



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Fermat (11^e année – Sec. V)

Tuesday, February 20, 2007

Avec la contribution de:



Great-West
LA
CORPORATION C-37 ASSURANCE VIE



LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRESM



Avec la
participation de:

**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables
agrés



Maplesoft

Durée: 60 minutes

©2006 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

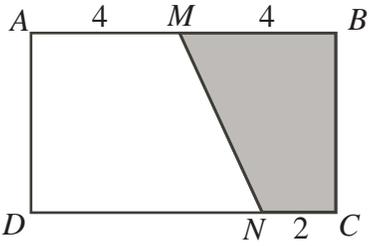
1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- Quelle est la valeur de $\frac{36 - 12}{12 - 4}$?
(A) 6 (B) 9 (C) 1 (D) 31 (E) 3
 - Si $7x = 28$ et $x + w = 9$, quelle est la valeur de xw ?
(A) 9 (B) 20 (C) 18 (D) 52 (E) -252
 - Étant donné les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{13}{16}$ et $\frac{1}{2}$, quelle est la différence entre la plus grande et la plus petite de ces fractions ?
(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{6}{7}$ (C) $\frac{5}{16}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{8}$
 - Lorsque $x = -5$, quelle est la valeur de $-2x^2 + \frac{5}{x}$?
(A) 99 (B) 101 (C) -51 (D) 19 (E) -49
 - Quelle est la valeur de $1^{-2} + 2^{-1}$?
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{27}$ (C) 4 (D) -4 (E) 9
 - Le rectangle $ABCD$, ci-contre, a une aire de 40. Quelle est l'aire du quadrilatère ombré $MBCN$?
(A) 15 (B) 10 (C) 30
(D) 12 (E) 16
- 
- Trois entiers positifs ont un produit de 42. Deux de ces entiers ont une somme de 9. Quel est le troisième entier ?
(A) 1 (B) 7 (C) 6 (D) 3 (E) 2
 - Ivan s'est entraîné pour une course de fond.
Lundi, il a couru une certaine distance.
Mardi, il a couru le double de ce qu'il a couru lundi.
Mercredi, il a couru la moitié de ce qu'il a couru mardi.
Jeudi, il a couru la moitié de ce qu'il a couru mercredi.
Vendredi, il a couru le double de ce qu'il a couru jeudi.
La distance la plus courte parcourue en une seule journée est de 5 km. Quelle distance a-t-il parcourue en tout ?
(A) 55 km (B) 25 km (C) 27,5 km (D) 17,5 km (E) 50 km
 - Si $\frac{1}{x+3} = 2$, quelle est la valeur de $\frac{1}{x+5}$?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) 4

10. Dans un magasin, le prix normal d'un disque DVD est de 20 \$. Lors d'un solde, Philippa a acheté deux disques au prix régulier et un troisième disque à moitié prix. Cet achat est équivalent au taux de :
- (A) 2 disques pour le prix de 1
 (B) 3 disques pour le prix de 2
 (C) 4 disques pour le prix de 3
 (D) 5 disques pour le prix de 4
 (E) 6 disques pour le prix de 5

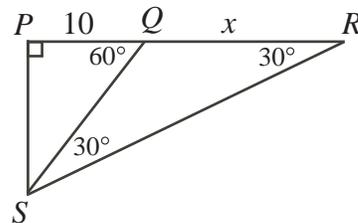
Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Voici cinq nombres en ordre croissant : 2, 5, x , 10 et y . Ces nombres ont une médiane de 7 et une moyenne de 8. Quelle est la valeur de y ?

(A) 16 (B) 14 (C) 15 (D) 18 (E) 12

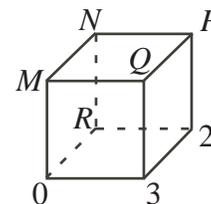
12. Dans la figure, $PQ = 10$ et $QR = x$.
 Quelle est la valeur de x ?

(A) $10\sqrt{3}$ (B) 20 (C) $\frac{50}{3}$
 (D) $\frac{20}{\sqrt{3}}$ (E) 10



13. On doit placer chacun des nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 pour représenter les sommets d'un cube. Les nombres 0, 2 et 3 ont déjà été placés dans la figure. La somme des deux nombres aux extrémités de chaque arête doit être un nombre premier. (Remarque : 1 n'est pas un nombre premier.) La valeur de $M + N + P + Q$ doit être égale à :

(A) 16 (B) 17 (C) 18
 (D) 19 (E) 22



14. Deux entiers strictement positifs, a et b , sont tels que si on augmente a de 25 %, le résultat sera *plus grand* que cinq fois la valeur de b . Quelle est la valeur minimale possible de $a + b$?

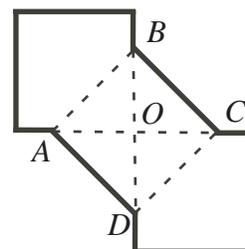
(A) 3 (B) 6 (C) 10 (D) 9 (E) 21

15. Combien y a-t-il d'entiers positifs x de trois chiffres qui vérifient la propriété suivante : tous les chiffres de x et de $2x$ sont pairs ? ($x = 420$ est un tel nombre, puisque $2x = 840$; on voit que tous les chiffres de x et de $2x$ sont pairs.)

(A) 64 (B) 18 (C) 16 (D) 125 (E) 100

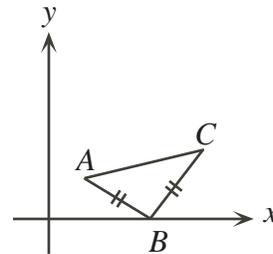
16. Dans la figure, chacun des trois carrés a des côtés de longueur 3. Deux des carrés ont un sommet commun O et O est le centre du carré $ABCD$. Quelle est la meilleure approximation du périmètre de la figure ?

