

**Concours Hypatie 2009 (11<sup>e</sup> année – Sec. V)**  
**le mercredi 8 avril 2009**

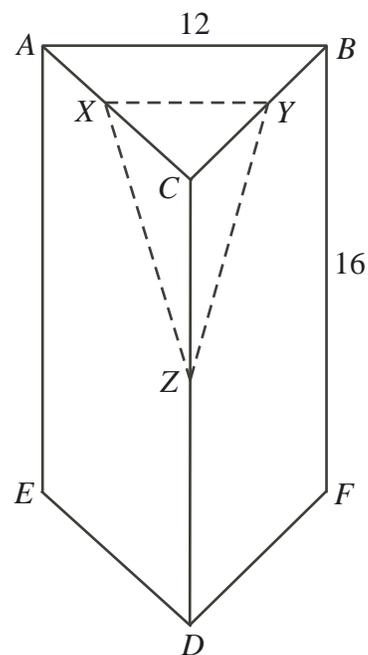
---

1. Emma a noté la couleur des yeux et la couleur des cheveux de chaque élève de sa classe. Le tableau suivant résume les résultats :

		Couleur des cheveux		
		Brun	Blond	Roux
Couleur des yeux	Bleu	3	2	1
	Vert	2	4	2
	Brun	2	3	1

- (a) Quel pourcentage des élèves ont à la fois les yeux verts et les cheveux bruns ?
- (b) Quel pourcentage des élèves ont les yeux verts ou les cheveux bruns ou les deux ?
- (c) Quel pourcentage des élèves qui ont les yeux verts ont aussi les cheveux roux ?
- (d) Déterminer le nombre d'élèves aux cheveux roux qu'il faudrait ajouter à la classe pour que 36 % des élèves de la classe aient les cheveux roux.
2. Une suite arithmétique est une suite de nombres dans laquelle chaque terme, à partir du 2<sup>e</sup>, est formé en ajoutant au terme précédent une constante  $d$ , appelée *raison arithmétique*. Par exemple, la suite 2, 11, 20, 29, 38 est une suite arithmétique de cinq termes dont la raison  $d$  est égale à 9.
- (a) Une suite arithmétique est formée de trois termes. La somme des trois termes est égale à 180. Déterminer le terme du milieu.
- (b) Une suite arithmétique est formée de cinq termes. La somme des cinq termes est égale à 180. Démontrer qu'au moins un des cinq termes est égal à 36.
- (c) Une suite arithmétique est formée de six termes. La somme des six termes est égale à 180. Déterminer la somme du premier terme et du sixième terme.
3. Un triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(0, 8)$ ,  $B(2, 0)$  et  $C(8, 0)$ .
- (a) Déterminer l'équation de la droite qui passe au point  $B$  et qui coupe le triangle  $ABC$  en deux parties de même aire.
- (b) Une droite verticale coupe le côté  $AC$  en  $R$  et le côté  $BC$  en  $S$ , de manière à former un triangle  $RSC$ . Sachant que le triangle  $RSC$  a une aire de 12,5, déterminer les coordonnées du point  $R$ .
- (c) Une droite horizontale coupe le côté  $AB$  en  $T$  et le côté  $AC$  en  $U$ , de manière à former un triangle  $ATU$ . Sachant que le triangle  $ATU$  a une aire de 13,5, déterminer l'équation de la droite horizontale.

4. (a) Dans la figure ci-contre, le prisme droit  $ABCDEF$  a une hauteur de 16. Ses bases sont des triangles équilatéraux avec des côtés de longueur 12. Les points  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont les milieux respectifs des arêtes  $AC$ ,  $BC$  et  $DC$ . Déterminer les longueurs  $XY$ ,  $YZ$  et  $XZ$ .



- (b) On enlève une partie du prisme en le coupant par un plan qui passe aux points  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ . Déterminer l'aire totale du solide  $CXYZ$ , c'est-à-dire l'aire totale de la partie qui a été retranchée.

- (c) Le prisme  $ABCDEF$  de la partie (a) est coupé par un plan qui passe aux points  $M$ ,  $N$ ,  $P$  et  $Q$  situés sur les arêtes respectives  $DE$ ,  $DF$ ,  $CB$  et  $CA$ . Sachant que  $DM = 4$ ,  $DN = 2$  et  $CQ = 8$ , déterminer le volume du solide  $QPCDMN$ .

