Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Gauss 2012

(7^e et 8^e années – Secondaire I et II)

le mercredi 16 mai 2012

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 17 mai 2012

(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

Les solutions de 8ième année suit les solutions de 7ième année

©2011 Le Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

Personnel du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

Ed Anderson
Lloyd Auckland
Terry Bae
Steve Brown
Ersal Cahit
Karen Cole
Jennifer Couture
Serge D'Alessio
Frank DeMaio
Fiona Dunbar
Mike Eden
Barry Ferguson
Barb Forrest
Judy Fox
Steve Furino
John Galbraith
Sandy Graham
Angie Hildebrand
Judith Koeller
Joanne Kursikowski
Bev Marshman
Dean Murray
Jen Nissen
J.P. Pretti
Linda Schmidt
Kim Schnarr
Jim Schurter
Carolyn Sedore
Ian VanderBurgh
Troy Vasiga

Comité du concours Gauss

Mark Bredin (président), St. John's Ravenscourt School, Winnipeg, MB
Kevin Grady (président adjoint), Cobden District P.S., Cobden, ON
John Grant McLoughlin, University of New Brunswick, Fredericton, NB
JoAnne Halpern, Thornhill, ON
David Matthews, University of Waterloo, Waterloo, ON
Allison McGee, All Saints C.H.S., Kanata, ON
Kim Stenhouse, William G. Davis P.S., Cambridge, ON
David Switzer, Sixteenth Ave. P.S., Richmond Hill, ON
Chris Wu, Amesbury M.S., Toronto, ON

7e année

1. On a : $202 - 101 + 9 = 101 + 9 = 110$

Réponse : (B)

2. En chiffres, le nombre 33 millions s'écrit 33 000 000.

Réponse : (D)

3. Les six nombres, soit 1, 2, 3, 4, 5 et 6, sont des résultats possibles et équiprobables.
Il y a 1 résultat favorable sur 6 résultats possibles.
Donc, la probabilité d'obtenir un 5 est égale à $\frac{1}{6}$.

Réponse : (B)

4. Une fraction positive augmente en valeur à mesure que son dénominateur diminue et elle diminue en valeur à mesure que son dénominateur augmente.
Puisque les cinq fractions ont le même numérateur, la plus grande fraction est celle qui a le plus petit dénominateur.
La plus grande fraction de l'ensemble $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right\}$ est $\frac{1}{2}$.

Réponse : (A)

5. *Solution 1*
L'angle indiqué par $\square$ et l'angle de 60° sont opposés par le sommet.
Or, deux angles opposés par le sommet sont congrus. Donc, l'angle indiqué par $\square$ mesure 60°.

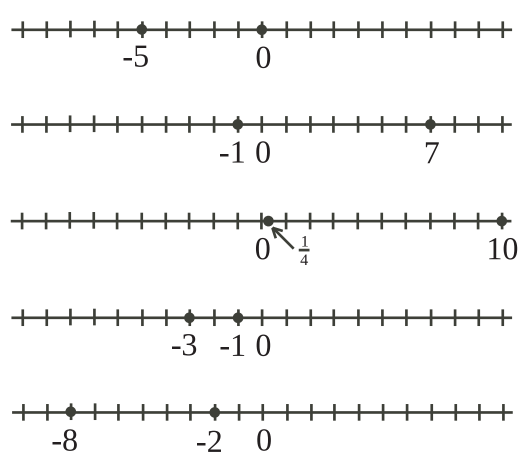
Solution 2
Tout angle plat mesure 180°.
Or, l'angle de 120° et l'angle indiqué par $\square$ forment un angle plat.
On a donc $120^\circ + \square = 180^\circ$.
Donc, l'angle indiqué par $\square$ mesure 60°.

Réponse : (A)

6. Puisque quinze fois le nombre est égal à 300, le nombre est égal à 300 divisé par 15, soit 20.

Réponse : (A)

7. Pour chaque énoncé, on place les deux nombres sur une droite numérique. Les cinq énoncés sont représentés ci-contre.
Lorsqu'on se déplace de gauche à droite, les nombres augmentent.
Lorsqu'on dit que le nombre A est moins que le nombre B, cela signifie donc que le nombre A est situé à gauche du nombre B.
On voit donc que les quatre premiers énoncés sont faux et que le cinquième est vrai. En effet, le nombre -8 est placé à la gauche du nombre -2, ce qui indique que -8 est moins que -2.



Réponse : (E)

8. Puisque Briana compte sur 6 de ses 8 tirs, elle ne compte pas sur 2 des 8 tirs.
Or $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\,\%$.
Donc, le pourcentage des tirs où elle ne compte pas est de 25 %.

Réponse : (E)

9. Selon le diagramme, les nombres de visites par jour que Ben a reçues, du lundi au vendredi, sont 300, 400, 300, 200 et 200.
On obtient la moyenne du nombre de visites par jour en additionnant ces nombres et en divisant la somme par 5.
Elle est donc égale à $(300 + 400 + 300 + 200 + 200) \div 5$, ce qui est égal à $1400 \div 5$, ou 280.
La moyenne du nombre de visites par jour est entre 200 et 300.

Réponse : (C)

10. Le graphique indique que le véhicule se déplace à une vitesse constante de 20 m/s.
À cette vitesse, le véhicule mettra 5 secondes pour parcourir une distance de 100 m, puisque $5 \times 20 = 100$, ou $100 \div 20 = 5$.

Réponse : (E)

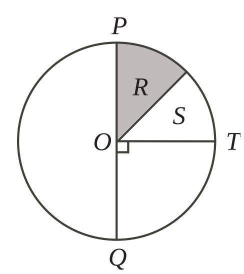
11. Puisque les quatre côtés d'un carré ont la même longueur et que le carré a un périmètre de 36 cm, chaque côté a une longueur de 9 cm, car $36 \div 4 = 9$.
Puisque le carré a une base de 9 cm et une hauteur de 9 cm, il a une aire de 9×9 cm^2, ou 81 cm^2.

Réponse : (B)

12. Le choix (A) est égal à 3,75, ou $3\frac{3}{4}$, ou $\frac{15}{4}$.
Le choix (B) est égal à $\frac{14+1}{3+1}$, ou $\frac{15}{4}$.
Le choix (C) est égal à $\frac{3}{4} + 3$, ou $3\frac{3}{4}$. Il est donc égal à $\frac{15}{4}$.
Le choix (D) est égal à $\frac{5}{4} \times \frac{3}{4}$, ou $\frac{5\times3}{4\times4}$, ou $\frac{15}{16}$, ce qui n'est pas égal à $\frac{15}{4}$.
Le choix (E) est égal à $\frac{21}{4} - \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$, ou $\frac{16}{4} - \frac{1}{4}$, ou $\frac{15}{4}$.
Seule l'expression numérique de (D) n'est pas égale à $\frac{15}{4}$.

