Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
www.cemc.uwaterloo.ca

Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire 2012

le mardi 20 novembre 2012
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 21 novembre 2012
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

Partie A

1. Dans la file d'attente, il y a Jeanne, les quatre personnes devant elle et les sept personnes derrière elle. Or $4 + 1 + 7 = 12$. Il y a donc 12 personnes dans la file d'attente.

Réponse : 12

2. Puisque $1^{20} = 1$ et que les autres nombres sont tous supérieurs à 1, alors 1^{20} n'est pas le plus grand nombre.
On sait que $(2^a)^b = 2^{ab}$. On utilise cette propriété pour exprimer les trois derniers nombres sous forme de puissances de 2 :

$$4^8 = (2^2)^8 = 2^{16} \qquad 8^5 = (2^3)^5 = 2^{15} \qquad 16^3 = (2^4)^3 = 2^{12}$$

Les nombres sont donc $1, 2^{14}, 2^{16}, 2^{15}$ et 2^{12}.
Puisque les quatre derniers nombres ont la même base, le plus grand est celui qui est affecté du plus grand exposant.
Le plus grand nombre est donc 2^{16}, ou 4^8.
(On aurait pu utiliser une calculatrice pour déterminer que les nombres sont 1, 16 384, 65 536, 32 764 et 4096.)

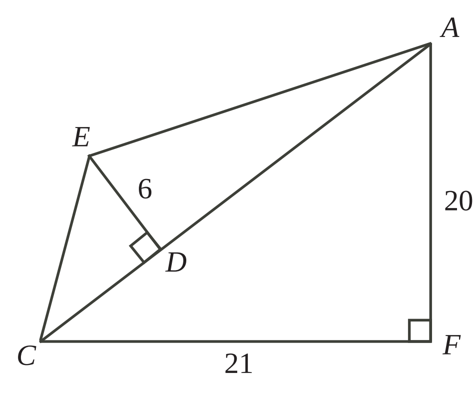
Réponse : $4^8 = 2^{16} = 65\,536$

3. Soit L la longueur du rectangle initial et l sa largeur.
Puisque la longueur est trois fois la largeur, on a $L = 3l$.
Or, on sait que si la longueur est diminuée de 5 et la largeur est augmentée de 5, le rectangle devient un carré, ce qui signifie que $L - 5 = l + 5$.
On reporte $L = 3l$ dans cette dernière équation pour obtenir $3l - 5 = l + 5$, d'où $2l = 10$, ou $l = 5$.
Puisque $L = 3l$, alors $L = 3(5)$, ou $L = 15$. Le rectangle initial a donc une longueur de 15.

Réponse : 15

4. L'aire du quadrilatère $AFCE$ est égale à l'aire du triangle AFC plus celle du triangle ACE.
Puisque le triangle AFC est rectangle en F, son aire est égale à $\frac{1}{2}(AF)(CF)$, c'est-à-dire à $\frac{1}{2}(20)(21)$, ou 210.
Puisque le triangle AFC est rectangle en F, on peut obtenir la longueur du côté AC au moyen du théorème de Pythagore. Puisque $AC > 0$, on a :

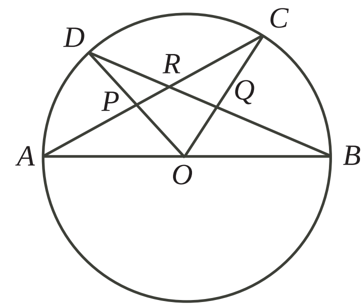
$$AC = \sqrt{AF^2 + CF^2} = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{841} = 29$$



Puisque ED est perpendiculaire à AC, on peut dire que le triangle ACE a pour base AC et pour hauteur correspondante ED. L'aire du triangle ACE est donc égale à $\frac{1}{2}(AC)(DE)$, ou $\frac{1}{2}(29)(6)$, ou 87.
L'aire du quadrilatère $AFCE$ est donc égale à 210 + 87, ou 297.

