



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e année – Sec. IV)

le mardi 19 février 2008

Avec la contribution de:



LA
Great-West
COMPAGNIE G-10 D'ASSURANCE VIE



LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE™

SYBASE™
iAnywhere.

Avec la
participation de:



**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables
agrés



Durée: 60 minutes

©2008 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

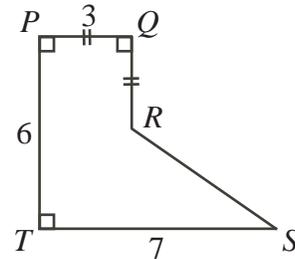
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- Quelle est la valeur de $3^2 - 2^2 + 1^2$?
(A) 8 (B) -2 (C) 10 (D) -5 (E) 6
- Quelle est la valeur de $\frac{\sqrt{25-16}}{\sqrt{25}-\sqrt{16}}$?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- Lequel des nombres suivants est le plus près de 1 ?
(A) $\frac{3}{4}$ (B) 1,2 (C) 0,81 (D) $1\frac{1}{3}$ (E) $\frac{7}{10}$
- Un sac contient 5 bonbons rouges, 6 bonbons verts, 7 bonbons jaunes et 8 bonbons bleus. Un bonbon est choisi au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'il soit bleu ?
(A) $\frac{5}{26}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{7}{26}$ (D) $\frac{4}{13}$ (E) $\frac{6}{13}$
- Le nombre de cinq chiffres, $5228\square$, est un multiple de 6. Quel chiffre est représenté par \square ?
(A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8
- Si $\frac{40}{x} - 1 = 19$, quelle est la valeur de x ?
(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) -2

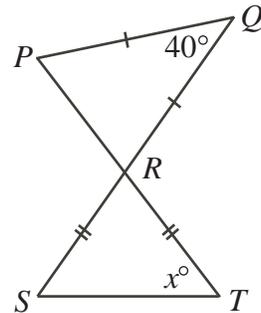
7. Dans la figure ci-contre, quel est le périmètre du polygone $PQRST$?

- (A) 24 (B) 23 (C) 25
(D) 26 (E) 27



8. Dans la figure ci-contre, PRT et QRS sont des segments de droites. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 45 (B) 50 (C) 55
(D) 60 (E) 65

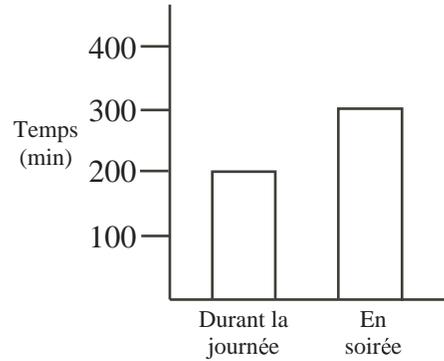


9. Si $a = 7$ et $b = 13$, le nombre d'entiers pairs strictement positifs inférieurs à ab est égal à :

- (A) $\frac{ab-1}{2}$ (B) $\frac{ab}{2}$ (C) $ab-1$ (D) $\frac{a+b}{4}$ (E) $(a-1)(b-1)$

10. Viviane a reçu une facture pour l'utilisation de son cellulaire le mois dernier. Il contient le graphique ci-contre. Elle doit payer :

- 20 \$ par mois, plus
- 10 ¢ par minute pour les appels durant la journée, plus
- 5 ¢ par minute pour les appels en soirée après les 200 premières minutes en soirée. (Les 200 premières minutes en soirée sont gratuites.)



Combien doit-elle payer pour acquitter sa facture ?

- (A) 25 \$ (B) 40 \$ (C) 45 \$
 (D) 70 \$ (E) 75 \$

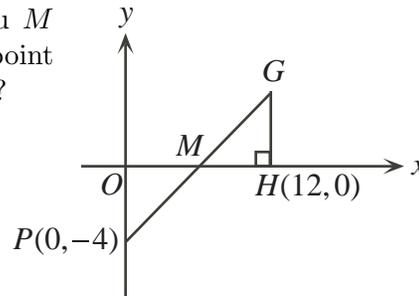
Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Alex a 2,65 \$. Il n'a que des pièces de 10 cents (qui valent 0,10 \$ chacune) et des pièces de 25 cents (qui valent 0,25 \$ chacune). Il a plus de pièces de 25 cents que de pièces de 10 cents. Combien de pièces de monnaie Alex a-t-il en tout ?

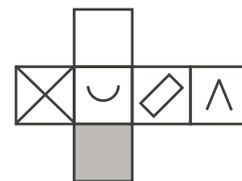
- (A) 12 (B) 13 (C) 16 (D) 19 (E) 22

12. La droite qui passe par le point G et par le milieu M du segment OH coupe l'axe des ordonnées au point $P(0, -4)$. Quelles sont les coordonnées du point G ?

- (A) (12, 3) (B) (12, 7) (C) (12, 5)
 (D) (12, 6) (E) (12, 4)



13. La figure ci-contre illustre un morceau de carton qui peut être plié pour former un cube. Le carton porte des dessins sur un côté seulement. Lequel des cubes suivants peut être formé à partir de ce carton ?



- (A) (B) (C)
 (D) (E)

14. Le premier terme d'une suite est égal à 20.
 Si un terme de la suite est égal à t et si t est pair, alors le terme suivant est égal à $\frac{1}{2}t$.
 Si un terme de la suite est égal à t et si t est impair, alors le terme suivant est égal à $3t + 1$.