Réponse : (D)

13. Puisque PQ passe par le centre O du cercle, il est un diamètre du cercle.
Puisque $\angle QOT = 90°$, alors $\angle POT = 180° - 90°$, ou $\angle POT = 90°$.
Puisque $\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4} = 25\,\%$, l'aire du secteur POT est $\frac{1}{4}$ de l'aire du cercle, ou 25 % de l'aire du cercle.
Puisque les régions R et S ont la même aire, chacune a une aire égale à la moitié de 25 % de l'aire du cercle, soit 12,5 % de l'aire du cercle.
Donc, la flèche s'arrêtera dans la région ombrée 12,5 % du temps.



Réponse : (E)

14. Pour que la différence soit la plus grande possible, on crée un nombre aussi grand que possible et le deuxième aussi petit que possible.
Le chiffre des dizaines contribue davantage à la grandeur d'un nombre que le chiffre des unités.
Pour créer le plus grand nombre possible, on choisit le 8 (le plus grand des quatre chiffres) comme chiffre des dizaines et le 6 (le deuxième plus grand des quatre chiffres) comme chiffre des unités.
De même, pour créer le plus petit nombre possible, on choisit le 2 (le plus petit des quatre chiffres) comme chiffre des dizaines et le 4 comme chiffre des unités.
La plus grande différence possible est égale à $86 - 24$, ou 62.

Réponse : (B)

15. Puisqu'il tombe 1 mm de neige à toutes les 6 minutes, il en tombe 10 fois plus, soit 10 mm, en 60 minutes. Cela correspond à 1 cm en 60 minutes, ou 1 cm en 1 heure.
Puisqu'il tombe 1 cm de neige à chaque heure, il en tombera 100 cm en 100 heures.
Puisque 100 cm correspondent à 1 m, il faudra 100 heures pour que 1 m de neige soit tombée.
Réponse : (E)

16. Puisque $1 \times 2012 = 2012$, 1 et 2012 sont des diviseurs de 2012.
Puisque 2012 est pair, il est disible par 2. On a $2012 \div 2 = 1006$. Puisque $2 \times 1006 = 2012$, 2 et 1006 sont des diviseurs de 2012.
Puisque 1006 est pair, on peut conclure que 2012 est divisible par 4. On a $2012 \div 4 = 503$. Puisque $4 \times 503 = 2012$, 4 et 503 sont des diviseurs de 2012. Or, on donne que 503 est un nombre premier. Ce nombre n'admet donc aucun autre diviseur.
Les diviseurs de 2012, en paires, sont 1 et 2012, 2 et 1006, 4 et 503.
Le nombre 2012 a donc 6 diviseurs positifs entiers.
Réponse : (D)

17. *Solution 1*
Puisque le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 8 : 5, on peut former 8 groupes de garçons et 5 groupes de filles, tous les groupes étant égaux.
Puisque les 128 garçons peuvent être placés en 8 groupes égaux et que $128 \div 8 = 16$, il y a 16 élèves par groupe.
Il y a donc 5 groupes de 16 filles pour un total de 80 filles dans l'école.
Puisqu'il y a 128 garçons et 80 filles dans l'école, il y a 208 élèves en tout.

Solution 2
On sait que le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 8 : 5. On considère des rapports équivalents à 8 : 5, soit 16 : 10, 24 : 15, 32 : 20, ...
Puisqu'il y a 128 garçons dans l'école, on cherche le rapport équivalent 128 :?. Pour obtenir ce rapport équivalent, il faut multiplier les deux termes du rapport 8 : 5 par 16, car $128 \div 8 = 16$.
On obtient le rapport équivalent 128 : 80.
Il y a donc 128 garçons et 80 filles dans l'école pour un total de 208 élèves.

Solution 3
Puisque le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 8 : 5, alors pour chaque 5 filles dans l'école, il y a 8 garçons.
Le nombre de filles dans l'école est donc égal à $\frac{5}{8}$ du nombre de garçons.
Puisqu'il y a 128 garçons dans l'école, le nombre de filles est égal à $\frac{5}{8}$ de 128.
Or $\frac{1}{8}$ de 128 est égal à 16. Donc $\frac{5}{8}$ de 128 est égal à 5×16, ou 80.
Il y a donc 128 garçons et 80 filles dans l'école pour un total de 208 élèves.

Solution 4
Puisque le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 8 : 5, alors pour chaque 8 garçons dans l'école il y a 5 filles, ou 13 élèves.
Le nombre d'élèves dans l'école est donc égal à $\frac{13}{8}$ du nombre de garçons.
Puisqu'il y a 128 garçons dans l'école, le nombre d'élèves est égal à $\frac{13}{8}$ de 128.
Or $\frac{1}{8}$ de 128 est égal à 16. Donc $\frac{13}{8}$ de 128 est égal à 13×16, ou 208.
Il y a donc 208 élèves dans l'école.
Réponse : (C)

18. On peut utiliser les trois balances connues pour tenter d'obtenir un cercle, un losange et un triangle sur un plateau en équilibre avec l'autre plateau.
De plus, le contenu de l'autre plateau doit être dans un des cinq choix de réponse.
Par exemple, on considère la balance en haut à droite. Un losange et un cercle sont équilibrés par un triangle.
Si on ajoutait un triangle à chaque plateau de la balance, on aurait un cercle, un losange et un triangle équilibrés par deux triangles. Or, on ne retrouve pas deux triangles dans les choix de réponse.
On considère ensuite la balance en haut à gauche. Un triangle et un cercle sont équilibrés par un carré.
Si on ajoutait un losange à chaque plateau de la balance, on aurait un cercle, un losange et un triangle équilibrés par un carré et un losange.
Puisqu'on retrouve cette réponse dans les choix, il s'agit de la réponse que l'on cherche.

Dans une question à choix multiple, il n'est pas nécessaire de montrer que seul le choix (D) peut équilibrer un cercle, un losange et un triangle. Il est toutefois possible de démontrer que les autres choix de réponse ne peuvent pas équilibrer un cercle, un losange et un triangle.

Réponse : (D)

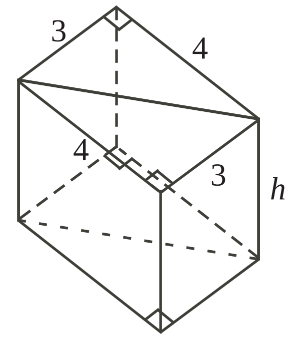
19. Si on place les cinq nombres en ordre croissant, la médiane est située au milieu.
On a donc __, __, 18, __, __.
Les nombres ont une moyenne de 20 et on veut que le dernier soit aussi grand que possible. Pour cela, il faudra que les autres nombres soient aussi petits que possible. On rappelle que les cinq nombres doivent être différents les uns des autres.
Les deux premiers nombres doivent donc être 1 et 2. On a donc 1, 2, 18, __, __.
Pour que le dernier nombre soit aussi grand que possible, il faut aussi que l'avant-dernier soit aussi petit que possible, tout en étant supérieur à 18. Ce nombre est donc égal à 19.
On a donc 1, 2, 18, 19, __.
Puisque les cinq nombres ont une moyenne de 20, ils ont une somme de 5×20, ou 100.
Puisque les quatre premiers nombres ont une somme de 40, le cinquième nombre est 60.
Le plus grand nombre possible est donc 60.

