Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley 2008

(10^{e} année – Secondaire IV)

le mardi 19 février 2008

Solutions

1. On a : $3^2 - 2^2 + 1^2 = 9 - 4 + 1 = 6$

Réponse : (E)

2. On a : $\dfrac{\sqrt{25-16}}{\sqrt{25}-\sqrt{16}} = \dfrac{\sqrt{9}}{5-4} = \dfrac{3}{1} = 3$

Réponse : (B)

3. Les cinq choix de réponse, sous forme décimale, sont :

$$0{,}75; 1{,}2; 0{,}81; 1{,}333\ldots; 0{,}7$$

Les différences entre ces choix et 1 sont :

$1-0{,}75 = 0{,}25 \qquad 1{,}2-1 = 0{,}2 \qquad 1-0{,}81 = 0{,}19 \qquad 1{,}333\ldots-1 = 0{,}333\ldots \qquad 1-0{,}7 = 0{,}3$

Le choix qui offre la plus petite différence est 0,81. Donc, 0,81 est le plus près de 1.

Réponse : (C)

4. Le nombre de bonbons dans le sac est égal à $5+6+7+8$, ou 26.
Puisqu'il y a 8 bonbons bleus, la probabilité de choisir un bonbon bleu est égale à $\frac{8}{26}$, soit $\frac{4}{13}$.

Réponse : (D)

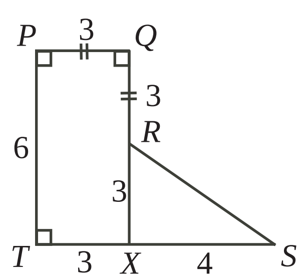
5. Puisque $52\,28\Box$ est un multiple de 6, il doit être un multiple de 2 et un multiple de 3.
Puisqu'il est un multiple de 2, le chiffre représenté par $\Box$ doit être pair.
Puisqu'il est un multiple de 3, la somme de ses chiffres doit être divisible par 3.
La somme de ses chiffres est égale à $5+2+2+8+\Box$, c'est-à-dire à $17+\Box$.
Puisque $\Box$ est pair, il peut prendre les valeurs de 0, 2, 4, 6 et 8. Les sommes correspondantes sont 17, 19, 21, 23 et 25.
Seule la somme 21 est divisible par 3. Donc $\Box$ doit être égal à 4.
On peut vérifier que 52 284 est divisible par 6.
(On aurait pu remplacer $\Box$ par chacun des choix de réponse et utiliser une calculatrice pour vérifier si $52\,28\Box$ est divisible par 6.)

Réponse : (C)

6. Puisque $\dfrac{40}{x} - 1 = 19$, alors $\dfrac{40}{x} = 20$.
Donc $x = 2$, car le nombre qui divise 40 pour donner une réponse de 20 est 2.

Réponse : (D)

7. On prolonge QR jusqu'au point X sur TS. Puisque $PQ = QR$, alors $QR = 3$.
Puisque $PQXT$ admet trois angles droits, il doit être un rectangle. Donc $TX = PQ = 3$.
De plus, $QX = PT = 6$.
Puisque $TS = 7$ et $TX = 3$, alors $XS = TS - TX$, d'où $XS = 7 - 3$, ou $XS = 4$.
Puisque $QX = 6$ et $QR = 3$, alors $RX = QX - QR$, d'où $RX = 6 - 3$, ou $RX = 3$.



Puisque $PQXT$ est un rectangle, alors $\angle RXS = 90^\circ$.
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle RXS :

$$RS^2 = RX^2 + XS^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

Donc $RS = 5$, puisque $RS > 0$. (On aurait pu dire que le triangle rectangle RXS est un triangle remarquable 3-4-5).
Le périmètre est donc égal à $PQ + QR + RS + ST + TP$, c'est-à-dire à $3 + 3 + 5 + 7 + 6$, ou 24.

