



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Fermat (11^e année – Sec. V)

le mercredi 22 février 2006

Avec la
contribution de:



**Samson Bélair
Deloitte
& Touche**
Comptables
agrés



London Life et
La Great-West,
compagnies
d'assurance-vie



Avec la
participation de:



Institut canadien
des actuaires

Durée: 60 minutes

©2005 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

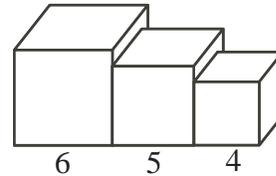
1. Quelle est la valeur de $\frac{1}{4 \times 5}$?
(A) 0,45 (B) 0,05 (C) 1,25 (D) 0,20 (E) 0,02

2. Si $2x + 3x + 4x = 12 + 9 + 6$, quelle est la valeur de x ?
(A) 6 (B) 3 (C) 1 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $10\frac{1}{2}$

3. Quelle est la valeur de $\frac{4^3}{10^2 - 6^2}$?
(A) 1 (B) 0,5 (C) -35,36 (D) 1,5 (E) 4

4. Quelle est la valeur de $(\sqrt{\sqrt{9} + \sqrt{1}})^4$?
(A) $\sqrt{10}$ (B) 10 (C) 16 (D) 82 (E) 100

5. Trois cubes ont des arêtes de longueurs respectives 4, 5 et 6. Quelle est la moyenne de leur volume ?
(A) 120 (B) 125 (C) 1125
(D) 261 (E) 135

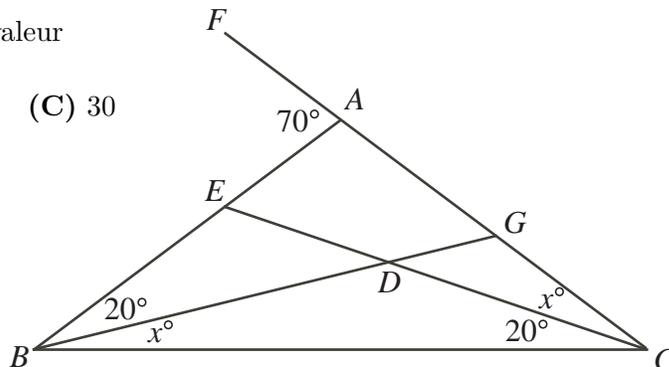


6. Un tee-shirt se vend au prix régulier de 25 \$, tandis qu'un jean se vend au prix régulier de 75 \$. Si le prix du tee-shirt est réduit de 30 % et si le prix du jean est réduit de 10 %, quelle est la réduction du prix total ?
(A) 15 \$ (B) 20 \$ (C) 30 \$ (D) 36 \$ (E) 40 \$

7. Quel est le plus petit entier strictement positif p pour lequel $\sqrt{2^3 \times 5 \times p}$ est un entier ?
(A) 2 (B) 5 (C) 10 (D) 1 (E) 20

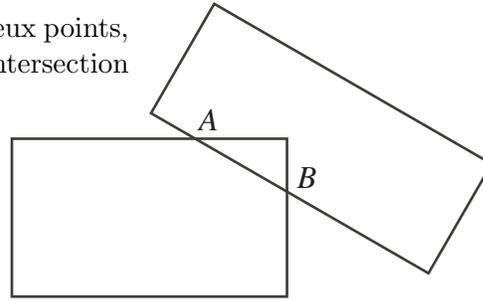
8. Si Corina avait additionné les nombres P et Q correctement, elle aurait obtenu 16. Or, elle a soustrait Q de P et elle a obtenu 4. Quelle est la valeur de P ?
(A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 16

9. Dans la figure, quelle est la valeur de x ?
(A) 15 (B) 20 (C) 30
(D) 35 (E) 50



10. Dans la figure, deux rectangles se coupent en deux points, A et B . Le nombre fini maximum de points d'intersection de *n'importe quels* deux rectangles est égal à :

(A) 3 (B) 4 (C) 12
 (D) 8 (E) 6



Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Si $\frac{a}{b} = 3$ et $\frac{b}{c} = 2$, quelle est la valeur de $\frac{a-b}{c-b}$?

(A) -4 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 2 (E) 6

12. Si $(2^4)(3^6) = 9(6^x)$, quelle est la valeur de x ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 216 (E) 8

13. En 2004, Gaby a téléchargé 200 chansons. En 2005, Gaby a téléchargé 360 chansons à un coût qui était 32 cents de moins par chanson qu'en 2004. Le coût *total* était le même à chaque année. Quel était le coût du téléchargement des 360 chansons en 2005 ?

(A) 144,00 \$ (B) 108,00 \$ (C) 80,00 \$ (D) 259,20 \$ (E) 72,00 \$

14. Si le système d'équations

$$\begin{aligned} px + qy &= 8 \\ 3x - qy &= 38 \end{aligned}$$

a pour solution $(x,y) = (2, -4)$, alors p est égal à :

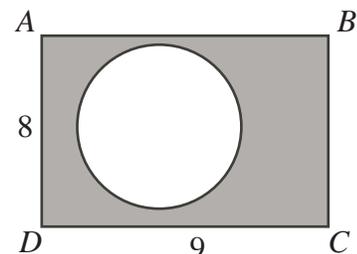
(A) -12 (B) 20 (C) 8 (D) 40 (E) 21,5

15. Les points $(5,3)$ et $(1,-1)$ sont placés dans un plan cartésien sur une feuille de papier. La feuille est pliée le long d'une droite de manière que le point $(5,3)$ soit superposé au point $(1,-1)$. Quelle est l'équation de la droite qui représente le pli ?