Réponse : (A)

20. Si Carl ou Marc dit « Demain, je mentirai » un jour qu'il ment, alors il dira la vérité le lendemain, car il ment.
Cela peut donc seulement se produire un jour qu'il ment qui est suivi d'un jour qu'il dit la vérité.
Dans le cas de Carl, cela se produit seulement le dimanche, puisqu'il ment le dimanche et dit la vérité le lundi. Dans le cas de Marc, cela se produit seulement le jeudi, car il ment le jeudi et dit la vérité le vendredi.
Si Carl ou Marc dit « Demain, je mentirai » un jour qu'il dit la vérité, alors il mentira le lendemain, puisqu'il dit la vérité.
Cela peut donc seulement se produire un jour qu'il dit la vérité qui est suivi d'un jour qu'il ment.
Dans le cas de Carl, cela se produit seulement le jeudi, car il dit la vérité le jeudi et ment le vendredi. Dans le cas de Marc, cela se produit seulement le lundi, car il dit la vérité le lundi et ment le mardi.
Le seul jour de la semaine que Carl et Marc peuvent dire « Demain, je mentirai » est donc le jeudi.

Réponse : (B)

21. On peut créer le prisme à base triangulaire en prenant un prisme dont la base est un rectangulaire de dimensions 3 cm sur 4 cm et en le tranchant à la verticale le long de la diagonale de la base.
Le prisme à base triangulaire est donc la moitié du prisme à base rectangulaire ci-contre.
Or, le prisme à base triangulaire a un volume de 120 cm^3. Le prisme à base rectangulaire a donc un volume deux fois plus grand, soit de 240 cm^3.
La base du prisme à base rectangulaire a une aire de 3×4 cm^2, ou 12 cm^2. Le volume de ce prisme est égal au produit de cette aire et de la hauteur. On a donc $12h = 240$.
Puisque $12 \times 20 = 240$, alors $h = 20$.
Le grand prisme a un volume de 240 cm^3 et le prisme donné a un volume de 120 cm^3 lorsque les prismes ont une hauteur de 20 cm.



Réponse : (B)

22. On peut supposer que la classe compte 100 élèves, sans que cela ne change la moyenne.
Donc, 20 élèves ont obtenu 0 bonne réponse, 5 élèves ont obtenu 1 bonne réponse, 40 élèves ont obtenu 2 bonnes réponses et 35 élèves ont obtenu 3 bonnes réponses.
Le nombre total de points obtenus est donc égal à :

$$(20 \times 0) + (5 \times 1) + (40 \times 2) + (35 \times 3) = 0 + 5 + 80 + 105 = 190$$

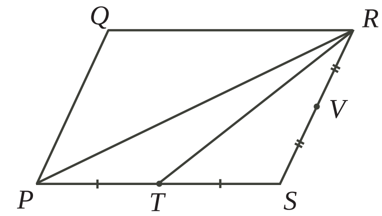
Puisque les 100 élèves ont obtenu un total de 190 points, la moyenne de la classe est égale à $190 \div 100$, ou 1,9.

Réponse : (B)

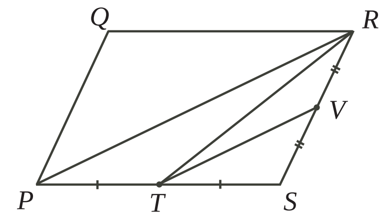
23. On peut obtenir le chiffre des unités d'un produit en multipliant seulement les chiffres des unités des nombres qui sont multipliés.
Par exemple, pour obtenir le chiffre des unités du produit 12×53, on multiplie 2×3, pour obtenir 6. Le chiffre des unités du produit 12×53 est 6.
Pour déterminer le chiffre des unités de N, on détermine le produit des chiffres des unités des nombres qui sont utilisés pour obtenir N.
Les chiffres des unités de ces nombres sont 1, 3, 7, 9, 1, 3, 7, 9, $\ldots$, et ainsi de suite.
Les chiffres 1, 3, 7 et 9 sont donc répétés dans chaque groupe de quatre nombres dans la multiplication.
Or, il y a dix groupes de quatre nombres dans la multiplication. Le chiffre des unités de N est donc égal au chiffre des unités du produit de dix groupes de $1 \times 3 \times 7 \times 9$.
On détermine d'abord le chiffre des unités du produit de $1 \times 3 \times 7 \times 9$.
Le chiffre des unités du produit de 1×3 est 3.
Le chiffre des unités du produit de 3×7 est 1 (puisque $3 \times 7 = 21$).
Le chiffre des unités du produit de 1×9 est 9.
Donc, le chiffre des unités du produit de $1 \times 3 \times 7 \times 9$ est 9.
(On aurait pu calculer $1 \times 3 \times 7 \times 9 = 189$ pour déterminer le chiffre des unités du produit.)
Dans la multiplication pour obtenir N, chacun des dix groupes de quatre nombres a un produit dont le chiffre des unités égal à 9. Pour obtenir le chiffre des unités de N, il suffit donc d'obtenir le chiffre des unités du produit de $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$.
Ce produit est égal au produit de $81 \times 81 \times 81 \times 81 \times 81$.
Puisque tous les chiffres des unités égalent 1, on obtient un chiffre des unités égal à 1.

Réponse : (A)

24. La diagonale PR coupe le parallélogramme $PQRS$ en deux triangles de même aire. L'aire du triangle PRS est donc égale à la moitié de celle du parallélogramme $PQRS$, soit 20.
On construit la médiane RT du triangle PRS. (Une *médiane* est un segment qui joint un sommet du triangle au milieu du côté opposé.)
La médiane RT divise le triangle PRS en deux triangles de même aire, puisque la base PS est coupée en son milieu et que la hauteur est inchangée. Donc, l'aire du triangle TRS est égale à la moitié de celle du triangle PRS, soit 10.



De même, on construit la médiane TV du triangle TRS, comme dans la figure ci-contre. La médiane TV coupe le triangle TRS en deux triangles de même aire, puisque sa base SR est coupée en son milieu et que la hauteur est inchangée.
Donc, l'aire du triangle TVS est égale à la moitié de celle du triangle TRS, soit 5.
L'aire de la région $PRVT$ est égale à l'aire du triangle PRS moins celle du triangle TVS, soit $20 - 5$, ou 15.