Réponse : 297

5. *Solution 1*



Puisque O est le centre du cercle, alors $OA = OC$ et $OB = OD$.
Les triangles OAC et OBD sont donc isocèles.
Donc $\angle OAC = \angle OCA$ et $\angle OBD = \angle ODB$.
Puisque $\angle BOQ = 60°$, alors $\angle AOC = 180° - \angle BOQ$, d'où $\angle AOC = 180° - 60°$, ou $\angle AOC = 120°$.
Puisque les mesures d'angles du triangle OAC ont une somme de 180° et que $\angle OAC = \angle OCA$, alors :

$$\angle OAC = \tfrac{1}{2}(180° - \angle AOC) = \tfrac{1}{2}(180° - 120°) = 30°$$

On considère le triangle APO.
On a $\angle PAO = \angle OAC = 30°$ et $\angle APO = 100°$.
Donc $\angle AOP = 180° - 100° - 30°$, ou $\angle AOP = 50°$.
Donc $\angle BOD = 180° - \angle AOP$, d'où $\angle BOD = 180° - 50°$, ou $\angle BOD = 130°$.
Puisque les mesures d'angles du triangle OBD ont une somme de 180° et que $\angle OBD = \angle ODB$, alors :

$$\angle OBD = \tfrac{1}{2}(180° - \angle BOD) = \tfrac{1}{2}(180° - 130°) = 25°$$

On considère le triangle BQO.
On a $\angle QBO = \angle OBD = 25°$ et $\angle BOQ = 60°$.
Donc $\angle BQO = 180° - 25° - 60°$, ou $\angle BQO = 95°$.

Solution 2

Puisque O est le centre du cercle, alors $OA = OC$ et $OB = OD$.
Les triangles OAC et OBD sont donc isocèles.
On a donc $\angle OAC = \angle OCA = x°$ et $\angle OBD = \angle ODB = y°$, x et y étant des nombres quelconques.
Puisque l'angle BOQ est extérieur au triangle OAC, alors $\angle OAC + \angle OCA = \angle BOQ$, d'où $x° + x° = 60°$, ou $2x = 60$, ou $x = 30$.
On considère le triangle APO.
On a $\angle PAO = \angle OAC = 30°$ et $\angle APO = 100°$.
Donc $\angle AOP = 180° - 100° - 30°$, ou $\angle AOP = 50°$.
Puisque l'angle AOP est extérieur au triangle ODB, alors $\angle ODB + \angle OBD = \angle AOP$, d'où $y° + y° = 50°$, ou $2y = 50$, ou $y = 25$.
On considère le triangle BQO.
On a $\angle QBO = \angle OBD = 25°$ et $\angle BOQ = 60°$.
Donc $\angle BQO = 180° - 25° - 60°$, ou $\angle BQO = 95°$.

Réponse : 95°

6. D'après l'énoncé, on sait que $(xyz)_b = xb^2+yb+z$. Donc $(xyz)_{10} = 10^2x+10y+z = 100x+10y+z$ et $(xyz)_7 = 7^2x + 7y + z = 49x + 7y + z$.
On cherche les triplets (x, y, z) pour lesquels :

$$\begin{aligned} (xyz)_{10} &= 2(xyz)_7 \\ 100x + 10y + z &= 2(49x + 7y + z) \\ 100x + 10y + z &= 98x + 14y + 2z \\ 2x &= 4y + z \end{aligned}$$

Puisque le membre de gauche de cette dernière équation est un entier pair, soit $(2x)$, le membre de droite doit aussi être un entier pair.
Puisque $4y$ est un entier pair, alors $4y + z$ est un entier pair si z est un entier pair.
Il y a donc trois cas possibles, soit que $z = 2$, $z = 4$ ou $z = 6$.

<u>1^{er} cas : $z = 2$</u>
On a donc $2x = 4y + 2$, ou $x = 2y + 1$.
On vérifie les valeurs possibles de y :
– Si $y = 1$, on a $x = 2(1) + 1$, ou $x = 3$. On obtient le triplet $(x, y, z) = (3, 1, 2)$.
– Si $y = 2$, on a $x = 2(2) + 1$, ou $x = 5$. On obtient le triplet $(x, y, z) = (5, 2, 2)$.
– Si y est supérieur ou égal à 3, alors $x = 2y+1$ est supérieur ou égal à 7, ce qui est impossible.
Donc lorsque $z = 2$, on obtient deux triplets possibles.