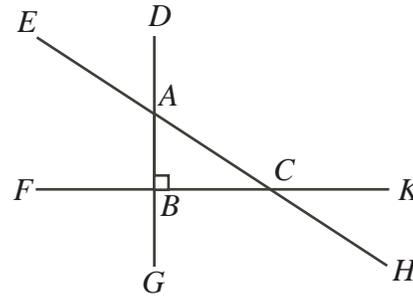
(A) $y = -x + 1$ (B) $y = -x + 2$ (C) $y = -x + 3$
 (D) $y = -x + 4$ (E) $y = -x + 5$

16. Dans la figure, on voit un disque à l'intérieur d'un rectangle $ABCD$. Si l'aire du disque est égale à l'aire de la région ombrée, quel est le rayon du disque ?

(A) $\sqrt{\frac{6}{\pi}}$ (B) $\frac{6}{\pi}$ (C) $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$
 (D) $\sqrt{\frac{18}{\pi}}$ (E) $\frac{18}{\pi}$



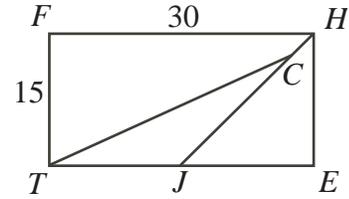
17. Dans la suite de sept termes, 5, p , q , 13, r , 40, x , chaque terme, à partir du quatrième, est égal à la somme des trois termes précédents. Quelle est la valeur de x ?
 (A) 21 (B) 61 (C) 67 (D) 74 (E) 80
18. La roue avant du vélo de Georgina a un diamètre de 0,75 mètre. Elle se déplace pendant 6 minutes à une vitesse de 24 kilomètres à l'heure. Le nombre de rotations que la roue a complétées pendant ce temps est plus près de :
 (A) 610 (B) 1020 (C) 1360 (D) 1700 (E) 5430
19. Dans la figure, le triangle ABC est rectangle. Le côté AB est prolongé dans les deux sens jusqu'aux points D et G de manière que $DA = AB = BG$. De même, BC est prolongé jusqu'aux points F et K de manière que $FB = BC = CK$ et AC est prolongé jusqu'aux points E et H de manière que $EA = AC = CH$. Quel est le rapport de l'aire de l'hexagone $DEFGHK$ à l'aire du triangle ABC ?
 (A) 4 : 1 (B) 7 : 1 (C) 9 : 1
 (D) 16 : 1 (E) 13 : 1
20. Dans un sac, il y a huit billes jaunes, sept billes rouges et cinq billes noires. Sans regarder dans le sac, Igor enlève N billes d'un coup. S'il veut s'assurer que, peu importe le choix de N billes enlevées, il reste au moins quatre billes d'une couleur et au moins trois billes d'une autre couleur dans le sac, quelle est la plus grande valeur possible de N ?
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10



Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Pour combien d'entiers n , dans l'intervalle $2 \leq n \leq 80$, l'expression $\frac{(n-1)(n)(n+1)}{8}$ prend-elle des valeurs entières ?
 (A) 10 (B) 20 (C) 59 (D) 39 (E) 49
22. Céline et René doivent déplacer 16 petites boîtes et 10 grandes boîtes. Le tableau indique le temps que met chaque personne pour déplacer chaque type de boîte. Ils commencent à déplacer les boîtes à 9 h 00. Le plus tôt qu'ils peuvent finir de déplacer toutes les boîtes est à :
 (A) 9 h 41 (B) 9 h 42 (C) 9 h 43
 (D) 9 h 44 (E) 9 h 45
- | | | |
|--------------|--------|--------|
| | Céline | René |
| petite boîte | 2 min. | 3 min. |
| grande boîte | 6 min. | 5 min. |

23. Le rectangle $TEHF$ mesure 15 m sur 30 m. Le chat Tom part du point T , tandis que la souris Jerry part du point J , qui est le milieu du segment TE . Jerry court en ligne droite, à 3 m/s, en direction du point H . Tom part en même temps que Jerry et court en ligne droite, à 5 m/s, et arrive au point C au même moment que Jerry. Le temps, en secondes, que met Tom pour attraper Jerry, est plus près de :

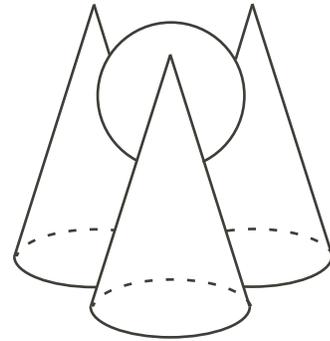


- (A) 5,4 (B) 5,6 (C) 5,8
(D) 6,0 (E) 6,2

24. Si a et b sont des entiers strictement positifs tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{3a} = \frac{1}{b^2 - 2b}$, alors la plus petite valeur possible de $a + b$ est :

- (A) 8 (B) 6 (C) 96 (D) 10 (E) 50

25. Trois cônes identiques ont un rayon de 50 et une hauteur de 120. Les cônes sont placés de manière que les bases circulaires se touchent l'une l'autre. Comme l'indique la figure, une sphère est placée de manière à reposer dans l'espace entre les cônes. Si le haut de la sphère est au même niveau que le sommet des cônes, alors le rayon de la sphère est plus près de :



- (A) 38,9 (B) 38,7 (C) 38,1
(D) 38,5 (E) 38,3



Concours canadien de mathématiques



Pour les étudiants...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2006!
En 2005, plus de 90 000 étudiants autour du monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu le 20 avril 2006.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour trouver

- plus d'information à propos du concours Hypatie
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs
- de l'information au sujet de nos publications pour l'enrichissement mathématiques et pour la préparation aux concours
- de l'information concernant les carrières en mathématiques

Pour les enseignants...

- Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour
- inscrire vos étudiants aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 20 avril 2006
 - apprendre à propos des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants
 - trouver les résultats de votre école