Réponse : (C)

25. Il existe une formule très utile et bien connue pour la somme des n premiers entiers strictement positifs, $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1) + n$.
Selon cette formule, la somme $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1) + n$ est égale à $\frac{n(n+1)}{2}$ (la preuve se trouve à la fin de la solution).
Par exemple, si $n = 6$, la somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ est égale à : $\frac{6(6+1)}{2} = \frac{6 \times 7}{2} = \frac{42}{2} = 21$.
On peut le vérifier en additionnant au long dans sa tête.
Dans le tableau donné, il y a 1 nombre dans la rangée 1, 2 nombres dans la rangée 2, 3 nombres dans la rangée 3, et ainsi de suite. Il y a donc toujours n nombres dans la rangée n.
Chaque rangée contient un entier de plus que la rangée précédente.
Le dernier nombre de chaque rangée est égal au nombre de nombres dans le tableau jusque là.
Par exemple, le dernier nombre de la rangée 4 est égal à 10, ce qui est égal au nombre de nombres dans le tableau jusque là, soit $1 + 2 + 3 + 4$.
Donc le dernier nombre de la rangée n est égal à $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1) + n$, ce qui est égal à $\frac{n(n+1)}{2}$.
On utilise ceci pour déterminer le numéro de la rangée qui contient 2016.
Par tâtonnements, on obtient $\frac{62(63)}{2} = 1953$ et $\frac{63(64)}{2} = 2016$. Donc, le dernier nombre de la rangée 62 est 1953 et le dernier nombre de la rangée 63 est 2016.
Puisque 2000 est situé entre 1953 et 2016, il se trouve dans la rangée 63.
On doit maintenant déterminer dans quelle colonne le nombre 2000 est situé de manière à pouvoir déterminer combien il y a d'entiers inférieurs à 2000 dans cette colonne.
On sait que le nombre 2016 est le dernier nombre de la rangée 63 et qu'il n'y a donc aucun nombre au-dessus de lui dans la même colonne du tableau.
À partir de 2016, si on se déplace de 1 position vers la gauche, on arrive au nombre 2015 qui a 1 nombre au-dessus de lui dans la même colonne du tableau ; si on se déplace de 2 positions vers la gauche, on arrive au nombre 2014 qui a 2 nombres au-dessus de lui dans la même colonne du tableau, et ainsi de suite.

Si on se déplace vers la gauche de k positions à partir de 2016, on arrive au nombre $2016-k$ qui a k nombres au-dessus de lui dans la même colonne du tableau.
En d'autres mots, dans la rangée 63, il y a k entiers au-dessus du nombre $2016-k$ dans la même colonne du tableau.
Puisque le nombre 2000 est situé dans la rangée 63, on pose $2016-k=2000$ et on résout pour obtenir $k=16$.
Il y a donc 16 nombres au-dessus du nombre 2000 dans la même colonne que le nombre 2000.

<u>Vérification de la formule</u> : $1+2+3+4+\cdots+(n-1)+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$
Soit S la somme des n premiers entiers strictement positifs. Donc $S=1+2+3+4+\cdots+(n-1)+n$.
Si on renverse l'ordre des nombres, on a $S=n+(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+2+1$.
On additionne les membres de droites de ces deux équations, terme par terme :

$$\begin{array}{cccccccccccccc} & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \dots & + & (n-1) & + & n \\ + & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & (n-3) & + & \dots & + & 2 & + & 1 \\ \hline = & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + & \dots & + & (n+1) & + & (n+1) \end{array}$$

Dans cette somme, l'expression $(n+1)$ paraît n fois. La somme est donc égale à $n(n+1)$.
Or, cette somme représente $S+S$, ou $2S$. On a donc $2S=n(n+1)$, ou $S=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

Réponse : (D)

8e année

1. On fait appel à la priorité des opérations : $3 \times (3 + 3) \div 3 = 3 \times 6 \div 3 = 18 \div 3 = 6$

   Réponse : (A)

2. Les six nombres, soit 1, 2, 3, 4, 5 et 6, sont des résultats possibles et équiprobables.
   Il y a 1 résultat favorable sur 6 résultats possibles.
   Donc, la probabilité d'obtenir un 5 est égale à $\frac{1}{6}$.

   Réponse : (B)

3. Sous forme décimale, le nombre cinquante-six centièmes s'écrit 0,56.

   Réponse : (D)

4. Puisque les points P, Q et R sont situés sur une même ligne droite, $\angle PQR = 180°$.
   Donc $42° + x° + x° = 180°$, ou $42 + 2x = 180$, ou $2x = 138$. Donc $x = 69$.

   Réponse : (A)

5. Le nombre de pièces de 5 ¢ qu'il faut pour faire un dollar (100 ¢) est égal à $100 \div 5$, ou 20.

   Le nombre de pièces de 10 ¢ qu'il faut pour faire un dollar (100 ¢) est égal à $100 \div 10$, ou 10.

   Donc, si on utilisait des pièces de 5 ¢ pour faire un dollar, il faudrait 10 pièces de plus que si on utilisait des pièces de 10 ¢.

   Réponse : (B)

6. Lorsque Robert a coupé chacune des 12 parties de la pizza en 2 morceaux égaux, la pizza compte 24 morceaux égaux.
   Robert mange 3 de ces morceaux égaux.
   Il a donc mangé $\frac{3}{24}$ de la pizza, ou $\frac{1}{8}$ de la pizza.

   Réponse : (E)

7. La feuille de papier de forme rectangulaire mesure 25 cm sur 9 cm. Puisque $25 \times 9 = 225$, la feuille a une aire de 225 cm^2.
   Une feuille carrée a une hauteur égale à sa base.
   Si les côtés ont une longueur c, alors l'aire du carré est égale à $c \times c$, ou c^2.
   On a donc $c^2 = 225$, d'où $c = \sqrt{225}$, car c représente une longueur qui est positive. Donc $c = 15$.
   La feuille carrée mesure donc 15 cm sur 15 cm.

   Réponse : (A)

8. Puisque le nombre donné, soit 0,2012, est sous forme décimale, il est plus facile de comparer les intervalles si on écrit les autres nombres sous forme décimale.
   On a donc : $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{1}{5} = 0{,}2$; $\frac{1}{4} = 0{,}25$; $\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$
   Puisque le nombre 0,2012 est supérieur à 0,2 et inférieur à 0,25, il est situé entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$.

