



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e année – Sec. IV)

le mercredi 22 février 2006

Avec la
contribution de:



Samson Bélair
Deloitte
& Touche
Comptables
agréés



London Life et
La Great-West,
compagnies
d'assurance-vie



Avec la
participation de:



Institut canadien
des actuaires

Durée: 60 minutes

©2005 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont une seule est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

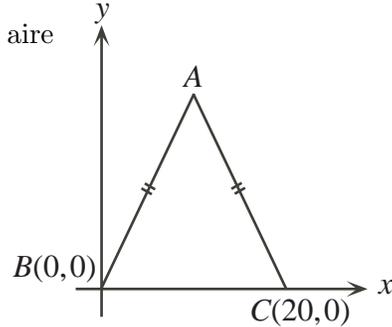
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- Quelle est la valeur de $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$?
(A) $\frac{3}{8}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{3}{4}$
- Quelle est la valeur de $(\sqrt{100} - \sqrt{36})^2$?
(A) 16 (B) 256 (C) 8 (D) 1024 (E) 4096
- Quelle est la valeur de $43 - 41 + 39 - 37 + 35 - 33 + 31 - 29$?
(A) 8 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 16
- Si $a = -3$ et $b = 2$, quelle est la valeur de $a(b - 3)$?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Dans la suite de quatre termes, 0,001, 0,02, 0,4, x , chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en multipliant le terme précédent par un même nombre. Quelle est la valeur de x ?
(A) 0,8 (B) 8 (C) 80 (D) 8,8 (E) 0,08

6. Dans la figure, le triangle ABC est isocèle et il a une aire de 240. L'ordonnée de A est égale à :

- (A) 6 (B) 12 (C) 18
(D) 24 (E) 48

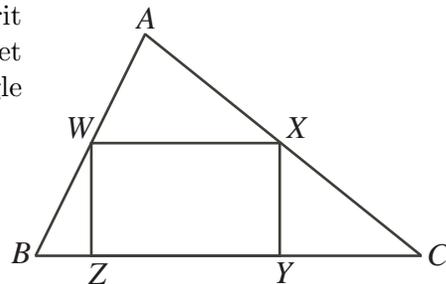


7. Si $\frac{6}{x+1} = \frac{3}{2}$, quelle est la valeur de x ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Dans la figure ci-contre, un rectangle est inscrit dans le triangle ABC . Si $\angle BWZ = 22^\circ$ et $\angle CXY = 65^\circ$, quelle est la mesure de l'angle BAC ?

- (A) 87° (B) 90° (C) 93°
(D) 104° (E) 82°



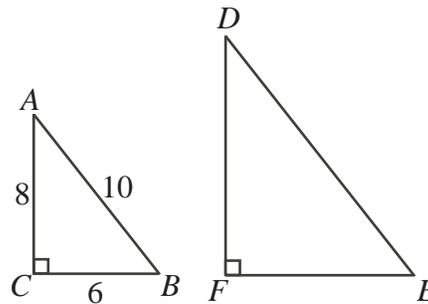
9. Les côtés d'un triangle ont pour longueurs respectives 7, $x + 4$ et $2x + 1$. Le triangle a un périmètre de 36. Quelle est la longueur du plus grand côté du triangle?

- (A) 7 (B) 12 (C) 17 (D) 15 (E) 16

10. Une classe de 30 élèves a écrit une épreuve. Si 20 élèves ont obtenu une note de 80, 8 élèves ont obtenu une note de 90 et 2 élèves ont obtenu une note de 100, quelle est la note moyenne de la classe ?
- (A) 90 (B) 84 (C) 82 (D) 86 (E) 88

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Les côtés du triangle ABC ont pour longueurs respectives 6, 8 et 10. Chacun des côtés du triangle ABC est allongé de 50 %, formant ainsi un nouveau triangle DEF . Quelle est l'aire du triangle DEF ?
- (A) 24 (B) 48 (C) 108
(D) 12 (E) 54



12. De 19 h 45 à 21 h 30, Jules a parcouru une distance de 84 km à une vitesse constante. Quelle était sa vitesse, en km/h ?
- (A) 60 (B) 80 (C) 112 (D) 63 (E) 48
13. Si $x + 1 = y - 8$ et $x = 2y$, quelle est la valeur de $x + y$?
- (A) -18 (B) 0 (C) -9 (D) -27 (E) -36
14. Si $x = -3$, laquelle des expressions suivantes a la plus petite valeur ?
- (A) $x^2 - 3$ (B) $(x - 3)^2$ (C) x^2 (D) $(x + 3)^2$ (E) $x^2 + 3$
15. Dans la multiplication ci-contre, P et Q représentent chacun un chiffre. Le produit est égal à 32951. Quelle est la valeur de $P + Q$?
- (A) 14 (B) 12 (C) 15
(D) 13 (E) 11

$$\begin{array}{r} \boxed{3} \boxed{9} \boxed{P} \\ \times \boxed{Q} \boxed{3} \\ \hline \end{array}$$

