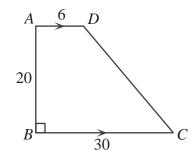
## Concours Hypatie 2008 (11<sup>e</sup> année – Sec. V)

## le mercredi 16 avril 2008

- 1. Étant donné deux nombres a et b, la notation  $a\nabla b$  représente l'expression  $2a + b^2 + ab$ . Par exemple,  $1\nabla 2 = 2(1) + 2^2 + (1)(2)$ , d'où  $1\nabla 2 = 8$ .
  - (a) Déterminer la valeur de  $3\nabla 2$ .
  - (b) Sachant que  $x\nabla(-1) = 8$ , déterminer la valeur de x.
  - (c) Sachant que  $4\nabla y = 20$ , déterminer les deux valeurs possibles de y.
  - (d) Sachant que  $(w-2)\nabla w=14$ , déterminer toutes les valeurs possibles de w.
- 2. (a) Déterminer l'équation de la droite qui passe aux points A(7,8) et B(9,0).
  - (b) La droite d'équation y = 2x 10 et la droite qui passe aux points A et B se coupent au point P. Déterminer les coordonnées de P.
  - (c) Le point P est-il plus près de A ou est-il plus près de B? Expliquer sa démarche.
- 3. Dans la figure ci-contre, ABCD est un trapèze, AD est parallèle à BC et BC est perpendiculaire à AB. De plus, AD=6, AB=20 et BC=30.



- (a) Déterminer l'aire du trapèze ABCD.
- (b) Il existe un point K, sur AB, de manière que l'aire du triangle KBC soit égale à l'aire du quadrilatère KADC. Déterminer la longueur du segment BK.
- (c) Il existe un point M, sur DC, de manière que l'aire du triangle MBC soit égale à l'aire du quadrilatère MBAD. Déterminer la longueur du segment MC.
- 4. On considère une suite de nombres,  $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ . La somme-peizi de la suite est formée en additionnant les produits des nombres de la suite choisis deux à deux. Par exemple, la somme-peizi de la suite  $a_1, a_2, a_3, a_4$  est égale à  $a_1a_2 + a_1a_3 + a_1a_4 + a_2a_3 + a_2a_4 + a_3a_4$ .
  - (a) La somme-peizi de la suite 2, 3, x, 2x est égale à -7. Déterminer toutes les valeurs possibles de x.
  - (b) Une suite contient 100 termes. Dans cette suite, m termes égalent 1 et n termes égalent -1. Les autres termes égalent 2. Déterminer, en fonction de m et de n, le nombre de paires de termes distincts qui ont un produit de 1.
  - (c) Une suite contient 100 termes, chacun étant égal à 2 ou à -1. Déterminer, pour cette suite, le nombre minimum de sommes-peizi possibles. Justifier sa démarche.