<u>2^e cas : $z = 4$</u>
On a donc $2x = 4y + 4$, ou $x = 2y + 2$.
On vérifie les valeurs possibles de y :
– Si $y = 1$, on a $x = 2(1) + 2$, ou $x = 4$. On obtient le triplet $(x, y, z) = (4, 1, 4)$.
– Si $y = 2$, on a $x = 2(2) + 2$, ou $x = 6$. On obtient le triplet $(x, y, z) = (6, 2, 4)$
– Si y est supérieur ou égal à 3, alors $x = 2y+2$ est supérieur ou égal à 8, ce qui est impossible.
Donc lorsque $z = 4$, on obtient deux triplets possibles.

<u>3^e cas : $z = 6$</u>
On a donc $2x = 4y + 6$, ou $x = 2y + 3$.
On vérifie les valeurs possibles de y :
– Si $y = 1$, on a $x = 2(1) + 3$, ou $x = 5$. On obtient le triplet $(x, y, z) = (5, 1, 6)$
– Si y est supérieur ou égal à 2, alors $x = 2y+3$ est supérieur ou égal à 7, ce qui est impossible.
Donc lorsque $z = 6$, on obtient un triplet possible.

Les triplets (x, y, z) qui vérifient l'équation donnée sont $(3, 1, 2), (5, 2, 2), (4, 1, 4), (6, 2, 4)$ et $(5, 1, 6)$.

Réponse : $(x, y, z) = (3, 1, 2), (5, 2, 2), (4, 1, 4), (6, 2, 4), (5, 1, 6)$

Partie B

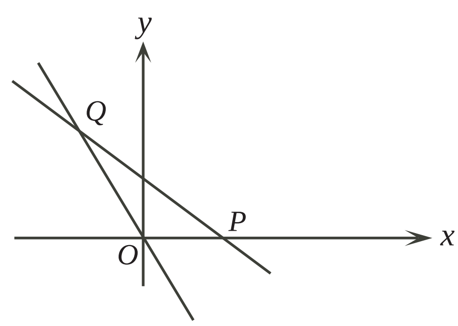
1. (a) Un quadrillage carré 7 sur 7 comporte 7 colonnes. La 4e colonne est celle du milieu, car il y a 3 colonnes qui la précèdent et 3 colonnes qui la suivent.
Colin noircit deux carreaux dans chacune des 1re, 2e et 3e colonnes, puis un carreau dans la 4e colonne (celle du milieu), puis deux carreaux dans chacune des 5e, 6e et 7e colonnes.
Le nombre total de carreaux qu'il noircit est donc égal à $2+2+2+1+2+2+2$, ou 13.

   (b) Dans un quadrillage carré 101 sur 101, chaque diagonale comporte 101 carreaux. Les deux diagonales chevauchent sur un carreau (celui du milieu) que Colin ne noircit qu'une fois.
Colin noircit donc 101 carreaux sur la première diagonale et 1 carreau de moins, soit 100 carreaux, sur la deuxième diagonale.
Le nombre total de carreaux qu'il noircit est donc égal à $101 + 100$, ou 201.

   (c) On considère un quadrillage carré n sur n, n étant impair.
En raisonnant comme dans la partie (b), on peut conclure que le nombre de carreaux que Colin noircit est égal à $n + (n-1)$, ou $2n-1$.
Puisqu'il noircit 41 carreaux, alors $2n - 1 = 41$, d'où $2n = 42$, ou $n = 21$.
Or, le quadrillage contient n^2 carreaux en tout, soit 21^2 carreaux, ou 441 carreaux. Puisque Colin noircit 41 carreaux, le nombre de carreaux non noircis est égal à $441 - 41$, ou 400.

