**Concours canadien de mathématiques**

*Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario*

# *Concours Cayley* (10$^{e}$ année – Sec. IV)

## *le mardi 20 février 2007*

*Avec la contribution de:*

University of Waterloo

Great-West, compagnie d'assurance vie; London Life; Canada-Vie — La parfaite alliance communautaire

Sybase; iAnywhere Solutions

Samson Bélair Deloitte & Touche Comptables agréés

Maplesoft

*Avec la participation de:*

Canadian Institute of Actuaries / Institut canadien des actuaires

---

**Durée:** 60 minutes 

**L'usage de la calculatrice est permis.**

**Directives**

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
   Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

---

*Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à http://www.cemc.uwaterloo.ca.*

| | |
|---|---|
| Notation: | Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*. |
| | On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions. |

## Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $8 + 2(3^2)$ ?

   **(A)** 26 **(B)** 90 **(C)** 41 **(D)** 44 **(E)** 60

2. Quelle est la valeur de $\dfrac{7+21}{14+42}$ ?

   **(A)** $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{6}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$ **(E)** 1

3. Si $3x - 2x + x = 3 - 2 + 1$, alors $x$ est égal à :

   **(A)** 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

4. Le tableau indique le salaire de Léone pour deux quarts de travail (un quart de 3 heures et un quart de 6 heures), au même taux horaire. Si elle travaille toujours au même taux horaire, quel sera son salaire pour un quart de cinq heures ?

| Quart de travail | Salaire |
|---|---|
| 3 heures | 24,75 \$ |
| 6 heures | 49,50 \$ |

   **(A)** 43,75 \$ **(B)** 46,25 \$ **(C)** 38,75 \$
   **(D)** 36,25 \$ **(E)** 41,25 \$

5. $\frac{1}{4}$ de 100 est égal à :

   **(A)** 20 % de 200 **(B)** 10 % de 250 **(C)** 15 % de 100 **(D)** 25 % de 50 **(E)** 5 % de 300

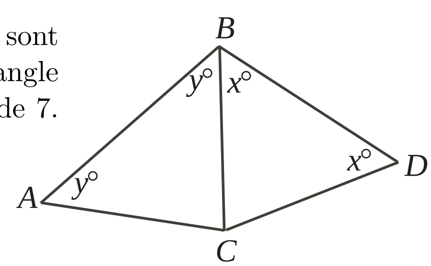
6. Si $a = 2$ et $b = 5$, laquelle des expressions suivantes a la plus grande valeur ?

   **(A)** $\dfrac{a}{b}$ **(B)** $\dfrac{b}{a}$ **(C)** $a - b$ **(D)** $b - a$ **(E)** $\frac{1}{2}a$

7. La moyenne de 6, de 9 et de 18 est égale à la moyenne de 12 et de $y$. Quelle est la valeur de $y$ ?

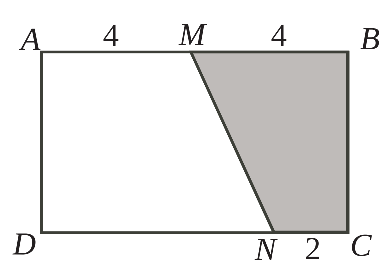
   **(A)** 22 **(B)** 21 **(C)** 10 **(D)** 11 **(E)** 5

8. Dans la figure ci-contre, les triangles $ABC$ et $CBD$ sont isocèles. Le triangle $CBD$ a un périmètre de 19, le triangle $ABC$ a un périmètre de 20 et $BD$ a une longueur de 7. Quelle est la longueur de $AB$ ?




   **(A)** 5 **(B)** 6 **(C)** 7
   **(D)** 8 **(E)** 9

9. Dans la figure ci-contre, le rectangle $ABCD$ a une aire de 40. Quelle est l'aire de $MBCN$ ?




   **(A)** 15 **(B)** 10 **(C)** 30
   **(D)** 12 **(E)** 16

10. Le premier terme d'une suite est égal à $x$. Chaque autre terme est obtenu en doublant le terme précédent, puis en ajoutant 4. Si le troisième terme est égal à 52, quelle est la valeur de $x$ ?

