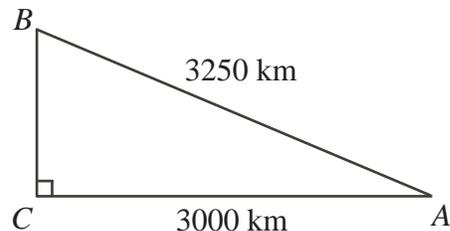


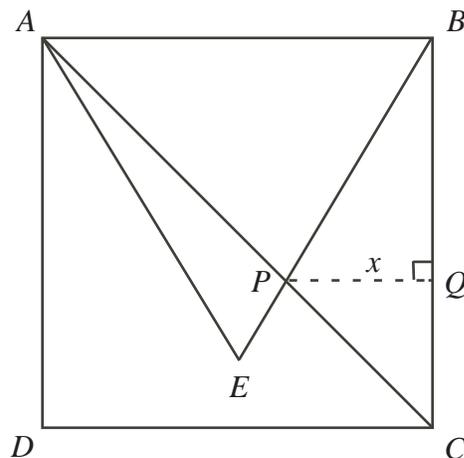
Concours Hypatie 2010 (11^e année – Sec. V)
le vendredi 9 avril 2010

1. Piravena prépare un voyage en trois étapes, soit de A à B , ensuite de B à C , puis de C à A . Chaque étape doit se faire soit en autocar, soit en avion. Comme l'indique la figure, les trois villes forment un triangle rectangle en C . Il y a une distance de 3000 km de A à C et une distance de 3250 km de A à B . Le coût pour voyager en autocar est de 0,15 \$ le kilomètre. Pour voyager en avion, il faut compter des frais de réservation de 100 \$, plus 0,10 \$ le kilomètre.



- (a) Elle a fait l'étape de A à B en avion. Déterminer le coût de cette étape.
- (b) Déterminer la distance totale des trois étapes du voyage.
- (c) Piravena a choisi les moyens de transport les moins dispendieux pour chaque étape, ce qui lui a coûté 1012,50 \$ en tout. Sachant qu'elle a pris l'avion de A à B , déterminer le moyen de transport qu'elle a choisi de B à C et le moyen de transport qu'elle a choisi de C à A .
2. Une fonction f est telle que $f(x) - f(x - 1) = 4x - 9$ et $f(5) = 18$.
- (a) Déterminer la valeur de $f(6)$.
- (b) Déterminer la valeur de $f(3)$.
- (c) Sachant que $f(x) = 2x^2 + px + q$, déterminer la valeur de p et celle de q .

3. Dans la figure ci-contre, le carré $ABCD$ a des côtés de longueur 4 et le triangle ABE est équilatéral. Les segments BE et AC se coupent en P . Le point Q est situé sur BC de manière que PQ soit perpendiculaire à BC . Soit $PQ = x$.



- (a) Déterminer les mesures d'angles du triangle BPC .
- (b) Déterminer une expression en fonction de x pour la longueur BQ .
- (c) Déterminer la valeur exacte de x .
- (d) Déterminer l'aire exacte du triangle APE .

4. (a) Déterminer toutes les valeurs réelles de x qui vérifient l'équation $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$.
- (b) Déterminer le plus petit entier strictement positif N pour lequel l'expression $x^4 + 2010x^2 + N$ peut être factorisée sous la forme $(x^2 + rx + s)(x^2 + tx + u)$, r, s, t et u étant des entiers et $r \neq 0$.
- (c) Démontrer que l'expression $x^4 + Mx^2 + N$ ne peut pas être factorisée comme dans la partie (b), M et N étant n'importe quels entiers pour lesquels $N - M = 37$.