   (d) On considère un quadrillage carré m sur m, m étant impair.
Le quadrillage contient m^2 carreaux en tout, dont $2m - 1$ sont noircis.
Le nombre de carreaux non noircis est donc égal à $m^2 - (2m-1)$, ou $m^2 - 2m + 1$.
Puisqu'on dit qu'il y a 196 carreaux non noircis en tout, alors $m^2 - 2m + 1 = 196$.
Puisque $(m-1)^2 = m^2 - 2m + 1$, l'équation devient $(m-1)^2 = 196$.
Puisque m est positif, alors $m - 1 = \sqrt{196}$, d'où $m - 1 = 14$, ou $m = 15$.
Donc, le quadrillage mesure 15 sur 15. Il contient 15^2 carreaux, ou 225 carreaux en tout.

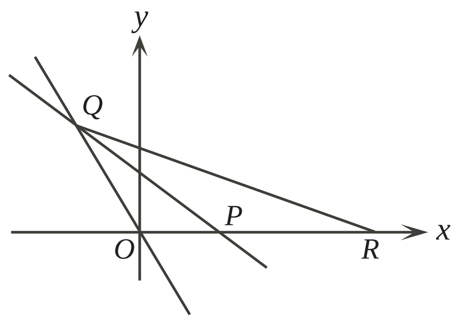
2. (a) Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection P de la droite D_2 et de l'axe des abscisses, on pose $y = 0$. L'équation $y = -\frac{1}{2}x + 5$ devient $0 = -\frac{1}{2}x + 5$. Donc $\frac{1}{2}x = 5$, d'où $x = 10$.
Le point P a donc pour coordonnées $(10, 0)$.



Au point d'intersection Q des droites D_1 et D_2, les valeurs de y provenant des deux équations sont les mêmes.
On a donc $-\frac{4}{3}x = -\frac{1}{2}x + 5$. Donc $6(-\frac{4}{3}x) = 6(-\frac{1}{2}x + 5)$, ou $-8x = -3x + 30$, d'où $-5x = 30$, ou $x = -6$.
Le point Q a donc une abscisse de -6. Pour obtenir son ordonnée, on reporte $x = -6$ dans l'équation de D_1 pour obtenir $y = -\frac{4}{3}(-6)$, d'où $y = 8$.
Le point Q a donc pour coordonnées $(-6, 8)$.

(b) Les sommets du triangle OPQ sont $O(0,0)$, $P(10,0)$ et $Q(-6,8)$.
On considère la base horizontale OP du triangle. Elle a une longueur de 10.
La hauteur correspondante du triangle correspond à la distance du point Q à l'axe des abscisses, soit 8.
L'aire du triangle OPQ est donc égale à $\frac{1}{2}(10)(8)$, ou 40.

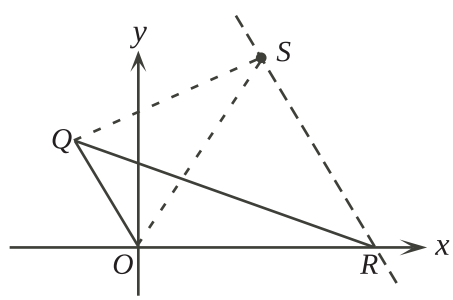
(c) Puisque le triangle OPQ a une aire de 40 et que l'aire du triangle OQR est trois fois celle du triangle OPQ, alors le triangle OQR a une aire de 3×40, ou 120.
Puisque le point R est situé sur la partie positive de l'axe des abscisses, on considère la base OR du triangle OQR. Soit b la longueur de cette base.



La hauteur correspondante du triangle correspond à la distance du point Q à l'axe des abscisses, soit 8.
On a donc $\frac{1}{2}b(8) = 120$ d'où $4b = 120$, ou $b = 30$.
Puisque O a pour coordonnées $(0,0)$ et que R est situé sur la partie positive de l'axe des abscisses, alors R a pour coordonnées $(30,0)$.
(On aurait pu indiquer que puisque les triangles OQR et OPQ ont la même hauteur et que le rapport des aires est de 3 : 1, alors le rapport des longueurs des bases doit être de 3 : 1.)

(d) Puisque l'aire du triangle OQS est trois fois celle du triangle OPQ, alors le triangle OQS a une aire de 120, soit celle du triangle OQR de la partie (c). Voici deux approches pour déterminer la valeur de t.