**(A)** 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11

---

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

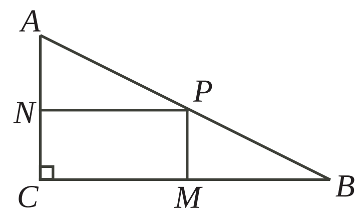
11. Ivan s'est entraîné pour une course de fond.
Lundi, il a couru une certaine distance.
Mardi, il a couru le double de ce qu'il a couru lundi.
Mercredi, il a couru la moitié de ce qu'il a couru mardi.
Jeudi, il a couru la moitié de ce qu'il a couru mercredi.
Vendredi, il a couru le double de ce qu'il a couru jeudi.
La distance la plus courte parcourue en une seule journée est de 5 km. Quelle distance a-t-il parcourue en tout ?

**(A)** 55 km **(B)** 25 km **(C)** 27,5 km **(D)** 17,5 km **(E)** 50 km

12. Le point $(0,0)$ est réfléchi par rapport à la droite verticale d'équation $x = 1$. Lorsque l'image est réfléchie par rapport à la droite d'équation $y = 2$, on obtient le point :

**(A)** $(0,0)$ **(B)** $(2,0)$ **(C)** $(4,4)$ **(D)** $(2,2)$ **(E)** $(2,4)$

13. Dans la figure ci-contre, le triangle $ABC$ est rectangle en $C$. Les points $M$, $N$ et $P$ sont les milieux respectifs des côtés $BC$, $AC$ et $AB$. Si le triangle $APN$ a une aire de 2 cm$^2$, quelle est l'aire du triangle $ABC$ ?

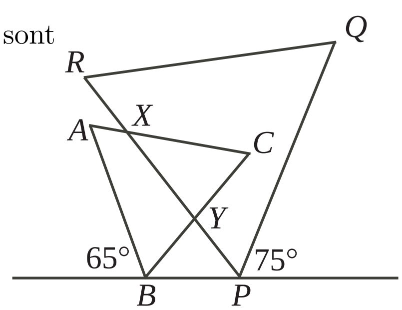



**(A)** 8 cm$^2$ **(B)** 16 cm$^2$ **(C)** 6 cm$^2$
**(D)** 4 cm$^2$ **(E)** 12 cm$^2$

14. Si $\dfrac{3}{x-3} + \dfrac{5}{2x-6} = \dfrac{11}{2}$, quelle est la valeur de $2x - 6$ ?

**(A)** 2 **(B)** 12 **(C)** 6 **(D)** 8 **(E)** 10

15. Dans la figure ci-contre, les triangles $ABC$ et $PQR$ sont équilatéraux. Quelle est la mesure de l'angle $CXY$ ?




**(A)** 30° **(B)** 35° **(C)** 40°
**(D)** 45° **(E)** 50°

16. L'Université de Montebello compte un total de 10 000 étudiants, soit un nombre égal d'hommes et de femmes. Chaque étudiant est inscrit soit dans un programme de lettres, soit dans un programme de sciences, mais pas dans les deux ; 60 % des étudiants sont inscrits dans un programme de lettres. De plus, 40 % des étudiants inscrits en sciences sont des hommes. À l'unité près, quel pourcentage des étudiants en lettres sont des femmes ?

**(A)** 50 % **(B)** 52 % **(C)** 26 % **(D)** 65 % **(E)** 43 %

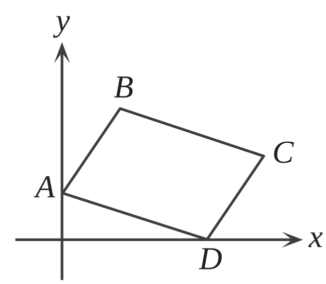
17. Sur une île, il y a deux sortes d'habitants : les Héros, qui disent toujours la vérité, et les Vilains, qui mentent toujours. Quatre habitants sont assis autour d'une table ronde. Lorsqu'on leur demande « Êtes-vous un Héro ou un Villain ? », chacun répond « Un Héro ». Lorsqu'on leur demande « La personne à votre droite est-elle un Héro ou un Villain ? », chacun répond « Un Villain ». Combien y a-t-il de Héros à la table ?

**(A)** 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

18. Un sac contient un certain nombre de boules rouges, de boules vertes et de boules bleues. $\frac{1}{3}$ des boules du sac sont rouges et $\frac{2}{7}$ sont bleues. Le nombre de boules vertes dans le sac est 8 de moins que le double du nombre de boules bleues. Combien y a-t-il de boules vertes dans le sac ?

**(A)** 12 **(B)** 16 **(C)** 20 **(D)** 24 **(E)** 28

19. Le quadrilatère $ABCD$, dans la figure, a pour sommets $A(0,1)$, $B(1,3)$, $C(5,2)$ et $D(4,0)$. Quelle est l'aire du quadrilatère ?