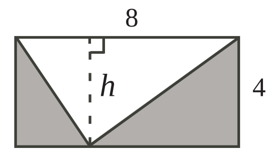
   Réponse : (C)

9. On reporte $x = 2$ dans l'expression $3^x - x^3$ pour obtenir :

$$3^2 - 2^3 = (3 \times 3) - (2 \times 2 \times 2) = 9 - 8 = 1$$

   Réponse : (D)

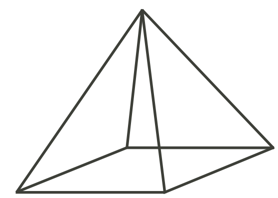
10. Le rectangle a une aire de 8×4, ou 32.
La partie non ombrée est un triangle qui a une base de 8 et une hauteur h de 4, puisque la hauteur indiquée est parallèle à un des côtés verticaux du rectangle.



Ce triangle non ombré a donc une aire égale à $\frac{1}{2} \times 8 \times 4$, ou 4×4, ou 16.
L'aire de la région ombrée est égale à l'aire du rectangle moins celle du triangle.
Elle est donc égale à $32 - 16$, ou 16.

Réponse : (B)

11. Puisque la pyramide a une base carrée, les 4 côtés de la base forment 4 arêtes de la pyramide.
Comme l'indique la figure ci-contre, chaque sommet à la base de la pyramide est relié à l'apex de la pyramide par une arête.
En tout, la pyramide a 8 arêtes.



Réponse : (A)

12. Puisqu'il tombe 1 mm de neige à toutes les 6 minutes, il en tombe 10 fois plus, soit 10 mm, en 60 minutes. Cela correspond à 1 cm en 60 minutes, ou 1 cm en 1 heure.
Puisqu'il tombe 1 cm de neige à chaque heure, il en tombera 100 cm en 100 heures.
Puisque 100 cm correspondent à 1 m, il faudra 100 heures pour que 1 m de neige soit tombée.

Réponse : (E)

13. Le mode d'un ensemble de nombres est le nombre qui se présente le plus souvent.
Les trois nombres ont un mode de 9.
Au moins deux des trois nombres doivent égaler 9, autrement les trois nombres seraient distincts et il y aurait trois modes.
Si les trois nombres égalaient 9, la moyenne ne pourrait pas être égale à 7. Donc, exactement deux des nombres égalent 9 et ils ont une somme de 18.
Puisque les trois nombres ont une moyenne de 7, ils ont une somme de 3×7, ou 21.
Puisque deux des nombres ont une somme de 18, le troisième nombre doit être 3. Les nombres sont donc 9, 9 et 3.
Le plus petit des nombres est 3.

Réponse : (C)

14. *Solution 1*
Puisque la moitié de la racine carrée d'un nombre est égale à 1, la racine carrée est égale à 2.
Puisque la racine carrée du nombre est égale à 2, le nombre est 4.

Solution 2
Soit x le nombre qu'on cherche.
Puisque la moitié de la racine carrée de x est égale à 1, alors $\frac{1}{2}\sqrt{x} = 1$.
On obtient une équation équivalente si on double chaque membre de l'équation.
Donc $2 \times \frac{1}{2}\sqrt{x} = 1 \times 2$, ou $\sqrt{x} = 2$.
Puisque les deux membres de l'équation sont égaux, alors le carré du membre de gauche est égal au carré du membre de droite. Donc $x = 4$.

Réponse : (B)

15. On remplit un tableau pour indiquer les lettres et les nombres qui sont récités en même temps.

Elena	P	Q	R	S	T	U	P	Q	R	S	T	U
Zacharie	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Après ces 12 étapes, on voit qu'Elena recommence sa série de 6 lettres en récitant « P » de nouveau. De même, Zacharie recommencera sa série de 4 nombres en récitant « 1 » de nouveau. Donc, cette suite de 12 entrées du tableau se répétera.
Pour connaître la combinaison qui ne sera pas dite en même temps, il suffit de vérifier lequel des cinq choix de réponse ne fait pas partie du tableau.
La seule combinaison qui ne fait pas partie du tableau est $R2$. C'est elle qui ne sera pas dite.

Réponse : (D)

16. *Solution 1*
Il y a 25 % plus d'autos que de camions dans le stationnement.
Pour déterminer un rapport, on peut choisir un nombre facile à utiliser. On suppose donc qu'il y a 100 camions dans le stationnement.
Il y a 25 % plus d'autos que de camions. Puisque 25 % de 100 est égal à 25, il y a 25 autos de plus que de camions. Il y a donc 125 autos dans le stationnement.
Le rapport du nombre d'autos au nombre de camions est de 125 : 100, ou 5 : 4.

Solution 2
Il y a 25 % plus d'autos que de camions dans le stationnement, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ de plus.
Pour déterminer un rapport, on peut choisir un nombre facile à utiliser. On suppose qu'il y a 4 camions dans le stationnement. Il y a donc 1 auto de plus, soit 5 autos.
Le rapport du nombre d'autos au nombre de camions est de 5 : 4.

Solution 3
Soit x le nombre de camions dans le stationnement.
Puisqu'il y a 25 % plus d'autos que de camions, le nombre d'autos est égal à $1{,}25x$.
Le rapport du nombre d'autos au nombre de camions est égal à $1{,}25x : x$, ou $1{,}25 : 1$, ou $(1{,}25 \times 4) : (1 \times 4)$, ou $5 : 4$.

Réponse : (D)

17. Le chiffre des dizaines contribue davantage à la grandeur d'un nombre que le chiffre des unités.
Pour déterminer la plus petite différence possible entre deux nombres, on cherche d'abord la plus petite différence possible entre les chiffres des dizaines.
Parmi les chiffres donnés, la plus petite différence possible entre les chiffres des dizaines est 2 et il y a trois façons de l'obtenir. En effet, on peut choisir 2 et 4, 4 et 6 ou 6 et 8 comme chiffres des dizaines. On a donc :

$$\begin{array}{r} 4\square \\ -2\square \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\square \\ -4\square \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8\square \\ -6\square \\ \hline \end{array}$$

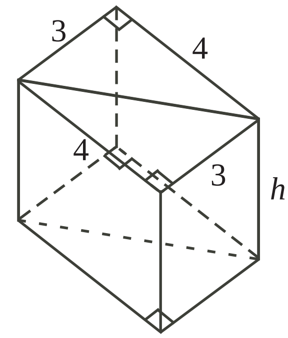
On complète les nombres en utilisant les deux chiffres restants.
Pour que la différence soit aussi petite que possible, on place le plus grand des deux chiffres avec le plus petit des deux nombres et le plus petit des deux chiffres avec le plus grand des deux nombres. On obtient ce qui suit :

$$\begin{array}{r} 46 \\ -28 \\ \hline 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ -48 \\ \hline 14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 82 \\ -64 \\ \hline 18 \end{array}$$

La plus petite différence possible est égale à $62 - 48$, ou 14.