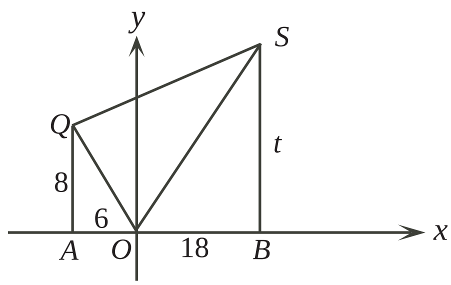
<ins>1re approche : Même hauteur</ins>
On considère les triangles OQS et OQR.
Ces triangles ont la même aire et on peut considérer qu'ils ont une base commune OQ.
Ils doivent donc avoir la même hauteur.
Cette hauteur a pour longueur la distance du point $R(30,0)$ à la droite d'équation $y = -\frac{4}{3}x$ sur laquelle le segment OQ est situé.
Le sommet S est donc situé sur la droite qui est parallèle au segment OQ (de pente $-\frac{4}{3}$) et qui passe au point R.



Pour se rendre du point R au point S sur cette droite, il faut se déplacer de 12 unités vers la gauche, car $30 - 18 = 12$. Puisque la droite a une pente de $-\frac{4}{3}$, il faut monter de 16 unités, car $\frac{4}{3}(12) = 16$. Donc, S a pour coordonnées $(18, 16)$ et $t = 16$.
(On aurait pu déterminer l'équation de la droite, soit $y = -\frac{4}{3}x+40$ et conclure que puisque le point $S(18, t)$ est sur cette droite, alors $t = -\frac{4}{3}(18) + 40$, d'où $t = 16$.)

2^e approche : À l'aide d'un trapèze

On trace un triangle OQS. Aux points Q et S, on abaisse des perpendiculaires QA et SB à l'axe des abscisses. On a donc $A(-6, 0)$ et $B(18, 0)$.



L'aire du trapèze $AQSB$ est égale à la somme des aires des triangles AQO, OQS et OSB.
Le triangle AQO a une base de 6 et une hauteur de 8, puisque Q a pour coordonnées $(-6, 8)$. L'aire du triangle AQO est donc égale à $\frac{1}{2}(6)(8)$, ou 24.
Le triangle OQS doit avoir une aire de 120.
Le triangle OSB a une base de 18 et une hauteur de t unités, puisque S a pour coordonnées $(18, t)$. L'aire du triangle OSB est donc égale à $\frac{1}{2}(18)t$, ou $9t$.
Le trapèze $AQSB$ a donc une aire de $24 + 120 + 9t$.
Or, le trapèze $AQSB$ a pour bases parallèles AQ et BS de longueurs respectives 8 et t. Sa hauteur correspondante AB a une longueur de $6 + 18$, ou 24. L'aire du trapèze est donc égale à $\frac{1}{2}(8 + t)(24)$, ou $96 + 12t$.
En comparant ces aires, on obtient $96 + 12t = 24 + 120 + 9t$, d'où $3t = 48$, ou $t = 16$.

3. (a) Puisque le quatrième nombre de la série est $\frac{2}{11}$ et que $\frac{2}{11}$ est inférieur à $\frac{1}{2}$, alors le cinquième nombre est $2(\frac{2}{11})$, ou $\frac{4}{11}$.
Puisque le cinquième nombre de la série est $\frac{4}{11}$ et que $\frac{4}{11}$ est inférieur à $\frac{1}{2}$, alors le sixième nombre est $2(\frac{4}{11})$, ou $\frac{8}{11}$.
Puisque le sixième nombre de la série est $\frac{8}{11}$ et que $\frac{8}{11}$ est supérieur à $\frac{1}{2}$, alors le septième nombre est $2(1 - \frac{8}{11})$, ou $2(\frac{3}{11})$, ou $\frac{6}{11}$.
Puisque le septième nombre de la série est $\frac{6}{11}$ et que $\frac{6}{11}$ est supérieur à $\frac{1}{2}$, alors le huitième nombre est $2(1 - \frac{6}{11})$, ou $2(\frac{5}{11})$, ou $\frac{10}{11}$.
Donc, les quatre nombres suivants de cette série sont $\frac{4}{11}, \frac{8}{11}, \frac{6}{11}$ et $\frac{10}{11}$.

