



## Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation  
en mathématiques et en informatique,  
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

# Concours Pascal (9<sup>e</sup> - Sec. III)

Le mercredi 23 février 2005

Avec la  
contribution de:



**Samson Bélair  
Deloitte  
& Touche**  
Comptables agréés

Avec la  
participation de:



Institut canadien  
des actuaires

THE  
**Great-West Life**  
ASSURANCE COMPANY



London Life, compagnie  
d'assurance-vie et La  
Great-West, compagnie  
d'assurance vie

**SYBASE**  
Sybase  
**iAnywhere**  
A SYBASE COMPANY  
iAnywhere Solutions

**Durée:** 60 minutes

©2004 Waterloo Mathematics Foundation

**L'usage de la calculatrice est permis.**

### Directives

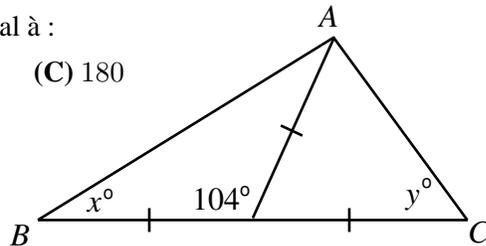
1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.  
Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.  
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

**Partie A (5 points par bonne réponse)**

- Quelle est la valeur de  $\frac{200 + 10}{20 + 10}$  ?  
(A) 2            (B) 10            (C) 1            (D) 11            (E) 7
- L'expression  $6a - 5a + 4a - 3a + 2a - a$  est équivalente à l'expression :  
(A)  $3a$             (B)  $3a^6$             (C) 3            (D)  $-21a$             (E)  $-21a^6$
- Lorsque  $x = 3$ , quelle est la valeur de l'expression  $x(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$  ?  
(A) 6            (B)  $-6$             (C) 0            (D) 24            (E)  $-24$
- Six boules, numérotées 2, 3, 4, 5, 6 et 7, sont placées dans un chapeau. Chaque boule a la même chance d'être choisie. Si une boule est choisie au hasard, quelle est la probabilité pour que son numéro soit un nombre premier ?  
(A)  $\frac{1}{6}$             (B)  $\frac{1}{3}$             (C)  $\frac{1}{2}$             (D)  $\frac{2}{3}$             (E)  $\frac{5}{6}$
- Quelle est la valeur de  $\sqrt{36} \times \sqrt{16}$  ?  
(A) 12            (B) 144            (C) 24            (D) 26            (E) 96
- Un verre rempli d'eau a une masse de 1000 g. Le verre à moitié plein d'eau a une masse de 700 g. Quelle est la masse du verre vide ?  
(A) 600 g            (B) 500 g            (C) 350 g            (D) 400 g            (E) 300 g
- Si  $\frac{1}{3}x = 12$ , alors  $\frac{1}{4}x$  est égal à :  
(A) 1            (B) 16            (C) 9            (D) 144            (E) 64
- Lequel des nombres  $-5$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $2$ ,  $\frac{3}{5}$  et 8 est plus grand que son carré ?  
(A)  $-5$             (B)  $\frac{3}{2}$             (C) 2            (D)  $\frac{3}{5}$             (E) 8
- D'après la figure,  $x + y$  est égal à :  
(A) 104            (B) 76            (C) 180  
(D) 90            (E) 166



- Dans la suite 32, 8, —, —,  $x$ , chaque terme, à partir du troisième, est égal à la moyenne des deux termes précédents. Quelle est la valeur de  $x$  ?  
(A) 17            (B) 20            (C) 44            (D) 24            (E) 14

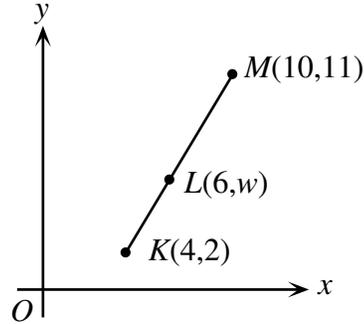
**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. On considère trois entiers positifs,  $a$ ,  $b$  et  $c$ , tels que  $a \times b = 13$ ,  $b \times c = 52$  et  $c \times a = 4$ .  
Quelle est la valeur de  $a \times b \times c$  ?

(A) 2704      (B) 104      (C) 676      (D) 208      (E) 52

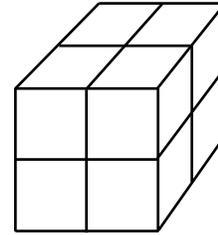
12. Le point  $L$  est situé sur le segment  $KM$ , comme l'indique la figure. Quelle est la valeur de  $w$  ?