Donc, les trois premiers termes de la suite sont 20, 10, 5.
 Quel est le 10^e terme de la suite ?

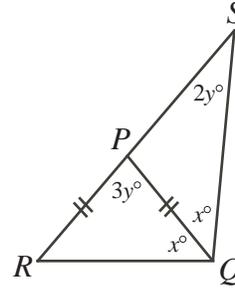
- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 1 (E) 8

15. Si x et y sont deux entiers positifs de deux chiffres et si $xy = 555$, quelle est la valeur de $x + y$?

(A) 52 (B) 116 (C) 66 (D) 555 (E) 45

16. Dans la figure ci-contre, le point P est situé sur le segment RS de manière que QP soit la bissectrice de l'angle SQR . De plus, $PQ = PR$, $\angle RSQ = 2y^\circ$ et $\angle RPQ = 3y^\circ$. Quelle est la mesure de l'angle RPQ ?

(A) 90° (B) 108° (C) 120°
(D) 60° (E) 72°



17. Si $3 \leq p \leq 10$ et $12 \leq q \leq 21$, alors la différence entre la plus grande valeur possible et la plus petite valeur possible de $\frac{p}{q}$ est égale à :

(A) $\frac{29}{42}$ (B) $\frac{29}{5}$ (C) $\frac{19}{70}$ (D) $\frac{19}{12}$ (E) $\frac{19}{84}$

18. Dans le jeu de société « Billets biaisés », on utilise des billets de 1 \$, de 2 \$ et de 3 \$. Le nombre de billets de 2 \$ est 11 de plus que le nombre de billets de 1 \$. Le nombre de billets de 3 \$ est 18 de moins que le nombre de billets de 1 \$. Les billets ont une valeur totale de 100 \$. Combien y a-t-il de billets de 1 \$?

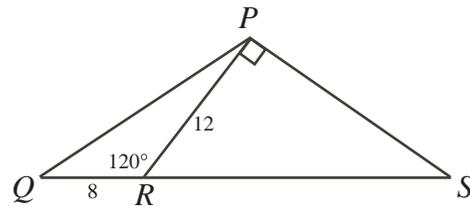
(A) 11 (B) 14 (C) 22 (D) 33 (E) 40

19. Une boîte contient des pommes et des poires.
Un nombre égal de pommes et de poires sont pourries.
 $\frac{2}{3}$ des pommes sont pourries.
 $\frac{3}{4}$ des poires sont pourries.
Quelle fraction des fruits dans la boîte sont pourris ?

(A) $\frac{17}{24}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{12}{17}$ (E) $\frac{5}{7}$

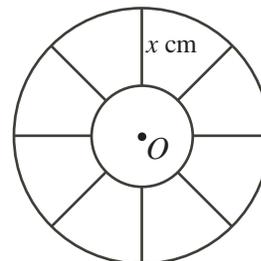
20. Dans la figure ci-contre, le point R est situé sur le segment QS et $QR = 8$. De plus, $PR = 12$, $\angle PRQ = 120^\circ$ et $\angle RPS = 90^\circ$. Quelle est l'aire du triangle QPS ?

(A) $72\sqrt{3}$ (B) 72 (C) 36
(D) $60\sqrt{3}$ (E) $96\sqrt{3}$



Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans la figure ci-contre, une fenêtre de forme circulaire contient neuf panneaux de même aire. Le cercle intérieur a un rayon de 20 cm et le même centre O que le cercle extérieur. Les huit segments de droites qui séparent les panneaux extérieurs ont la même longueur, soit x cm, et s'ils étaient prolongés, ils passeraient tous par O . Quelle est la valeur de x , au dixième près ?



(A) 40,0 (B) 36,6 (C) 30,0
(D) 20,0 (E) 43,2

22. Supposons que $N = 1 + 11 + 101 + 1001 + 10001 + \dots + \overbrace{1000\dots 00001}^{50 \text{ zéros}}$.
Lorsqu'on calcule la valeur de N et qu'on l'écrit sous la forme d'un seul entier, la somme de ses chiffres est égale à :

(A) 50 (B) 99 (C) 55 (D) 58 (E) 103

23. Si x et y sont des entiers et si $(y - 1)^{x+y} = 4^3$, alors le nombre de valeurs possibles de x est égal à :

(A) 8 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

24. Les arêtes d'un cube mesurent 1 cm. Le cube repose sur une table et il y a un point inscrit au milieu de sa face supérieure. On fait rouler le cube dans une direction, sans le glisser et sans le soulever, de manière qu'il y ait toujours au moins deux sommets qui touchent la table. On fait rouler le cube jusqu'à ce que le point soit de nouveau sur la face supérieure. La longueur, en centimètres, du trajet parcouru par le point est égale à :

(A) π (B) 2π (C) $\sqrt{2}\pi$ (D) $\sqrt{5}\pi$ (E) $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\pi$

25. Quelle est la valeur moyenne de l'expression

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - d)^2 + (d - e)^2 + (e - f)^2 + (f - g)^2$$

lorsque les variables (a, b, c, d, e, f, g) prennent pour valeurs toutes les permutations possibles des nombres 1, 2, 3, 11, 12, 13, 14 ?

(A) 398 (B) 400 (C) 396 (D) 392 (E) 394



Concours canadien de mathématiques



Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2008!
En 2007, plus de 86 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 16 avril 2008.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours
- de l'information concernant les carrières en mathématiques

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 16 avril 2008
- se renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants
- trouver les résultats de votre école