Réponse : (A)

8. Puisque $PQ = QR$, alors $\angle QPR = \angle QRP$.
Puisque $\angle PQR + \angle QPR + \angle QRP = 180^\circ$, alors $40^\circ + 2(\angle QRP) = 180^\circ$, d'où $2(\angle QRP) = 140^\circ$, ou $\angle QRP = 70^\circ$.
Puisque les angles PRQ et SRT sont opposés par le sommet, alors $\angle SRT = \angle PRQ = 70^\circ$.
Puisque $RS = RT$, alors $\angle RST = \angle RTS = x^\circ$.
Puisque $\angle SRT + \angle RST + \angle RTS = 180^\circ$, alors $70^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$, d'où $2x = 110$, ou $x = 55$.

Réponse : (C)

9. *Solution 1*
Puisque a et b sont tous deux impairs, alors ab est impair.
Donc, le plus grand entier pair inférieur à ab est $ab - 1$.
Puisque la moitié des entiers inférieurs à $ab - 1$ sont pairs, alors le nombre d'entiers pairs strictement positifs inférieurs à $ab - 1$ (et donc inférieurs à ab) est égal à $\dfrac{ab-1}{2}$.

Solution 2
Puisque $a = 7$ et $b = 13$, alors $ab = 91$.
Les nombres pairs strictement positifs inférieurs à ab, ou 91, sont $2, 4, 6, \ldots, 90$.
Il y en a $90 \div 2$, ou 45.
Avec $a = 7$ et $b = 13$, les cinq choix de réponse sont :

$$\frac{ab-1}{2} = 45 \qquad \frac{ab}{2} = \frac{91}{2} \qquad ab - 1 = 90 \qquad \frac{a+b}{4} = 5 \qquad (a-1)(b-1) = 72$$

Donc, la réponse doit être $\dfrac{ab-1}{2}$.

Réponse : (A)

10. Pour les 200 minutes d'utilisation durant la journée, Viviane doit payer $200 \times 0{,}10$ \$, soit 20 \$.
Viviane a 300 minutes d'utilisation en soirée, dont 200 sont gratuites. Puisque $300 - 200 = 100$, elle doit payer $100 \times 0{,}05$ \$, soit 5 \$.
Pour acquitter sa facture, elle doit donc payer 20 \$ + 20 \$ + 5 \$, soit 45 \$.

Réponse : (C)

11. Alex a 265 cents en tout.
La valeur totale des pièces de 25 ¢ doit être un multiple de 25. Elle doit donc terminer par 00, 25, 50 ou 75.
Le reste des 265 cents provient des pièces de 10 ¢. Il est donc un multiple de 10 et doit donc terminer par 0.
La valeur des pièces de 25 ¢ doit donc terminer par 5, c'est-à-dire par 25 ou 75.
Puisque Alex a plus de pièces de 25 ¢ que de pièces de 10 ¢, on tente d'abord de déterminer le

plus grand nombre possible de pièces de 25 ¢ qu'il peut avoir.
La plus grande valeur possible des pièces de 25 ¢ est donc de 225 cents. Le nombre de pièces de 25 ¢ est égal à $225 \div 25$, ou 9. La valeur des pièces de 10 ¢, en cents, est alors égale à $265 - 225$, ou 40. Il y a donc 4 pièces de 10 ¢.
Le nombre total de pièces de monnaie est donc égal à $9 + 4$, ou 13.
(La plus grande valeur possible suivante des pièces de 25 ¢ est de 175 cents, ce qui correspond à 7 pièces de 25 ¢. Il y aurait alors 9 pièces de 10 ¢. Cela ne vérifie pas la condition imposée, soit qu'il y a plus de pièces de 25 ¢ que de pièces de 10 ¢.)

Réponse : (B)

12. *Solution 1*
Puisque les angles OMP et GMH sont opposés par le sommet, alors $\angle OMP = \angle GMH$.
Puisque les axes des abscisses et des ordonnées sont perpendiculaires, alors $\angle POM = 90°$.
Donc $\angle POM = \angle GHM$.
Puisque M est le milieu du segment OH, alors $OM = HM$.
Donc, les triangles POM et GHM sont congruents (angle-côté-angle). Donc $GH = OP = 4$.
Puisque GH est perpendiculaire à l'axe des abscisses, alors G a une abscisse de 12. G a donc pour coordonnées $(12, 4)$.

