

Concours Galois 2007 (10^e année – Sec. IV)

le mercredi 18 avril 2007

1. Jean fait ses courses à un magasin de fruits plutôt particulier. Au lieu d'indiquer le prix de chaque sorte de fruits, le propriétaire matheux répond à des questions sur le prix d'une combinaison de fruits.

(a) Voici les réponses aux questions que Jean a posées dans l'allée 1 :

Questions de Jean	Réponses
Quel est le coût total d'un avocat et d'une cerise ?	62 cents
Quel est le coût total d'une banane et d'une cerise ?	66 cents

Quelle est la différence entre le prix d'un avocat et celui d'une banane ? Lequel est le plus cher ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(b) Voici les réponses aux questions que Jean a posées dans l'allée 2 :

Questions de Jean	Réponses
Quel est le coût total d'une mangue et d'une nectarine ?	60 cents
Quel est le coût total d'une poire et d'une nectarine ?	60 cents
Quel est le coût total d'une mangue et d'une poire ?	68 cents

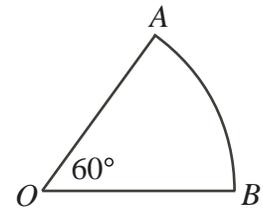
Quel est le coût d'une poire ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(c) Voici les réponses aux questions que Jean a posées dans l'allée 3 :

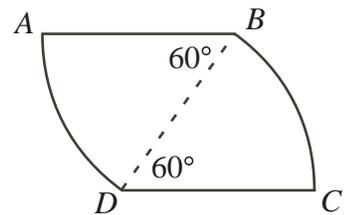
Questions de Jean	Réponses
Quel est le coût total d'une mandarine et d'un citron ?	60 cents
Combien la mandarine coûte-t-elle de plus qu'un pamplemousse ?	6 cents
Quel est le coût total d'un pamplemousse, d'une mandarine et d'un citron ?	94 cents

Quel est le coût d'un citron ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

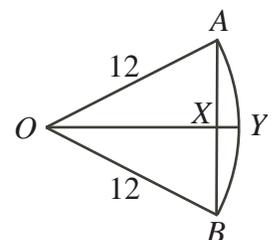
2. (a) Dans la figure ci-contre, quel est le périmètre du secteur de cercle de rayon 12 ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.



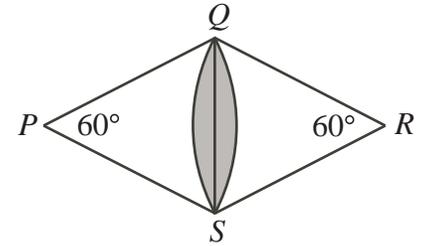
(b) Deux secteurs de cercles de rayon 12 sont collés l'un contre l'autre comme dans la figure ci-contre. Déterminer l'aire de la figure $ABCD$. Expliquer comment la réponse a été obtenue.



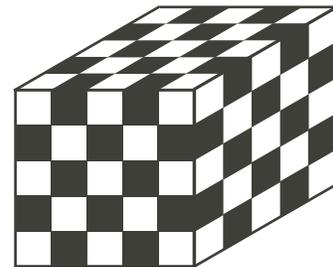
(c) Dans la figure ci-contre, AOB est un secteur de cercle et $\angle OAB = 60^\circ$. Le rayon OY est perpendiculaire au segment AB qu'il coupe en X . Quelle est la longueur de XY ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.



- (d) Dans la figure ci-contre, deux secteurs de cercles de rayon 12 se chevauchent. Déterminer l'aire de la région ombrée. Expliquer comment la réponse a été obtenue.



3. (a) Chaque face d'un cube de bois 5 sur 5 sur 5 a été divisée en carrés 1 sur 1. Chaque carré a été peint en noir ou en blanc, comme dans la figure. Ensuite, on a découpé le grand cube en petits cubes 1 sur 1 sur 1. Combien de ces petits cubes ont *au moins* deux faces peintes? Expliquer comment la réponse a été obtenue.



- (b) Un cube mesure $(2k + 1)$ sur $(2k + 1)$ sur $(2k + 1)$, k étant un entier strictement positif. Ses faces sont peintes comme dans la partie (a), avec des faces blanches dans les coins. On coupe ensuite ce grand cube en petits cubes 1 sur 1 sur 1.
- Déterminer, en fonction de k , le nombre de petits cubes qui ont *exactement* deux faces blanches. Expliquer comment la réponse a été obtenue.
 - Prouver qu'il n'existe aucune valeur de k pour laquelle il y a 2006 petits cubes qui ont *au moins* deux faces blanches.

4. Josée a une boîte qui contient des tiges cylindriques de six couleurs différentes. Chaque couleur de tige correspond à une longueur particulière, comme l'indique le tableau suivant.

Couleur	Longueur
Vert	3 cm
Rose	4 cm
Jaune	5 cm
Noir	7 cm
Gris	8 cm
Bleu	9 cm

On peut joindre des tiges bout à bout pour former des poteaux.

Il y a 2 façons de choisir un ensemble de tiges jaunes et vertes de manière à former un poteau de 29 cm : 8 tiges vertes et 1 tige jaune OU 3 tiges vertes et 4 tiges jaunes.

- Combien y a-t-il de façons de choisir un ensemble de tiges jaunes et vertes de manière à former un poteau de 62 cm? Expliquer comment la réponse a été obtenue.
- En se limitant aux tiges vertes, jaunes, noires et bleues, déterminer deux couleurs pour lesquelles il est impossible de former un poteau de 62 cm en n'employant que des tiges de ces deux couleurs. Expliquer comment la réponse a été obtenue.
- Si on doit utiliser au moins 81 tiges de chacune des couleurs vert, rose, gris et bleu, combien y a-t-il de façons de choisir un ensemble de tiges de manière à former un poteau de 2007 cm? Expliquer comment la réponse a été obtenue.