Concours Fryer 2008 (9^e^ année – Sec. III)

le mercredi 16 avril 2008

1. Un *carré magique* est un tableau de forme carrée composé de nombres distincts de manière que les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et des deux diagonales principales aient la même somme (appelée *constante magique*). Par exemple,

4	3	8
9	5	1
2	7	6

est un carré magique puisque les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et de chaque diagonale principale ont une somme de 15. (La constante magique est égale à 15.)

   (a) On veut former un carré magique en utilisant les neuf entiers de 11 à 19.

      (i) Calculer la somme des neuf entiers de 11 à 19.

      (ii) Déterminer la constante magique de ce carré magique. Expliquer sa démarche.

      (iii) Compléter le carré magique, certains nombres étant déjà placés :

18	11	
		12

   (b) On veut former un carré magique en utilisant les seize entiers de 1 à 16.

      (i) Calculer la somme des seize entiers de 1 à 16.

      (ii) Déterminer la constante magique de ce carré magique et expliquer sa démarche.

      (iii) Compléter le carré magique, certains nombres étant déjà placés :

16	3		13
5		11	
		7	12
4		14	1

2. Si une équipe a 13 victoires et 7 défaites, son *pourcentage de victoires* est égal à $\frac{13}{13+7} \times 100\,\%$, ou 65 %, parce qu'elle a gagné 13 des 20 matchs qu'elle a joués.

   (a) Les Requins ont joué 10 matchs et en ont gagné 8.
   Ensuite, ils ont joué 5 matchs de plus et en ont gagné 1.
   Quel est leur pourcentage de victoires final ? Montrer les étapes menant à la réponse.

   (b) Les Émeus ont gagné 4 de leurs 10 premiers matchs.
   Ensuite, ils ont joué x matchs de plus et les ont tous gagnés.
   Leur pourcentage de victoires final est égal à 70 %.
   Combien de matchs ont-ils joués en tout ? Montrer les étapes menant à la réponse.

   (c) Les Diables ont commencé la saison avec 7 victoires et 3 défaites.
   Ils ont perdu tous les matchs qui ont suivi.
   Y avait-il un moment, pendant la saison, où ils avaient gagné exactement $\frac{2}{7}$ des matchs joués ? Justifier sa réponse.

3. (a) Dans la Figure 1, on voit un développement qui peut être plié pour former une boîte de forme rectangulaire. Déterminer le volume et l'aire totale de la boîte.

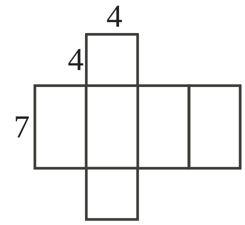

Figure 1

(b) Dans la Figure 2, on voit une boîte de forme rectangulaire qui mesure 2 sur 2 sur 6. Une fourmi part du point A et marche jusqu'au point B en traversant chacune des faces latérales de la boîte. On peut déterminer le chemin le plus court possible en dépliant la boîte, comme dans la Figure 3, et en traçant un segment de droite de A à B. Déterminer la longueur AB dans la Figure 3.

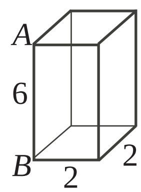

Figure 2

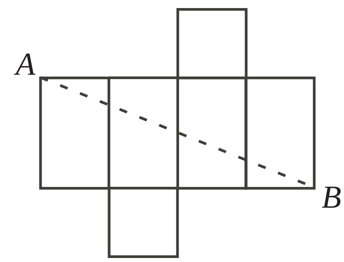

Figure 3

(c) Dans la Figure 4, on voit un bloc de forme rectangulaire qui mesure 3 sur 4 sur 5. Une chenille se trouve au coin A. Déterminer la distance la plus courte du point A au point G le long de la surface du bloc. Justifier sa réponse.

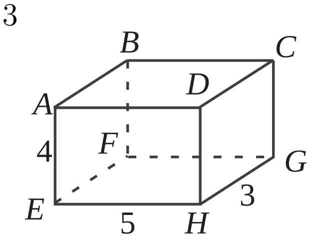

Figure 4

4. On écrit les chiffres des 30 premiers entiers positifs, dans l'ordre, pour former l'entier suivant de 51 chiffres :

$$x = 123456789101112131415161718192021222324252627282930$$

(a) Un entier positif qui peut être lu de droite à gauche ou de gauche à droite est appelé *palindrome*. Par exemple, les nombres 12321 et 1221 sont des palindromes.
Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre x de manière que les chiffres qui restent puissent être déplacés pour former un palindrome. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.

(b) Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre x de manière que les chiffres qui restent aient une somme de 130. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.

(c) Lorsqu'on écrit les chiffres des 50 premiers entiers positifs, dans l'ordre, on obtient l'entier suivant de 91 chiffres :

$$y = 123456789101112\cdots484950$$

Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre y de manière que les nombres qui restent aient une somme de 210 et qu'ils puissent être déplacés pour former un palindrome. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.