Solution 2
Puisque GH est perpendiculaire à l'axe des abscisses, G a une abscisse de 12. Ses coordonnées sont donc $(12, g)$, pour une valeur quelconque de g.
Puisque $OH = 12$ et que M est le milieu du segment OH, alors $OM = \frac{1}{2}(12)$, ou $OM = 6$. Donc, M a pour coordonnées $(6, 0)$.
Pour se rendre de P à M, il faut se déplacer de 6 unités vers la droite et de 4 unités vers le haut. Or, pour se rendre de M à G, on se déplace aussi de 6 unités vers la droite. Puisque P, M et G sont alignés, il faut aussi se déplacer de 4 unités vers le haut pour se rendre de M à G.
Donc, les coordonnés de G sont $(12, 4)$.

Réponse : (E)

13. Sur le morceau de carton donné, la face blanche et la face qui contient le « U » sont reliées de manière que le « U » soit ouvert vers l'arête qui les relie. Ceci élimine les choix (A) et (E), dans lesquels le « U » n'est pas ouvert vers l'arête qui relie ces deux faces.
Sur le morceau de carton donné, on voit qu'il est impossible pour les faces blanches et grises de partager une arête commune. Donc, le choix (C) est éliminé.
Sur le morceau de carton donné, on voit qu'il est impossible pour la face qui contient le « U » et la face qui contient le « V » de partager une arête commune. Donc, le choix (D) est éliminé.
Tous les choix ont été éliminés à l'exception du (B) qui doit être la réponse. (On peut visualiser le pliage du carton donné pour se convaincre que ce résultat est possible.)

Réponse : (B)

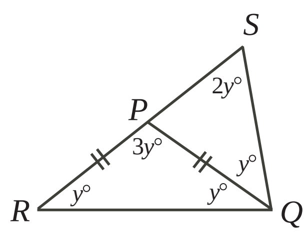
14. Le 3e terme est impair ($t = 5$). Le 4e terme est donc égal à $3(5) + 1$, ou 16, qui est pair.
Donc, le 5e terme est égal à $\frac{1}{2}(16)$, ou 8, qui est pair.
Donc, le 6e terme est égal à $\frac{1}{2}(8)$, ou 4, qui est pair.
Donc, le 7e terme est égal à $\frac{1}{2}(4)$, ou 2, qui est pair.
Donc, le 8e terme est égal à $\frac{1}{2}(2)$, ou 1, qui est impair.
Donc, le 9e terme est égal à $3(1) + 1$, ou 4, qui est pair.
Donc, le 10e terme est égal à $\frac{1}{2}(4)$, ou 2.

Réponse : (A)

15. On cherche d'abord les diviseurs premiers de 555.
Puisque 555 se termine par un 5, il est divisible par 5. On a donc $555 = 5 \times 111$.
Puisque la somme des chiffres de 111 est divisible par 3, alors 111 est divisible par 3.
On a donc $111 = 3 \times 37$.
Donc $555 = 3 \times 5 \times 37$, 3, 5 et 37 étant des nombres premiers.
Voici les façons d'exprimer 555 comme produit de deux entiers : 1×555, 3×185, 5×111 et 15×37. (Dans chaque produit, on a multiplié deux facteurs premiers ou plus pour obtenir un facteur composé.)
Seul 15×37 comprend deux facteurs de deux chiffres. Donc, $x + y$ est égal à $37 + 15$, ou 52.

