dessin, seuls deux points sont reliés.
- 5 segments
  Chacun des 6 dessins est complètement relié. En effet, dans chaque dessin, seule une paire de points n'est pas unie par un segment. Or, il est possible de se déplacer d'un point à l'autre en passant par un autre point qui est uni aux deux autres par des segments. Par exemple, si le segment AB est absent (voir le dessin ci-haut pour le type « 5 segments »), on peut se déplacer de A à B en passant par C, car C est relié à A et à B.
- 2 segments
  Aucun de ces 15 dessins n'est complètement relié. En effet, les deux segments peuvent relier 3 points (p. ex., de B à A et de B à C) ou ils peuvent relier deux paires de points (voir le dessin ci-haut pour le type « 2 segments »).

- 4 segments

  Chacun des 15 dessins est complètement relié. En effet, supposons que l'on commence par un dessin qui compte 6 segments et qu'on enlève ensuite 2 segments.

  Il y a deux possibilités : soit que les deux segments partagent un même point (p. ex., on enlève AB et BC pour obtenir la figure 1 ci-dessous) ou qu'ils n'en partagent aucun (p. ex., on enlève AB et CD pour obtenir la figure 2 ci-dessous).

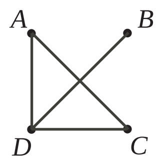


Figure 1

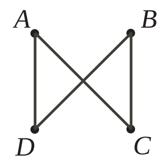


Figure 2

  Dans les deux cas, on obtient un dessin complètement relié. Ainsi chacun des 15 dessins est complètement relié.

- 3 segments

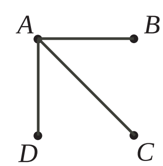
  Il y a 20 dessins possibles.

  Dans chacun de ces dessins, il est question de joindre au moins 3 points, car 2 points ne peuvent être joints que par 1 segment.

  Il y a plusieurs possibilités :

  - Dans quelques-uns de ces 20 dessins, les segments relient 3 points. Ils ont l'apparence d'un triangle et d'un point extérieur. Il y a 4 tels dessins, soit un pour chacun des points qui est extérieur au triangle. Aucun de ces dessins n'est complètement relié.

  - Dans quelques-uns des 16 autres dessins, un point est relié à chacun des 3 autres points. Par exemple, A est joint à chacun des autres points, comme dans la figure ci-contre.

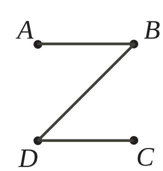


    On voit que le dessin est complètement relié. En effet, on peut se déplacer directement de A à B, à C et à D ; on peut se déplacer de B à A, et de B à C ou à D en passant par A ; on peut se déplacer de C à A et de C à B ou D en passant par A ; on peut se déplacer de D à A et de D à B ou à C en passant par A.

    Il y a 4 tels dessins, chacun ayant un point particulier, soit A, B, C ou D relié aux trois autres points.

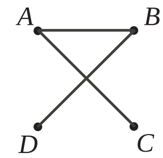
  - On considère maintenant les 12 dessins qui restent ($20 - 4 - 4 = 12$). Dans chacun, les 4 points sont reliés à d'autres points et aucun point n'est relié aux trois autres points. Par exemple, on commence par un segment AB.

    Si le segment CD est tracé, alors un des segments AC, AD, BC ou BD est tracé, ce qui signifie que l'on peut se déplacer de A et de B à C et à D.



    Chacun de ces dessins est donc complètement relié.

Si le segment CD n'est pas tracé, alors deux des segments AC, AD, BC et BD sont tracés. Or, AC et AD ne peuvent pas être tracés tous les deux, car on ne peut tracer 3 segments à partir du même point. De même, BC et BD ne peuvent pas être tracés tous les deux.
De plus, AC et BC ne peuvent pas être tracés tous les deux, ni AD et BD tous les deux, car on ne peut pas inclure 3 points seulement.
Donc, il faut que AC et BD soient tracés, ou bien que AD et BC soient tracés.
Ce type de dessin est complètement relié.



Donc parmi les 64 dessins possibles, le nombre de dessins qui sont complètement reliés est égal à $1 + 6 + 15 + 4 + 12$, ou 38.
Donc, la probabilité pour que chaque paire de personnes dans la salle soit reliée est de $\frac{38}{64}$, ou $\frac{19}{32}$.

Réponse : (D)