



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Fermat (11^e année – Sec. V)

le mardi 19 février 2008

Avec la contribution de:



LA
Great-West
COMPAGNIE G-10 D'ASSURANCE VIE



LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE™

SYBASE™
iAnywhere.

Avec la
participation de:

Canadian
Institute of
Actuaries  Institut
canadien
des actuaires

**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables
agrés


MapleSoft™
command the brilliance™

Durée: 60 minutes

©2008 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

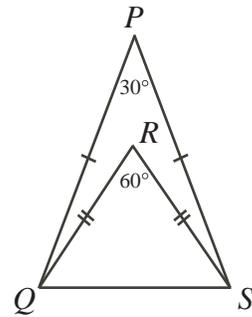
Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- Quelle est la valeur de $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2}{1 \times 2 \times 3}$?
(A) 110 (B) 22 (C) $\frac{50}{3}$ (D) 5 (E) 14
- Quelle est la valeur de $6\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right)$?
(A) 13 (B) 6 (C) $\frac{13}{6}$ (D) $\frac{29}{3}$ (E) 5
- Si $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + x = 21 + 22 + 23 + 24 + 25$, quelle est la valeur de x ?
(A) 11 (B) 210 (C) 100 (D) 20 (E) 26
- Un camion vide pèse 9600 kg. Lorsqu'on charge le camion de 40 caisses identiques, le poids total est de 38 000 kg. Quel est le poids de chaque caisse ?
(A) 460 kg (B) 950 kg (C) 1190 kg (D) 240 kg (E) 710 kg
- Si $\frac{18}{\sqrt{x}} = 2$, quelle est la valeur de x ?
(A) 81 (B) 36 (C) 18 (D) 9 (E) 3
- Dans la figure ci-contre, quelle est la mesure de l'angle PQR ?
(A) 45° (B) 30° (C) 60°
(D) 75° (E) 15°



- Si p est un entier impair et si q est un entier pair, laquelle des expressions suivantes représente un entier impair ?
(A) $2p + 3q$ (B) $3p + 2q$ (C) $4p + q$ (D) $2(p + 3q)$ (E) pq
- Deux nombres de trois chiffres, soit abc et def , vérifient la propriété suivante :

$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ + \quad d \quad e \quad f \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

Aucun des chiffres a, b, c, d, e et f n'est égal à 0.

Quelle est la valeur de $a + b + c + d + e + f$?

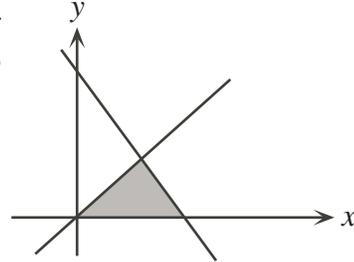
- (A) 10 (B) 19 (C) 21 (D) 28 (E) 30

9. Beshmi a placé $\frac{1}{5}$ de ses économies dans la compagnie X, 42 % de ses économies dans la compagnie Y et le reste de ses économies dans la compagnie Z. Si Beshmi a placé 10 500 \$ dans la compagnie Y, combien a-t-elle placé dans la compagnie Z ?

(A) 25 000 \$ (B) 15 500 \$ (C) 14 000 \$ (D) 9500 \$ (E) 5000 \$

10. Dans la figure ci-contre, la région ombrée est bornée par l'axe des abscisses et par les droites d'équations $y = x$ et $y = -2x + 3$. Quelle est l'aire de la région ombrée ?

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{9}{4}$
 (D) 1 (E) $\frac{\sqrt{10}}{4}$



Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Si $\frac{1}{x} = 2$ et $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 3$, quelle est la valeur de $x + y$?

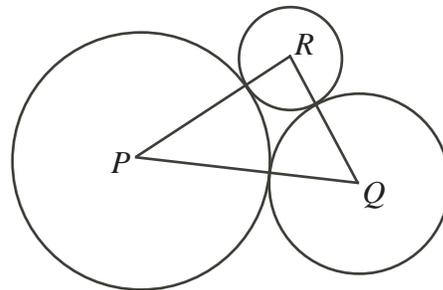
(A) 3 (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{7}{2}$ (E) $\frac{4}{3}$

12. Siobhan a écrit sept épreuves, chacune sur 100 points. Elle a obtenu des notes de 69, 53, 69, 71, 78, x et y . La moyenne des sept notes est de 66. Quelle est la plus petite valeur possible de x ?