Réponse : (A)

16. *Solution 1*
Puisque RPS est un segment de droite, alors $\angle SPQ = 180^\circ - \angle RPQ$, ou $\angle SPQ = 180^\circ - 3y^\circ$.
Dans le triangle PQS, on a $\angle PQS + \angle QSP + \angle SPQ = 180^\circ$.
Donc $x^\circ + 2y^\circ + (180^\circ - 3y^\circ) = 180^\circ$, d'où $x - y + 180 = 180$, ou $x = y$.
(On aurait pu considérer l'angle RPQ comme angle extérieur au triangle SPQ.)
Puisque $x = y$, alors $\angle RQS = 2y^\circ$.
Puisque $RP = PQ$, alors $\angle PRQ = \angle PQR = x^\circ = y^\circ$.



Donc, les angles du triangle RQS mesurent respectivement y°, $2y^\circ$ et $2y^\circ$.
Donc $y^\circ + 2y^\circ + 2y^\circ = 180^\circ$, d'où $5y = 180$, ou $y = 36$.
Donc $\angle RPQ = 3y^\circ$, d'où $\angle RPQ = 3(36)^\circ$, ou $\angle RPQ = 108^\circ$.

Solution 2
Puisque $RP = PQ$, alors $\angle PRQ = \angle PQR = x^\circ$.
Dans le triangle RPQ, on a $x^\circ + 3y^\circ + x^\circ = 180^\circ$ (ou $2x + 3y = 180$) et dans le triangle RSQ, on a $x^\circ + 2y^\circ + 2x^\circ = 180$ (ou $3x + 2y = 180$).
On additionne ces équations, membre par membre, pour obtenir $5x + 5y = 360$, ou $x + y = 72$, ou $2x + 2y = 144$. On soustrait cette équation, membre par membre, de l'équation $2x + 3y = 180$ pour obtenir $y = 36$.
Donc $\angle RPQ = 3y^\circ$, d'où $\angle RPQ = 3(36)^\circ$, ou $\angle RPQ = 108^\circ$.

Réponse : (B)

17. L'expression $\frac{p}{q}$ prend la plus grande valeur possible lorsque p prend la plus grande valeur possible, soit 10, et q prend la plus petite valeur possible, soit 12. La plus grande valeur possible de $\frac{p}{q}$ est donc égale à $\frac{10}{12}$, ou $\frac{5}{6}$.
Elle prend la plus petite valeur possible lorsque p prend la plus petite valeur possible, soit 3, et q prend la plus grande valeur possible, soit 21. La plus petite valeur possible de $\frac{p}{q}$ est donc égale à $\frac{3}{21}$, ou $\frac{1}{7}$.

La différence entre ces deux valeurs est égale à $\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{7}$, soit $\dfrac{35}{42}-\dfrac{6}{42}$, ou $\dfrac{29}{42}$.

Réponse : (A)

18. Supposons qu'il y a x billets de 1 \$.
Il y a donc $(x+11)$ billets de 2 \$ et $(x-18)$ billets de 3 \$.
Puisque les billets ont une valeur totale de 100 \$, alors :

$$\begin{aligned}1(x)+2(x+11)+3(x-18) &= 100\\ x+2x+22+3x-54 &= 100\\ 6x-32 &= 100\\ 6x &= 132\\ x &= 22\end{aligned}$$

Il y a donc 22 billets de 1 \$.

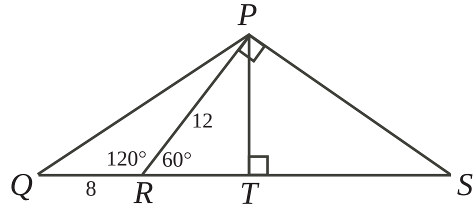
Réponse : (C)

19. *Solution 1*
Puisque $\frac{2}{3}$ des pommes sont pourries, que $\frac{3}{4}$ des poires sont pourries et qu'il y a un nombre égal de pommes et de poires pourries, on suppose d'abord qu'il y a 6 pommes et 6 poires qui sont pourries. (On a choisi 6, puisque c'est un multiple de chaque numérateur.)
S'il y a 6 pommes pourries, alors il y a 9 pommes en tout, puisque 6 est égal à $\frac{2}{3}$ de 9.
S'il y a 6 poires pourries, alors il y a 8 poires en tout, puisque 6 est égal à $\frac{3}{4}$ de 8.
Il y a donc $9+8$ fruits, ou 17 fruits dans la boîte, dont $6+6$, ou 12 sont pourris.
Donc $\frac{12}{17}$ des fruits sont pourris.