**(A)** 9 **(B)** 3 **(C)** 6

**(D)** $\sqrt{85}$ **(E)** $2\sqrt{5}+2\sqrt{17}$

20. Quel est le plus grand entier $n$ pour lequel $3(n^{2007}) < 3^{4015}$ ?

**(A)** 2 **(B)** 3 **(C)** 6 **(D)** 8 **(E)** 9

---

**Partie C (8 points par bonne réponse)**

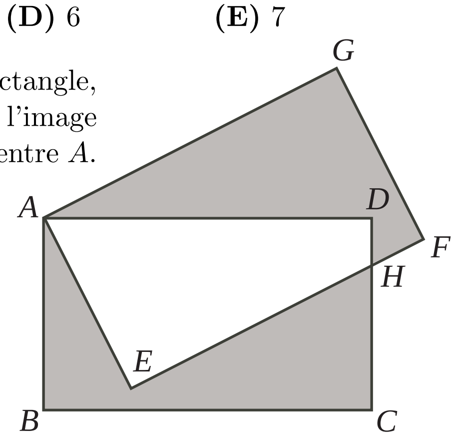
21. Dans une ligue de soccer composée de 6 équipes ($P$, $Q$, $R$, $S$, $T$, $W$), chaque équipe doit rencontrer chaque autre équipe exactement une fois. À date dans la saison, $P$ a joué une partie, $Q$ a joué 2 parties, $R$ a joué 3 parties, $S$ a joué 4 parties et $T$ a joué 5 parties. Combien de parties $W$ a-t-elle jouées à date ?

**(A)** 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

22. Une liste contient cinq entiers strictement positifs écrits en ordre croissant. Il y a une différence de 3 entre n'importe quels deux entiers consécutifs de cette liste. Le cinquième nombre est un multiple du premier. Combien de telles listes différentes peut-il exister ?

**(A)** 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

23. Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un rectangle, $AB = 12$ et $BC = 18$. Le rectangle $AEFG$ est l'image du rectangle $ABCD$ par une rotation de 30° de centre $A$. Quelle est la meilleure approximation de l'aire totale des régions ombrées ?



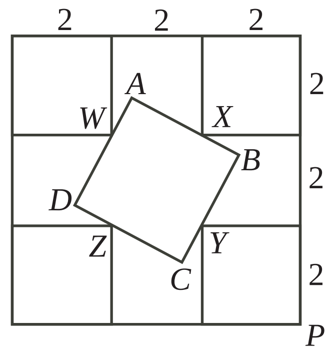

**(A)** 202,8 **(B)** 203,1 **(C)** 203,4

**(D)** 203,7 **(E)** 204,0

24. Le nombre 8 est égal à la somme et au produit des nombres de la collection $\{1,1,2,4\}$, composée de quatre entiers strictement positifs. En effet, $1+1+2+4=8$ et $1\times1\times2\times4=8$. Le nombre 2007 est égal à la somme et au produit des nombres d'une collection de $n$ entiers strictement positifs. Quelle est la plus petite valeur possible de $n$, $n>1$ ?

**(A)** 1171 **(B)** 1337 **(C)** 1551 **(D)** 1777 **(E)** 1781

25. Dans la figure ci-contre, on aperçoit un grand carré ayant des côtés de longueur 6. Quatre petits carrés, ayant des côtés de longueur 2, ont été placés dans les coins de ce grand carré. Chacun des points $W$, $X$, $Y$ et $Z$ est un sommet d'un de ces petits carrés. On peut construire un carré $ABCD$ de manière que ses côtés passent par les points $W$, $X$, $Y$ et $Z$. La distance maximale possible de $A$ à $P$ est plus près de :




**(A)** 5,2 **(B)** 5,4 **(C)** 5,6

**(D)** 5,8 **(E)** 6,0

# *Concours canadien de mathématiques*

***Pour les élèves...***

**Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2007!**
**En 2006, plus de 90 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.**

**Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 18 avril 2007.**

**Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour**
- **plus d'information à propos du concours Galois**
- **des copies gratuites des concours précédents**
- **des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs**
- **de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours**
- **de l'information concernant les carrières en mathématiques**

***Pour les enseignants...***

**Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour**
- **inscrire vos élèvess aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 18 avril 2007**
- **se renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants**
- **trouver les résultats de votre école**