(A) 22 (B) 68 (C) 61 (D) 53 (E) 0

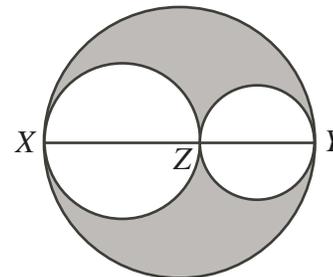
13. Dans la figure ci-contre, les cercles de centres P , Q et R ont un rayon respectif de 3, 2 et 1. Chaque cercle touche aux deux autres comme il est indiqué. Quelle est l'aire du triangle PQR ?

(A) 12 (B) 6 (C) 7,5
 (D) 10 (E) 4



14. Dans la figure ci-contre, le point Z est situé sur le segment XY et les trois cercles ont pour diamètre respectif XZ , ZY et XY . Si $XZ = 12$ et $ZY = 8$, alors le rapport de l'aire de la région ombrée à l'aire de la région non ombrée est égal à :

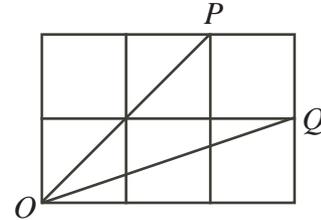
(A) 12 : 25 (B) 12 : 13 (C) 1 : 1
 (D) 1 : 2 (E) 2 : 3



15. Dans une course de relais, Alice complète le 1^{er} tour de piste en 72 secondes. Brigitte parcourt le 2^e tour de piste à $\frac{9}{10}$ de la vitesse d'Alice. Cécile parcourt le 3^e tour de piste à $\frac{4}{3}$ de la vitesse de Brigitte. Diane parcourt le dernier tour de piste à $\frac{6}{5}$ de la vitesse de Cécile. Quel temps ont-elles mis, à la seconde près, pour la course au complet ?

- (A) 4 minutes, 48 secondes
 (B) 4 minutes, 22 secondes
 (C) 5 minutes, 27 secondes
 (D) 4 minutes, 37 secondes
 (E) 3 minutes, 46 secondes

16. Dans la figure ci-contre, les six petits carrés ont tous des côtés de longueur 2. Des segments OP et OQ ont été ajoutés. Quelle est la mesure de l'angle POQ , en degrés, au dixième près ?



- (A) 15,0 (B) 25,5 (C) 26,6
 (D) 22,5 (E) 30,0

17. La différence des carrés de deux entiers consécutifs est égale à 199. Quelle est la somme des carrés de ces deux entiers consécutifs ?

- (A) 19 801 (B) 39 601 (C) 19 602 (D) 20 201 (E) 19 405

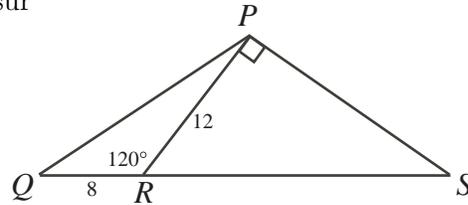
18. Une *suite arithmétique* est une suite dans laquelle chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant une même constante au terme précédent. Pour deux nombres particuliers, a et b , les quatre premiers termes d'une suite arithmétique sont a , $2a$, b et $a - 6 - b$. Quelle est la valeur du 100^e terme ?

- (A) -100 (B) -300 (C) 150 (D) -150 (E) 100

19. Dans la figure ci-contre, le point R est situé sur le segment QS . De plus, $QR = 8$, $PR = 12$, $\angle PRQ = 120^\circ$ et $\angle RPS = 90^\circ$.