(A) 21,5 (B) 22,0 (C) 22,5
 (D) 24,0 (E) 30,0



17. $A(2, 2)$ et $C(8, 4)$ sont deux sommets du triangle rectangle isocèle ABC . B est situé sur l'axe des abscisses et $\angle ABC = 90^\circ$. Quelle est l'abscisse de B ?

(A) 3 (B) 4 (C) 5
(D) 6 (E) 7

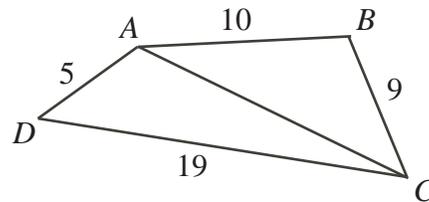


18. Au départ, Alphonse et Katrina avaient le même nombre de pommes. Katrina a donné 12 de ses pommes à Alphonse. Ensuite, Katrina a donné la moitié des pommes qui lui restaient à Alphonse. Alphonse a maintenant quatre fois autant de pommes que Katrina. Combien de pommes Katrina a-t-elle présentement?

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 72

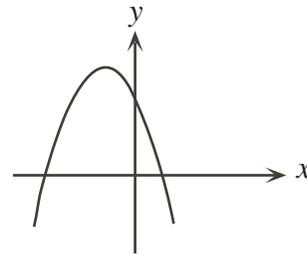
19. Dans la figure ci-contre, AC est une diagonale du quadrilatère $ABCD$. Laquelle des longueurs suivantes est une longueur possible de AC ?

(A) 9 (B) 10 (C) 13
(D) 15 (E) 20



20. Dans la figure ci-contre, on a la représentation graphique de $y = ax^2 + bx + c$. Laquelle des expressions suivantes doit être positive?

(A) a (B) bc (C) ab^2
(D) $b - c$ (E) $c - a$

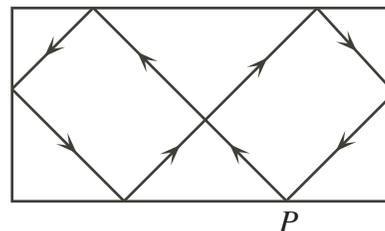


Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Cinq entiers consécutifs strictement positifs sont tels que leur somme est un cube parfait, tandis que la somme des deuxième, troisième et quatrième nombres est un carré parfait. Si m est le troisième de ces nombres, alors la valeur minimale possible de m vérifie :

(A) $m \leq 200$
(B) $200 < m \leq 400$
(C) $400 < m \leq 600$
(D) $600 < m \leq 800$
(E) $m > 800$

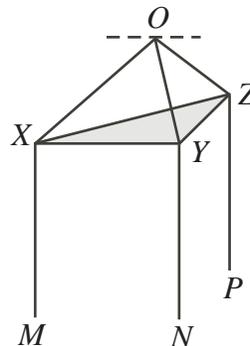
22. Une balle est placée au point P sur une table de billard rectangulaire. Elle est frappée à un angle de 45° par rapport au bord de la table. Après avoir rebondi contre les bords de la table à des angles de 45° , comme dans la figure, elle retourne au point P . Si la balle parcourt une distance totale de 7 m, quelle est la meilleure approximation du périmètre de la table?



(A) 7,0 m (B) 7,5 m (C) 8,0 m
(D) 8,5 m (E) 9,0 m

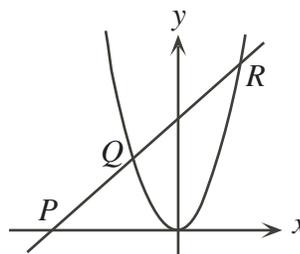
23. Un luminaire plutôt laid est suspendu du point O au plafond. Des fils OXM , OYN et OZP passent aux sommets d'un triangle équilatéral XYZ en bois mince. Le triangle a des côtés de 60 cm et son plan est parallèle au plafond. (Une petite ampoule est attachée au bout de chaque fil.) Si chaque fil a une longueur de 100 cm et si chaque extrémité inférieure des fils est à 90 cm du plafond, quelle est la distance verticale entre le triangle et le plafond ?

- (A) 40 cm (B) 45 cm (C) 50 cm
(D) 55 cm (E) 60 cm



24. Une droite de pente 1 passe par le point P qui est situé sur la partie négative de l'axe des abscisses. La droite coupe la parabole d'équation $y = x^2$ aux points Q et R , comme dans la figure. Si $PQ = QR$, quelle est la meilleure approximation de l'ordonnée à l'origine de PR ?

- (A) 9,9 (B) 10,2 (C) 8,2
(D) 9,3 (E) 8,6



25. Combien y a-t-il de couples (n, r) d'entiers positifs, $4 \leq n \leq r \leq 2007$, de manière que lorsque n boules noires et r boules rouges sont placées en ligne, au hasard, la probabilité pour que la première boule et la dernière boule aient la même couleur soit égale à $\frac{1}{2}$?

- (A) 60 (B) 62 (C) 58 (D) 61 (E) 59



Concours canadien de mathématiques



Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2007!
En 2006, plus de 90 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu le 18 avril 2007.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- plus d'information à propos du concours Hypatie
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours
- de l'information concernant les carrières en mathématiques

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 18 avril 2007
- se renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants
- trouver les résultats de votre école