Réponse : (B)

18. On peut créer le prisme à base triangulaire en prenant un prisme dont la base est un rectangulaire de dimensions 3 cm sur 3 cm et en le tranchant à la verticale le long de la diagonale de la base.
Le prisme à base triangulaire est donc la moitié du prisme à base rectangulaire ci-contre.
Or, le prisme à base triangulaire a un volume de 120 cm^3. Le prisme à base rectangulaire a donc un volume deux fois plus grand, soit de 240 cm^3.
La base du prisme à base rectangulaire a une aire de 3×4 cm^2, ou 12 cm^2. Le volume de ce prisme est égal au produit de cette aire et de la hauteur. On a donc $12h = 240$.
Puisque $12 \times 20 = 240$, alors $h = 20$.
Le grand prisme a un volume de 240 cm^3 et le prisme donné a un volume de 120 cm^3 lorsque les prismes ont une hauteur de 20 cm.



Réponse : (B)

19. Il y a 480 élèves qui participent et chacun participe à 4 épreuves différentes pour un total de 480×4 participations, ou 1920 participations.
Chaque épreuve compte 20 participants.
Le nombre d'épreuves est donc égal à $1920 \div 20$, ou 96.
Chaque épreuve est surveillée par 1 surveillant adulte et chacun des 16 surveillants adultes surveille le même nombre d'épreuves.
Le nombre d'épreuves que chaque adulte surveille est donc égal à $96 \div 16$, ou 6.

Réponse : (C)

20. *Solution 1*
Puisque la probabilité de choisir une boule bleue est de $\frac{2}{5}$, au départ, il y a 2 boules bleues pour chaque 5 boules dans le sac, c'est-à-dire 2 boules bleues pour chaque 3 boules rouges. Le rapport du nombre de boules bleues au nombre de boules rouges est donc de 2 : 3.
Après avoir ajouté 5 boules bleues et avoir enlevé 5 boules rouges, le rapport doit être de 3 : 2 pour que la probabilité de choisir une boule bleue soit de $\frac{3}{5}$.
On procède par essais systématiques en examinant des nombres possibles de boules bleues et de boules rouges au départ. Dans chaque cas, on ajoute 5 boules bleues et on enlève 5 boules rouges et on examine le rapport obtenu.

Avant		Après		
Nombre de boules bleues	Nombre de boules rouges	Nombre de boules bleues	Nombre de boules rouges	Nouveau rapport
4	6	9	1	9 : 1
6	9	11	4	11 : 4
8	12	13	7	13 : 7
10	15	15	10	15 : 10 = 3 : 2

Il y a donc 25 boules dans le sac.

Solution 2
Puisque la probabilité de choisir une boule bleue est de $\frac{2}{5}$, au départ, il y a 2 boules bleues pour chaque 5 boules dans le sac, c'est-à-dire 2 boules bleues pour chaque 3 boules rouges. Le rapport du nombre de boules bleues au nombre de boules rouges est donc de 2 : 3.
Il y a donc 2 groupes de boules bleues et 3 groupes équivalents de boules rouges dans le sac.
Or, lorsqu'on ajoute 5 boules bleues et qu'on enlève 5 boules rouges, le nouveau rapport du

nombre de boules bleues au nombre de boules rouges est de 3 : 2, ce qui fait qu'il y a maintenant 3 groupes de boules bleues et 2 groupes équivalents de boules rouges.
En ajoutant 5 boules bleues, on a ajouté 1 groupe et en enlevant 5 boules rouges, on a enlevé 1 groupe. Il y a donc 5 boules par groupe, avant et après.
À la fin, il y a donc 3 groupes de 5 boules bleues et 2 groupes de 5 boules rouges pour un total de 25 boules.

Solution 3
Puisque la probabilité de choisir une boule bleue est de $\frac{2}{5}$, au départ, il y a 2 boules bleues pour chaque 5 boules dans le sac, c'est-à-dire 2 boules bleues pour chaque 3 boules rouges. Le rapport du nombre de boules bleues au nombre de boules rouges est donc de 2 : 3.
Il y a donc 2 groupes de boules bleues et 3 groupes équivalents de boules rouges dans le sac.
Supposons qu'il y a k boules par groupe. Au départ, il y a donc $2k$ boules bleues et $3k$ boules rouges.
Lorsque Luc ajoute 5 boules bleues, il y a alors $2k + 5$ boules bleues dans le sac.
Luc enlève aussi 5 boules rouges du sac et le nombre total de boules, soit $2k+3k$, ou $5k$, demeure le même qu'au départ.
La nouvelle probabilité de choisir une boule bleue est égale au nombre de boules bleues, soit $2k + 5$, divisé par le nombre total de boules, soit $5k$.
On a donc $\dfrac{2k+5}{5k} = \dfrac{3}{5}$. Pour résoudre, on peut obtenir un dénominateur commun $5k$.
On a donc $\dfrac{2k+5}{5k} = \dfrac{3k}{5k}$. Puisque les dénominateurs sont égaux, les numérateurs le sont aussi.
Donc $2k + 5 = 3k$, ou $2k + 5 = 2k + k$. Donc $k = 5$.
Il y a donc 5 boules par groupe. Il y a donc 3 groupes de 5 boules bleues et 2 groupes de 5 boules rouges pour un total de 25 boules.

Solution 4
Soit N le nombre de boules dans le sac au départ.
Puisque la probabilité de choisir une boule bleue est de $\frac{2}{5}$, au départ, il y a donc $\frac{2}{5}N$ boules bleues dans le sac au départ.
Lorsqu'on ajoute 5 boules bleues et qu'on enlève 5 boules rouges, le nombre total de boules dans le sac est encore égal à N.
Puisque la probabilité de choisir une boule bleue est de $\frac{3}{5}$, à la fin, il y a donc $\frac{3}{5}N$ boules bleues dans le sac à la fin.
Or, la différence entre le nombre de boules bleues à la fin et le nombre de boules bleues au départ est de 5, puisqu'on a ajouté 5 boules bleues.
Donc $\frac{3}{5}N - \frac{2}{5}N = 5$, ou $\frac{1}{5}N = 5$, ou $N = 25$.
Il y a donc 25 boules dans le sac.

Réponse : (E)

21. D'après la première balance, 1 cercle est équilibré par 2 triangles.
On peut doubler ce qu'il y a sur chaque plateau. Donc, 2 cercles sont équilibrés par 4 triangles.
D'après la deuxième balance, 2 cercles sont aussi équilibrés par 1 triangle et 1 carré.
Donc, 4 triangles sont équilibrés par 1 triangle et 1 carré, ce qui fait que 3 triangles sont équilibrés par 1 carré.
Donc, 6 triangles sont équilibrés par 2 carrés.
(On remarque qu'on a réussi à trouver un équilibre pour 2 carrés, mais notre solution ne paraît pas dans les cinq choix de réponse. On doit donc continuer.)
On peut remplacer 4 des 6 triangles par 2 cercles, comme on l'a vu plus haut.