(b) Il y a deux possibilités, soit que $x \leq \frac{1}{2}$ ou $x > \frac{1}{2}$.
Si $x \leq \frac{1}{2}$ et que l'on entre x dans la machine, on obtient le nombre $2x$.
Or puisque la machine produit le nombre x, on obtient $x = 2x$, d'où $x = 0$.
Ce résultat est impossible puisque $x > 0$.
Si $x > \frac{1}{2}$ et que l'on entre x dans la machine, on obtient le nombre $2(1 - x)$.
Or puisque la machine produit le nombre x, on obtient $x = 2(1 - x)$, ou $x = 2 - 2x$.
On obtient donc $3x = 2$, d'où $x = \frac{2}{3}$, ce qui satisfait aux restrictions.
Puisque Valérie a entré le nombre x dans la machine et que la machine a produit le nombre x, alors $x = \frac{2}{3}$.

(c) Soit $a, b, c, 1$ la série.
Il faut procéder à rebours, c'est-à-dire déterminer c, b et a dans cet ordre.
De façon générale, on remarque que :

Si on entre x dans la machine et que la machine produit le nombre y :
Si $x \leq \frac{1}{2}$, alors $y = 2x$. On a donc $x = \frac{1}{2}y$. (Cette équation exprime le nombre qui entre dans la machine en fonction du nombre produit par la machine.)
Si $x > \frac{1}{2}$, alors $y = 2(1-x)$. On cherche à exprimer x en fonction de y. On obtient $y = 2 - 2x$, ou $2x = 2 - y$, ou $x = \frac{1}{2}(2 - y)$.

Puisque le troisième nombre de la série est c et que le quatrième est 1, alors $c = \frac{1}{2}(1) = \frac{1}{2}$ ou $c = \frac{1}{2}(2 - 1) = \frac{1}{2}$.
Dans chacun des deux cas, la série est $a, b, \frac{1}{2}, 1$.
Puisque le deuxième nombre de la série est b et que le troisième est $\frac{1}{2}$, alors $b = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$ ou $b = \frac{1}{2}(2 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(\frac{3}{2}) = \frac{3}{4}$.
La série est donc $a, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$ ou $a, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 1$.

Si la série est $a, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$, alors le premier nombre est a et le deuxième nombre est $\frac{1}{4}$.
On a donc $a = \frac{1}{2}(\frac{1}{4}) = \frac{1}{8}$ ou $a = \frac{1}{2}(2 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}(\frac{7}{4}) = \frac{7}{8}$.

Si la série est $a, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 1$, alors le premier nombre est a et le deuxième nombre est $\frac{3}{4}$.
On a donc $a = \frac{1}{2}(\frac{3}{4}) = \frac{3}{8}$ ou $a = \frac{1}{2}(2 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{2}(\frac{5}{4}) = \frac{5}{8}$.

Les valeurs possibles du premier nombre de la série sont donc $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ et $\frac{7}{8}$.
On peut vérifier que chacune de ces valeurs donne un quatrième nombre égal à 1 :

$$\tfrac{1}{8} \to \tfrac{1}{4} \to \tfrac{1}{2} \to 1 \qquad \tfrac{3}{8} \to \tfrac{3}{4} \to \tfrac{1}{2} \to 1 \qquad \tfrac{5}{8} \to \tfrac{3}{4} \to \tfrac{1}{2} \to 1 \qquad \tfrac{7}{8} \to \tfrac{1}{4} \to \tfrac{1}{2} \to 1$$