Solution 2
Supposons qu'il y a x pommes et y poires dans la boîte. Puisqu'il y a un nombre égal de pommes et de poires pourries, alors $\frac{2}{3}x=\frac{3}{4}y$, d'où $y=\frac{4}{3}(\frac{2}{3}x)$, ou $y=\frac{8}{9}x$.
Le nombre total de fruits est donc égal à $x+y$, c'est-à-dire à $x+\frac{8}{9}x$, ou $\frac{17}{9}x$.
Le nombre total de fruits pourris est égal à $2(\frac{2}{3}x)$, ou $\frac{4}{3}x$.
La fraction des fruits qui sont pourris est donc égale à $\dfrac{\frac{4}{3}x}{\frac{17}{9}x}$, soit $\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{17}$, ou $\frac{12}{17}$.

Réponse : (D)

20. Puisque $\angle QRP=120°$ et que QRS est un segment de droite, alors $\angle PRS=180°-120°$, ou $\angle PRS=60°$.
Puisque $\angle RPS=90°$, alors le triangle SRP est un triangle remarquable 30°-60°-90°.
Donc $RS=2PR$, d'où $RS=2(12)$, ou $RS=24$.
Au point P, on abaisse une perpendiculaire PT à RS.



Puisque $\angle PRT=60°$ et $\angle PTR=90°$, alors le triangle PRT est aussi un triangle remarquable 30°-60°-90°. Donc $PT=\frac{\sqrt{3}}{2}PR$, ou $PT=6\sqrt{3}$.

On considère le triangle QPS. QS est une base et PT est sa hauteur correspondante.
Son aire est donc égale à $\frac{1}{2}(6\sqrt{3})(8+24)$, ou $96\sqrt{3}$.

Réponse : (E)

21. Puisque le cercle intérieur a un rayon de 20 cm, son aire est égale à $\pi 20^2$ cm^2, ou 400π cm^2.
Donc, chaque panneau extérieur a une aire de 400π cm^2. L'aire totale de la fenêtre est donc égale à $9(400)\pi$ cm^2, ou 3600π cm^2.
Soit R le rayon du grand cercle. On a $\pi R^2 = 3600\pi$, d'où $R^2 = 3600$, ou $R = 60$, puisque $R > 0$.
Puisque les segments de droites qui séparent les panneaux extérieurs peuvent être prolongés pour passer par O, alors $x + 20 = 60$, d'où $x = 40$, ou $x = 40{,}0$, au dixième près.
(Il n'était pas nécessaire de calculer l'aire des cercles. Puisque le grand cercle est formé de 9 morceaux de même aire, son aire est 9 fois celle de l'aire du cercle intérieur. Donc, son rayon est 3 fois celui du cercle intérieur.)

Réponse : (A)

22. L'expression compte 52 termes, soit le nombre 1, le nombre 11 et les 50 nombres qui commencent et se terminent par un 1, avec de 1 à 50 zéros entre eux. Le dernier nombre a donc 52 chiffres (50 zéros et 2 uns).
La somme des chiffres des unités des 52 nombres est égale à 52. Le chiffre des unités de N est donc un 2 et il y a une retenue de 5 reportée à la colonne des dizaines.
Dans la colonne des dizaines, il y a un seul 1 (qui provient de 11), les autres chiffres étant 0. À cause de la retenue, le chiffre des dizaines de N est donc égal à $1 + 5$, ou 6.
Dans chacune des autres positions des nombres qu'il faut additionner, il n'y a qu'un chiffre 1, les autres étant 0. Donc, dans ces mêmes positions, le chiffre de N est aussi un 1. (Il n'y a aucune retenue.)
Donc $N = 11\cdots 1162$, N contenant $(52-2)$ fois, ou 50 fois le chiffre 1.
La somme des chiffres de N est donc égale à $50(1) + 6 + 2$, ou 58.