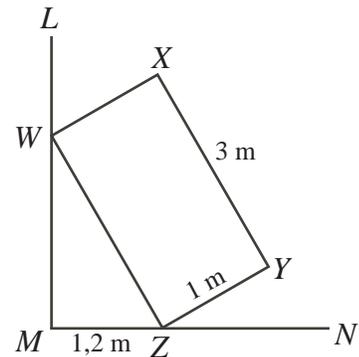
Quelle est l'aire du triangle QPS ?

- (A) $72\sqrt{3}$ (B) 72 (C) 36
 (D) $60\sqrt{3}$ (E) $96\sqrt{3}$



20. Dans la figure ci-contre, LM est perpendiculaire à MN . Le sommet W du rectangle $WXYZ$ est situé sur LM et le sommet Z est situé sur MN . De plus, $YZ = 1$ m, $XY = 3$ m et $MZ = 1,2$ m. Quelle est la distance du point X au segment MN , au centième de mètre près ?

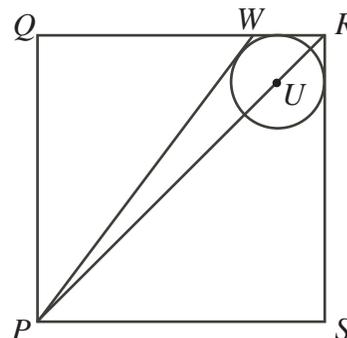
- (A) 2,75 m (B) 3,67 m (C) 3,15 m
 (D) 3,26 m (E) 3,63 m



Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Supposons que $N = 1 + 11 + 101 + 1001 + 10001 + \dots + \overbrace{1000\dots 00001}^{50 \text{ zéros}}$.
Lorsqu'on calcule la valeur de N et qu'on l'écrit sous la forme d'un seul entier, la somme de ses chiffres est égale à :
- (A) 58 (B) 99 (C) 55 (D) 50 (E) 103
22. Pour combien de valeurs entières de k les paraboles d'équations $y = -\frac{1}{8}x^2 + 4$ et $y = x^2 - k$ se coupent-elles sur l'axe des abscisses ou au-dessus de cet axe ?
- (A) 9 (B) 32 (C) 33 (D) 36 (E) 37

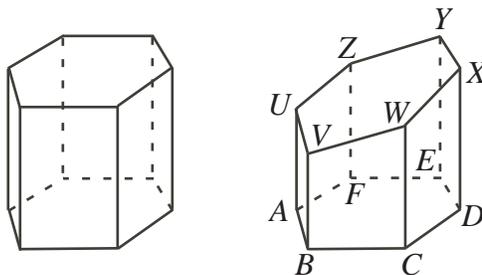
23. Le carré $PQRS$ a des côtés de longueur 4 m. Le point U est situé sur le segment PR de manière que $PR = 4UR$. Un cercle de centre U touche à deux côtés du carré. Le segment PW est tangent au cercle, W étant situé sur le segment QR . Quelle est la longueur de PW , au millièmètre près ?



- (A) 4,123 m (B) 4,472 m (C) 4,685 m
(D) 4,726 m (E) 4,767 m

24. Combien y a-t-il de triplets (a, b, c) d'entiers positifs de manière que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{4}$?
- (A) 16 (B) 25 (C) 31 (D) 19 (E) 34

25. La première figure ci-dessous est un prisme droit dont la base est un hexagone régulier. Il a été tranché pour obtenir le deuxième solide. La base du nouveau solide est un hexagone régulier $ABCDEF$. Les six faces latérales sont des trapèzes perpendiculaires à la base $ABCDEF$. Le dessus est un hexagone $UVWXYZ$ qui n'est pas nécessairement régulier.



Parmi les six arêtes AU , BV , CW , DX , EY et FZ , trois ont une longueur respective de 4, 7 et 10.

Quelle est la plus grande valeur possible de $AU + BV + CW + DX + EY + FZ$?

- (A) 42 (B) 51 (C) 69 (D) 78 (E) 91



Concours canadien de mathématiques



Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2008!
En 2007, plus de 86 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu le 16 avril 2008.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- plus d'information à propos du concours Hypatie
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours
- de l'information concernant les carrières en mathématiques

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 16 avril 2008
- se renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants
- trouver les résultats de votre école