$$\hline \boxed{3} \boxed{2} \boxed{9} \boxed{5} \boxed{1}$$

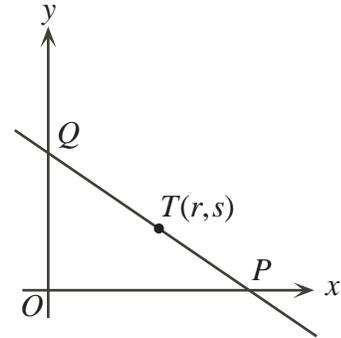
16. En 2004, Gaby a téléchargé 200 chansons. En 2005, Gaby a téléchargé 360 chansons à un coût qui était 32 cents de moins par chanson qu'en 2004. Le coût *total* était le même à chaque année. Quel était le coût du téléchargement des 360 chansons en 2005 ?
- (A) 144,00 \$ (B) 108,00 \$ (C) 80,00 \$ (D) 259,20 \$ (E) 72,00 \$
17. Si w est un entier strictement positif et si $w^3 = 9w$, quelle est la valeur de w^5 ?
- (A) 59 049 (B) 243 (C) 1024 (D) 3125 (E) 32
18. Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des trois côtés est égale à 1800. Quelle est la longueur de l'hypoténuse ?
- (A) $\sqrt{1800}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{1800}$ (C) 90 (D) 30 (E) 45

19. Au dépanneur Cayley, il y a 200 bonbons dans une boîte, dont 90 % sont noirs, les autres étant rouges. Jacob mange un nombre de bonbons noirs, de sorte que 80 % des bonbons qui restent dans la boîte sont noirs. Combien de bonbons noirs Jacob a-t-il mangés ?

- (A) 2 (B) 20 (C) 40 (D) 100 (E) 160

20. La droite d'équation $y = -\frac{3}{4}x + 9$ coupe l'axe des abscisses au point P et l'axe des ordonnées au point Q . Le point $T(r, s)$ est situé sur le segment PQ . Si l'aire du triangle POQ est égale à trois fois l'aire du triangle TOP , quelle est la valeur de $r + s$?

- (A) 7 (B) 10 (C) 11
(D) 14 (E) 18



Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Si p , q et r sont des entiers strictement positifs et si $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$, quelle est la valeur de q ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. On dit qu'un entier strictement positif est *multiplicativement parfait* s'il est égal au produit de ses diviseurs propres. Par exemple, 10 est multiplicativement parfait, car ses diviseurs propres sont 1, 2 et 5 et il est vrai que $1 \times 2 \times 5 = 10$. Parmi les entiers de 2 à 30, combien y a-t-il de nombres multiplicativement parfaits ?

- (A) 9 (B) 5 (C) 8 (D) 6 (E) 4

23. Céline et René doivent déplacer 16 petites boîtes et 10 grandes boîtes. Le tableau indique le temps que met chaque personne pour déplacer chaque type de boîte. Ils commencent à déplacer les boîtes à 9 h 00. Le plus tôt qu'ils peuvent finir de déplacer toutes les boîtes est à :

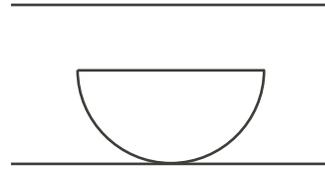
	Céline	René
petite boîte	2 min.	3 min.
grande boîte	6 min.	5 min.

- (A) 9 h 41 (B) 9 h 42 (C) 9 h 43
(D) 9 h 44 (E) 9 h 45

24. Anne et Bahia s'adonnent à un jeu qui commence avec une pile de n cure-dents. Elles jouent à tour de rôle en commençant par Anne. À son tour, la joueuse doit enlever 1, 3 ou 4 cure-dents de la pile. Celle qui enlève le dernier cure-dent est déclarée gagnante. Pour laquelle des valeurs suivantes de n Bahia peut-elle avoir une stratégie gagnante ? (On dit qu'un joueur a une stratégie gagnante si, peu importe comment l'adversaire joue, il y a toujours des mouvements qu'il peut faire pour se *garantir* une victoire.)

- (A) 31 (B) 32 (C) 33 (D) 34 (E) 35

25. Un demi-disque, ayant un rayon de 8 cm, est bercé de gauche à droite et de droite à gauche sur une droite. Il y a une distance de 12 cm entre cette droite et la droite parallèle au-dessus. Pendant que le disque berce sans glissement, il frappe la ligne du dessus à deux endroits. (Lorsque le disque frappe la ligne du dessus, il revient immédiatement dans l'autre direction.) La distance entre ces deux endroits, en millimètres, est plus près de :
- (A) 55 (B) 53 (C) 51
(D) 49 (E) 47





Concours canadien de mathématiques



Pour les étudiants...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2006!
En 2005, plus de 90 000 étudiants autour du monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 20 avril 2006.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour trouver

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs
- de l'information au sujet de nos publications pour l'enrichissement mathématiques et pour la préparation aux concours
- de l'information concernant les carrières en mathématiques

Pour les enseignants...

- Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour
- inscrire vos étudiants aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 20 avril 2006
 - apprendre à propos des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants
 - trouver les résultats de votre école

