The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING
www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 12 avril 2012
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 13 avril 2012
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

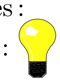
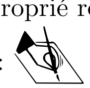
STRONGER COMMUNITIES TOGETHER™

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Durée : 75 minutes
L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Nombre de questions : 4
Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
   - Chacune vaut 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
   - Chacune vaut le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 . . . ou 1,41 . . . , sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié dans les Résultats du concours Euclide sur notre site web à l'adresse http://www.cemc.uwaterloo.ca.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées a l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

1. (a) À Angleville, le candidat A au poste de maire a reçu 1008 votes sur un total de 5600 votes. Quel pourcentage de tous les votes le candidat A a-t-il reçu ?

   (b) À Baseville, trois candidats, B, C et D, se sont fait la lutte pour le poste de maire. Le candidat B a gagné en remportant $\frac{3}{5}$ de tous les votes, tandis que les candidats C et D sont arrivés deuxièmes en obtenant un même nombre de votes. Quel pourcentage de tous les votes le candidat C a-t-il reçu ?

   (c) À Cordeville, deux candidats, E et F, se sont fait la lutte pour le poste de maire. En tout, il y a eu 6000 votes. À 22 h 00, seulement 90 % des votes avaient été comptés. Le candidat E avait reçu 53 % de ces votes. À 22 h 00, combien de votes de plus le candidat E avait-il reçus par rapport au candidat F ?

   (d) À Droiteville, trois candidats, G, H et J, se sont fait la lutte pour le poste de maire. D'après le comptage final, G a reçu 2000 votes, H a reçu 40 % des votes et J a reçu 35 % des votes. Combien de votes le candidate H a-t-il reçus ?

2. La *factorisation première* du nombre 144 est $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, ou $2^4 \times 3^2$. Or, 144 est un carré parfait, car on peut l'écrire sous la forme $(2^2 \times 3) \times (2^2 \times 3)$.
   La factorisation première de 45 est $3^2 \times 5$. Donc, 45 n'est pas un carré parfait, mais 45×5 est un carré parfait, car $45 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = (3 \times 5) \times (3 \times 5)$.

   (a) Déterminer la factorisation première de 112.

   (b) Le produit $112 \times u$ est un carré parfait. Sachant que u est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de u ?

   (c) Le produit $5632 \times v$ est un carré parfait. Sachant que v est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de v ?

   (d) Un *cube parfait* est un entier que l'on peut écrire sous la forme n^3, n étant un entier. Par exemple, 8 est un cube parfait, car $8 = 2^3$. Le produit $112 \times w$ est un cube parfait. Sachant que w est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de w ?

3. On écrit les entiers strictement positifs dans le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F	G
Rangée 1		1	2	3	4	5	6
Rangée 2	12	11	10	9	8	7	
Rangée 3		13	14	15	16	17	18
Rangée 4	24	23	22	21	20	19	

$\vdots$

Les rangées impaires contiennent six entiers consécutifs, en ordre de gauche à droite, en commençant dans la colonne B. Les rangées paires contiennent six entiers consécutifs, en ordre de droite à gauche, en commençant dans la colonne F.

(a) Déterminer le plus grand entier de la rangée 30.

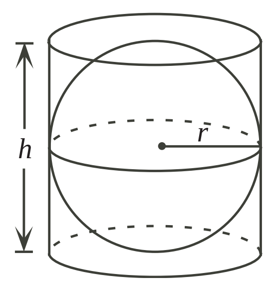
(b) Déterminer la somme des six entiers de la rangée 2012.

(c) Déterminer la rangée et la colonne du nombre 5000 dans le tableau.

(d) Dans combien de rangées la somme des six nombres est-elle supérieure à 10 000 et inférieure à 20 000 ?

4. Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est égal à $\pi r^2 h$.
Le volume d'une sphère de rayon r est égal à $\frac{4}{3}\pi r^3$.

(a) Dans la figure ci-contre, une sphère est placée dans un cylindre de même rayon r. De plus, la hauteur du cylindre est telle que la sphère touche aux deux extrémités du cylindre. Écrire une équation qui exprime la relation entre la hauteur h de ce cylindre et le rayon r de la sphère.



(b) On considère le cylindre et la sphère de la partie (a). Déterminer le volume du cylindre, sachant que la sphère a un volume de 288π.

(c) On a fixé un grand cube dans l'espace, avec des arêtes de 1 km. Darla, une fourmi spaciale, peut se déplacer sur le cube et dans l'espace à l'extérieur du cube. Si on permet à Darla de se promener sans s'éloigner à plus de 1 km du point le plus près sur le cube, déterminer le volume total de l'espace dans lequel Darla peut se déplacer.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2012!
En 2011, plus de 13 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour

– des copies gratuites des concours précédents
– des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
– des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour

– obtenir des renseignements au sujet des concours de 2012/2013
– vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
– trouver les résultats de votre école
– vous inscrire au Problème de la semaine
– obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)

www.cemc.uwaterloo.ca