Donc les 2 carrés, qui sont équilibrés par 6 triangles, sont aussi équilibrés par 2 cercles et 2 triangles.
On peut donc remplacer le ? par 2 cercles et 2 triangles.

Réponse : (D)

22. Puisque un seul des énoncés est vrai, les deux autres sont faux.
Supposons que le 2^{e} énoncé est vrai et que les deux autres sont faux.
D'après le 2^{e} énoncé, l'édifice Euclide est le plus élevé.
Puisque le 3^{e} énoncé est faux, l'édifice Galilée est le plus élevé.
On a une contradiction, puisque l'Euclide et le Galilée ne peuvent pas tous les deux être le plus élevé. Notre supposition est donc fausse et le 2^{e} énoncé n'est pas vrai.

Supposons que le 3^{e} énoncé est vrai et que les deux autres sont faux
Donc, le Galilée n'est pas le plus élevé.
Puisque le 2^{e} énoncé est faux, l'Euclide n'est pas le plus élevé.
Puisque le Galilée et l'Euclide ne sont pas le plus élevé, il faut que le Newton soit le plus élevé.
Or, d'après le 1^{er} énoncé, qui est faux, le Newton est le moins élevé. On a une contradiction, puisque le Newton ne peut pas être le plus élevé et le moins élevé. Notre supposition est donc fausse et le 3^{e} énoncé n'est pas vrai.

Puisque les 2^{e} et 3^{e} énoncés ne sont pas vrais, le 1^{er} doit être vrai.
Puisque le 1^{er} énoncé est vrai, le Newton doit être le plus élevé ou le deuxième plus élevé.
Puisque le 3^{e} énoncé est faux, le Galilée doit être le plus élevé. Le Newton est donc le deuxième plus élevé.
Il reste l'Euclide qui doit être le moins élevé. Ceci est en accord avec le 2^{e} énoncé, qui est faux, ce qui veut dire que l'Euclide n'est pas le plus élevé
En ordre croissant selon leur hauteur, les trois édifices sont l'Euclide (E), le Newton (N) et le Galilée (G).

Réponse : (C)

23. Il faut procéder avec soin pour compter les motifs de façon systématique.
On procède en considérant des groupes de motifs qui ont des attributs communs.
On regroupe les motifs selon le nombre de triangles de « coin » qui sont ombrés, soit 3, 2, 1 ou 0.

3 coins ombrés
On peut créer un seul motif ayant trois coins ombrés, soit celui de la Figure 1.

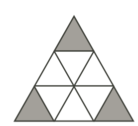


Figure 1

2 coins ombrés
On fixe d'abord 2 coins ombrés (en haut et à droite). On numérote les autres triangles comme dans la figure A.
Il suffit d'ombrer un seul de ces 6 triangles pour compléter un motif. On ne peut pas ombrer le triangle 2 ou le triangle 6, puisqu'ils partagent un côté avec un triangle ombré.

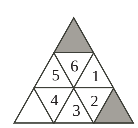


Figure A

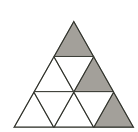


Figure 2

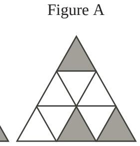


Figure 3

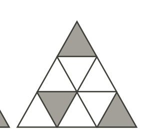


Figure 4

On peut ombrer le triangle 1, ce qui nous donne un premier motif, comme dans la figure 2.
On peut aussi ombrer le triangle 3 (Figure 3) ou le triangle 4 (Figure 4).
On ne peut pas ombrer le triangle 5, car on obtiendrait le même motif que celui de la figure 3

par réflexion.
Les motifs des figures 2, 3 et 4 ne peuvent pas être appariés entre eux par une rotation ou une réflexion.
Il y a donc 3 motifs différents qui ont 2 coins ombrés.

1 coin ombré
On fixe d'abord le coin ombré (en haut).
On numérote les autres triangles comme dans la figure B.
Il suffit d'ombrer 2 de ces 6 triangles pour compléter un motif.
On ne peut ombrer le triangle 6, puisqu'il partage un côté avec le triangle ombré.

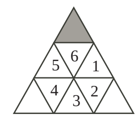


Figure B

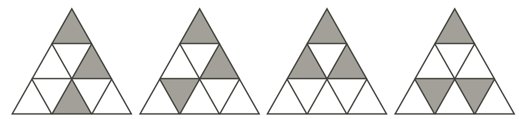


Figure 5 Figure 6 Figure 7 Figure 8

De plus, on ne peut pas ombrer deux triangles adjacents, puisqu'ils partagent un côté.
On obtient un premier motif en ombrant les triangles 1 et 3 (Figure 5).
On obtient un deuxième motif en ombrant les triangles 1 et 4 (Figure 6).
On obtient un troisième motif en ombrant les triangles 1 et 5 (Figure 7).
On obtient un quatrième motif en ombrant les triangles 2 et 4 (Figure 8).
Si on ombre les triangles 2 et 5, on obtient une réflexion de la figure 6, ce qui est interdit.
Si on ombre les triangles 3 et 5, on obtient une réflexion de la figure 5, ce qui est interdit
Les motifs des figures 5, 6, 7 et 8 ne peuvent pas être appariés entre eux par une rotation ou une réflexion.
Il n'y a aucun autre choix de deux triangles.
Il y a donc 4 motifs différents qui ont 1 coin ombré.

Aucun coin ombré
On numérote les petits triangles comme dans la figure C.
Il faut ombrer 3 de ces 6 triangles pour créer un motif. Puisqu'on ne peut ombrer deux triangles adjacents, il n'y a que deux choix. On peut ombrer les triangles 1, 3 et 5 (Figure 9) ou les triangles 2, 4 et 6 (Figure 10).

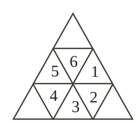


Figure C

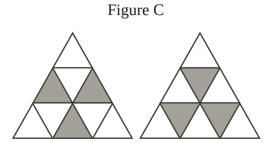


Figure 9 Figure 10

Ces deux motifs ne peuvent être appariés par une rotation ou une réflexion.
Il y a donc 2 motifs dans lesquels aucun coin n'est ombré.

Dans les quatre cas que l'on a considérés, il y a un total de $1 + 3 + 4 + 2$ motifs, ou 10 motifs. Puisque chaque cas compte un nombre différent de coins ombrés, aucun motif ne peut être apparié à un autre par une rotation ou une réflexion.
On peut donc créer 10 motifs différents.