Réponse : (D)

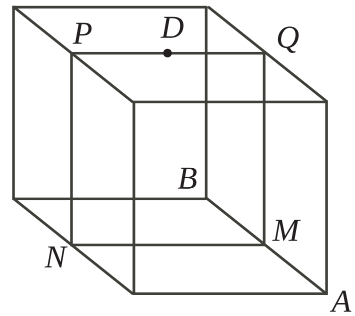
23. Le nombre 4^3 est égal à 64.
Voici les façons d'exprimer 64 sous forme a^b, a et b étant des entiers : 64^1, 8^2, 4^3, 2^6, $(-2)^6$ et $(-8)^2$. On utilise un tableau pour exprimer les valeurs de x et de y :

$y-1$	$x+y$	y	x
64	1	65	-64
8	2	9	-7
4	3	5	-2
2	6	3	3
-2	6	-1	7
-8	2	-7	9

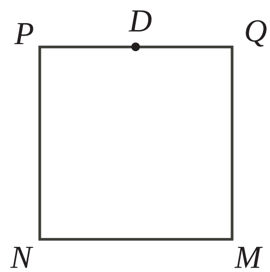
Il y a 6 valeurs possibles de x.

Réponse : (E)

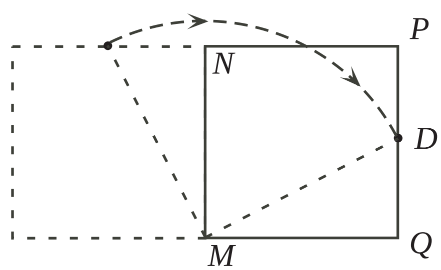
24. Supposons que l'on fait d'abord rouler le cube par rapport à l'arête AB.
On considère que le cube est formé de deux demi-cubes (chacun de dimensions $1 \times 1 \times \frac{1}{2}$) collés le long du carré $PQMN$. ($PQMN$ fait partie d'un plan vertical.)
Le point D est situé au centre de la face supérieure. Il est donc situé sur le carré $PQMN$.



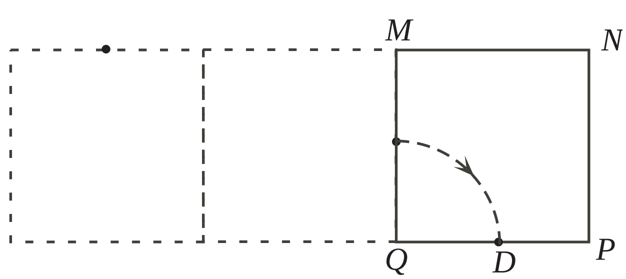
Puisque le cube roule toujours dans une direction perpendiculaire à AB, le point D roule toujours dans le plan du carré $PQMN$. Au lieu du problème initial en trois dimensions, on peut donc ne considérer que le probléme du carré qui tourne dans un plan. Le carré $MNPQ$ a des côtés de longueur 1. Puisque D était au milieu de la face supérieure, alors $DQ = \frac{1}{2}$.



D'après le théorème de Pythagore, $MD^2 = DQ^2 + QM^2$, d'où $MD^2 = \frac{1}{4} + 1$, ou $MD^2 = \frac{5}{4}$. Donc $MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$, puisque $MD > 0$. Dans la 1^{re} partie du roulement, on commence avec NM sur la table et on fait rouler par rapport au point M, jusqu'à ce que Q touche à la table.



Il s'agit d'une rotation de 90° de centre M. Puisque D demeure à une distance de $\frac{\sqrt{5}}{2}$ du point M et que 90° est $\frac{1}{4}$ de 360°, D tourne sur un quart de cercle de rayon $\frac{\sqrt{5}}{2}$, soit sur une distance de $\frac{1}{4}(2\pi\frac{\sqrt{5}}{2})$, ou $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$.
Dans la 2^{e} partie du roulement, Q est est le centre et le carré roule jusqu'à ce que P touche à la table.