(d) Soit $x = \dfrac{2}{m}$ le premier nombre d'une série, m étant un entier strictement positif quelconque.
On veut que le huitième nombre de la série soit aussi égal à x.
L'étape $y \to 2y$ sera appelée étape « A » et l'étape $y \to 2(1-y)$ sera appelée étape « B ».
Il faut sept étapes pour passer du premier nombre au huitième nombre.
On tentera de déterminer trois valeurs de m qui satisfont à la condition en tentant de construire trois séries. On suppose que la valeur de m est grande et que l'on devra donc doubler souvent, c'est-à-dire répéter l'étape (A).
On remarque que si l'on double à chaque fois, c'est-à-dire que l'on utilise AAAAAAA dans cet ordre, on obtiendrait la série :

$$x \to 2x \to 4x \to 8x \to 16x \to 32x \to 64x \to 128x$$

Le huitième terme est égal au premier si $x = 128x$, c'est-à-dire si $127x = 0$, ou $x = 0$, ce qui n'est pas permis.

Supposons que l'on produise la série en utilisant les étapes AAAAAAB dans cet ordre.
On obtiendrait la série :

$$x \to 2x \to 4x \to 8x \to 16x \to 32x \to 64x \to 2(1 - 64x)$$

Le huitième terme est égal au premier si $x = 2(1 - 64x)$, ou $x = 2 - 128x$, ou $129x = 2$, ou $x = \dfrac{2}{129}$.

Donc $m = 129$ est une valeur possible de m.
On vérifie en déterminant tous les termes de la série :

$$\frac{2}{129} \to \frac{4}{129} \to \frac{8}{129} \to \frac{16}{129} \to \frac{32}{129} \to \frac{64}{129} \to \frac{128}{129} \to \frac{2}{129}$$

(On remarque que les six premiers termes sont inférieurs à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape A pour doubler ; le septième terme est supérieur à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape B.)

Supposons que l'on produise la série en utilisant les étapes AAAAABB dans cet ordre.
On obtiendrait la série :

$$x \to 2x \to 4x \to 8x \to 16x \to 32x \to 2(1-32x) = 2-64x \to 2(1-(2-64x))$$

Le huitième terme est égal au premier si $x = 2(1-(2-64x))$, ou $x = 2(64x-1)$ ou $x = 128x - 2$, ou $127x = 2$, ou $x = \dfrac{2}{127}$.
Donc $m = 127$ est une valeur possible de m.
On vérifie en déterminant tous les termes de la série :

$$\frac{2}{127} \to \frac{4}{127} \to \frac{8}{127} \to \frac{16}{127} \to \frac{32}{127} \to \frac{64}{127} \to \frac{126}{127} \to \frac{2}{127}$$

(On remarque que les cinq premiers termes sont inférieurs à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape A pour doubler ; les sixième et septième termes sont supérieurs à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape B.)

Supposons que l'on produise la série en utilisant les étapes AAAABBB dans cet ordre.
On obtiendrait la série :

$$x \to 2x \to 4x \to 8x \to 16x \to 2(1-16x) = 2-32x \to$$

$$2(1-(2-32x)) = 64x-2 \to 2(1-(64x-2)) = 6-128x$$

Le huitième terme est égal au premier si $x = 6 - 128x$, ou $129x = 6$, ou $x = \dfrac{6}{129} = \dfrac{2}{43}$.
Donc $m = 43$ est une valeur possible de m.
On vérifie en déterminant tous les termes de la série :

$$\frac{2}{43} \to \frac{4}{43} \to \frac{8}{43} \to \frac{16}{43} \to \frac{32}{43} \to \frac{22}{43} \to \frac{42}{43} \to \frac{2}{43}$$

(On remarque que les quatre premiers termes sont inférieurs à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape A pour doubler ; les cinquième, sixième et septième termes sont supérieurs à $\frac{1}{2}$, ce qui nous permet d'utiliser l'étape B.)

Donc, trois valeurs possibles de m sont 43, 127 et 129.

(Il arrive que ce sont les seules valeurs possibles de m, $m > 3$. Ceci est une conséquence du fait que le huitième terme de la série doit toujours être de la forme $n+128x$ ou $n-128x$, n étant un entier quelconque. On invite le lecteur ou la lectrice à démontrer que le huitième terme doit toujours être de l'une de ces formes et à découvrir comment utiliser ce résultat pour démontrer que les trois valeurs données sont les seules valeurs possibles de m.)