Réponse : (C)

24. On cherche tous les groupes de cailloux qui ont une somme de 11.
On considère d'abord les groupes de 2 cailloux.
Il y a 5 groupes possibles qui ont une somme de 11, soit : $\{1, 10\}$, $\{2, 9\}$, $\{3, 8\}$, $\{4, 7\}$ et $\{5, 6\}$.
On considère les groupes de 3 cailloux.
Il y a 5 groupes possibles qui ont une somme de 11, soit : $\{1, 2, 8\}$, $\{1, 3, 7\}$, $\{1, 4, 6\}$, $\{2, 3, 6\}$ et $\{2, 4, 5\}$. Comment peut-on vérifier que ce sont les seuls groupes de 3 cailloux ?

Il est possible de former un groupe de 4 cailloux qui ont une somme de 11, soit $\{1, 2, 3, 5\}$, mais il est impossible de former deux autres groupes avec les cailloux qui restent, soit $\{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Il suffit donc de considérer des groupes de 2 ou de 3 cailloux.
Il faut maintenant compter le nombre de façons qu'il y a de choisir trois des dix groupes ci-haut de manière qu'aucun nombre n'est répété dans les groupes.
On considère quatre façons de choisir, soit : 3 groupes de 3 cailloux, 2 groupes de 2 cailloux et 1 groupe de 3 cailloux, 1 groupe de 2 cailloux et 2 groupes de 3 cailloux, 3 groupes de 3 cailloux.

1^er^ cas : 3 groupes de 2 cailloux

Puisqu'aucun nombre n'est répété dans les cinq groupes, il suffit de choisir 3 groupes.
Il y a 10 façons de choisir 3 groupes de 2 cailloux, soit :

$$\begin{array}{cc} \{1,10\},\{2,9\},\{3,8\} & \{1,10\},\ \{4,7\},\ \{5,6\} \\ \{1,10\},\ \{2,9\},\ \{4,7\} & \{2,9\},\ \{3,8\},\ \{4,7\} \\ \{1,10\},\ \{2,9\},\ \{5,6\} & \{2,9\},\ \{3,8\},\ \{5,6\} \\ \{1,10\},\ \{3,8\},\ \{4,7\} & \{2,9\},\ \{4,7\},\ \{5,6\} \\ \{1,10\},\ \{3,8\},\ \{5,6\} & \{3,8\},\ \{4,7\},\ \{5,6\} \end{array}$$

2^e^ cas : 2 groupes de de 2 cailloux et 1 groupe de 3 cailloux

On remarque que certains nombres se trouvent à la fois dans un groupe de 2 cailloux et dans un groupe de 3 cailloux. Il faut donc faire attention.
Pour procéder de façon systématique, on choisit d'abord un groupe de 3 cailloux et on choisit ensuite 2 groupes de 2 cailloux de manière à éviter les répétitions. On obtient :

1 groupe de 3 cailloux	2 groupes de 2 cailloux
$\{1, 2, 8\}$	$\{4, 7\}, \{5, 6\}$
$\{1, 3, 7\}$	$\{2, 9\}, \{5, 6\}$
$\{1, 4, 6\}$	$\{2, 9\}, \{3, 8\}$
$\{2, 3, 6\}$	$\{1, 10\}, \{4, 7\}$
$\{2, 4, 5\}$	$\{1, 10\}, \{3, 8\}$

Il y a 5 façons de choisir un groupe de 3 cailloux et 2 groupes de 2 cailloux.

3^e^ cas : 1 groupe de 2 cailloux et 2 groupes de 3 cailloux

On considère les groupes de 3 cailloux, soit $\{1, 2, 8\}$, $\{1, 3, 7\}$, $\{1, 4, 6\}$, $\{2, 3, 6\}$, and $\{2, 4, 5\}$.
Il y a beaucoup de répétitions entre ces groupes. Seuls $\{1, 3, 7\}$ et $\{2, 4, 5\}$ n'admettent aucune répétition entre eux.
Or, avec ces groupes, il est impossible de choisir un groupe de 2 cailloux sans répétitions.
Il n'y a donc aucune solution dans ce cas.

4^e^ cas : 3 groupes de 3 cailloux

Dans le cas précédent, on a vu qu'il n'y avait que 2 groupes de 3 cailloux sans répétitions. Il est donc impossible de choisir 3 groupes de 3 cailloux sans répétitions
Il n'y a donc aucune solution dans ce cas.

Le nombre de choix de trois groupes de nombres ayant une somme de 11 est égal à $10 + 5$, ou 15.

Réponse : (E)

25. Puisque $WXYZ$ est un rectangle, alors $\angle XWZ = \angle WZY = 90^\circ$. Les triangles PWS et SZR sont donc rectangles.
On a aussi $WX = ZY = 15$ et $WZ = XY = 9$.
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle PWS, $PS^2 = 3^2 + 4^2$, d'où $PS^2 = 9 + 16$, ou $PS^2 = 25$. Donc $PS = 5$ (puisque $PS > 0$).
De même, dans le triangle SZR, on a $SR^2 = 5^2 + 12^2$, d'où $SR^2 = 25 + 144$, ou $SR^2 = 169$.
Donc $SR = 13$ (puisque $SR > 0$).
Dans les triangles PWS et RYQ, on a $PW = RY = 3$, $WS = YQ = 4$ et $\angle PWS = \angle RYQ = 90^\circ$.
Chacun de ces triangles a donc une aire de $\frac{1}{2} \times 3 \times 4$, ou 6.
Dans les triangles SZR et QXP, on a $SZ = QX = 5$, $ZR = XP = 12$ et $\angle SZR = \angle QXP = 90^\circ$.
Chacun de ces triangles a donc une aire de $\frac{1}{2} \times 12 \times 5$, ou 30.
On obtient l'aire du parallélogramme $PQRS$ en soustrayant l'aire des triangles PWS, RYQ, SZR et QXP de l'aire du rectangle $WXYZ$.
L'aire du rectangle $WXYZ$ est égale à $WX \times XY$, c'est-à-dire à 15×9, ou 135.
L'aire du parallélogramme $PQRS$ est donc égale à $135 - (2 \times 6) - (2 \times 30)$, ou 63.
Or, on peut aussi déterminer l'aire du parallélogramme $PQRS$ en multipliant la longueur de sa base et sa hauteur.
On considère la base SR du parallélogramme. La hauteur est donc égale à PT.
On a donc $SR \times PT = 63$, d'où $13 \times PT = 63$, ou $PT = \frac{63}{13}$.
Puisque $\angle STP = \angle PTR = 90^\circ$, le triangle PTS est rectangle.
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle PTS, $ST^2 = PS^2 - PT^2$, d'où $ST^2 = 5^2 - \left(\frac{63}{13}\right)^2$.
Donc $ST^2 = 25 - \frac{3969}{169}$, ou $ST^2 = \frac{4225-3969}{169}$, ou $ST^2 = \frac{256}{169}$.
Donc $ST = \sqrt{\frac{256}{169}}$, ou $ST = \frac{16}{13}$ (puisque $ST > 0$).

Réponse : (D)