Il s'agit d'une rotation de 90°. De plus, $QD = \frac{1}{2}$. D tourne sur un quart de cercle de rayon $\frac{1}{2}$, soit sur une distance de $\frac{1}{4}(2\pi\frac{1}{2})$, ou $\frac{1}{4}\pi$.
Dans la 3^{e} partie du roulement, P est le centre et le carré roule jusqu'à ce que N touche à la

table. Cela est semblable à la 2e partie du roulement. D roule donc sur une distance de $\frac{1}{4}\pi$.
Dans la 4e partie du roulement, N est le centre et le carré roule jusqu'à ce que M touche à la table. Cela est semblable à la 1re partie du roulement. D roule donc sur une distance de $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$. Il s'agit de la dernière partie du roulement, puisque le carré revient à sa position initiale.
La longueur du trajet parcouru par D est donc égale à $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi + \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{4}\pi + \frac{\sqrt{5}}{4}\pi$, ou $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\pi$.

Réponse : (E)

25. Le nombre de permutations des 7 nombres $\{1, 2, 3, 11, 12, 13, 14\}$ est égal à $7!$, ou $7(6)(5)(4)(3)(2)(1)$.
Pour déterminer la valeur moyenne de l'expression

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + (d-e)^2 + (e-f)^2 + (f-g)^2 \qquad (*)$$

on détermine la somme des valeurs de l'expression pour chacune des permutations et on divise cette somme par le nombre de permutations.
Soit x et y deux des sept nombres donnés. Pour paraître dans l'expression, x et y doivent être dans des positions adjacentes. Dans combien de permutations cela survient-il ?
Pour les calculer, on traite x et y comme un seul objet, soit $(x\ y)$, qui doit être permuté avec les 5 autres nombres. Ceux-ci ne peuvent être placés entre x et y.
On calcule donc le nombre de permutations de 6 objets, ou « nombres » (soit $(x\ y)$ et 5 autres nombres). Le nombre de permutations est égal à $6(5)(4)(3)(2)(1)$, ou $6!$.
Or, on aurait le même nombre de permutations si y était suivi de x. Le nombre de permutations où x et y sont en positions adjacentes est donc égal à $2(6!)$.
Donc, lorsqu'on additionne les valeurs de l'expression (*) pour toutes les permutations, le terme $(x-y)^2$ (qui est égal à $(y-x)^2$) paraîtra $2(6!)$ fois.
Ceci est vrai, peu importe la valeur de x et de y.
La valeur moyenne est donc égale à $2(6!)$ fois la somme des valeurs possibles de $(x-y)^2$ lors des choix de x et de y, $x < y$, divisée par $7!$.
La somme des valeurs possibles de $(x-y)^2$ est égale à :

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
1^2 & + & 2^2 & + & 10^2 & + & 11^2 & + & 12^2 & + & 13^2 & & \\
 & + & 1^2 & + & 9^2 & + & 10^2 & + & 11^2 & + & 12^2 & & \\
 & & & + & 8^2 & + & 9^2 & + & 10^2 & + & 11^2 & & \\
 & & & & & + & 1^2 & + & 2^2 & + & 3^2 & & \\
 & & & & & & & + & 1^2 & + & 2^2 & & \\
 & & & & & & & & & + & 1^2 & = & 1372
\end{array}$$

(Pour ce calcul, on a choisi 1 avec chacun des 6 nombres plus grands, ensuite 2 avec chacun des 5 nombres plus grands, et ainsi de suite. On s'en est tenu aux nombres plus grands, car la méthode expliquée ci-haut tient compte des autres cas.)
La valeur moyenne est donc égale à $\dfrac{2(6!)(1372)}{7!}$, soit $\dfrac{2(1372)}{7}$, ou 392.

Réponse : (D)