(A) 4      (B) 5      (C) 6  
(D) 7      (E) 8



13. On utilise huit cubes-unités pour construire un cube de dimensions  $2 \times 2 \times 2$ . On peint ensuite les six faces du grand cube en rouge. Lorsque la peinture a séché, on défait le grand cube. Quelle fraction de l'aire totale des cubes-unités est peinte en rouge ?

(A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$   
(D)  $\frac{1}{4}$       (E)  $\frac{1}{3}$



14. Un nombre qui est le même lorsqu'on le lit de gauche à droite ou de droite à gauche est appelé un palindrome. Par exemple, 4664 est un palindrome. Combien y a-t-il d'entiers, entre 2005 et 3000, qui sont des palindromes ?

(A) 0      (B) 8      (C) 9      (D) 10      (E) plus de 10

15. Lorsqu'on divise 14 par 5, il y a un reste de 4. Lorsqu'on divise 14 par un entier positif  $n$ , il y a un reste de 2. Combien de valeurs de  $n$  ont cette propriété ?

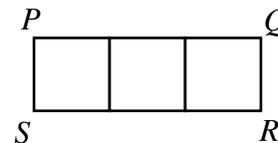
(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

16. On utilise les chiffres 1, 2, 5, 6 et 9 pour former des nombres *pairs* de cinq chiffres différents. Quelle est la différence entre le plus grand et le plus petit de ces nombres ?

(A) 83 916      (B) 79 524      (C) 83 952      (D) 79 236      (E) 83 016

17. Dans la figure ci-contre, le rectangle  $PQRS$  est divisé en trois carrés identiques. Si  $PQRS$  a un périmètre de 120 cm, quelle est son aire, en  $\text{cm}^2$  ?

(A) 225      (B) 675      (C) 360  
(D) 432      (E) 144



18. Lorsqu'on évalue l'expression  $2005^2 + 2005^0 + 2005^0 + 2005^5$ , les deux derniers chiffres de la réponse sont :

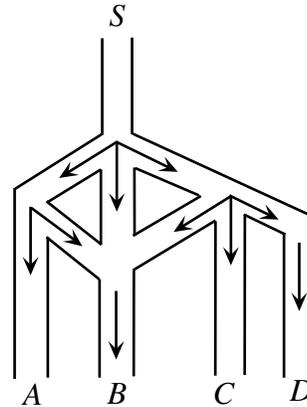
(A) 52      (B) 25      (C) 20      (D) 50      (E) 05

19. On dit qu'un entier positif est *décroissant* si chacun de ses chiffres est inférieur au chiffre à sa gauche. Par exemple, 8540 est un entier décroissant de quatre chiffres. Combien y a-t-il d'entiers décroissants entre 100 et 500 ?

- (A) 11      (B) 10      (C) 9      (D) 8      (E) 7

20. Henri le hamster est placé dans un labyrinthe au point  $S$ . Il peut seulement se diriger dans le sens des flèches. À n'importe quelle bifurcation, la probabilité pour qu'il emprunte n'importe quel des chemins devant lui est la même. Quelle est la probabilité qu'Henri aboutisse au point  $B$  ?

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{13}{18}$       (C)  $\frac{11}{18}$   
 (D)  $\frac{1}{3}$       (E)  $\frac{1}{4}$



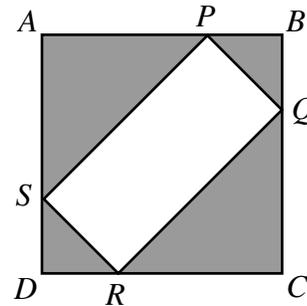
**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Chacun des entiers  $m$  et  $n$  est supérieur à 100. Si  $m + n = 300$ , alors  $m : n$  peut être égal à :

- (A) 9 : 1      (B) 17 : 8      (C) 5 : 3      (D) 4 : 1      (E) 3 : 2

22. Dans la figure ci-contre, on a découpé deux paires de triangles isocèles identiques du rectangle  $ABCD$ , pour ne laisser que le rectangle  $PQRS$ . L'aire totale des triangles enlevés est de  $200 \text{ m}^2$ . Quelle est la longueur de  $PR$ , en mètres ?

- (A)  $\sqrt{200}$       (B) 20      (C)  $\sqrt{800}$   
 (D) 25      (E) 15



23. En partant du chiffre 2, on peut former le nombre 2005 en se déplaçant à l'horizontale, à la verticale ou en diagonale d'un carré à un autre. Combien de chemins différents peut-on emprunter pour former le nombre 2005 ?

- (A) 96      (B) 72      (C) 80  
 (D) 64      (E) 88

5	5	5	5	5
5	0	0	0	5
5	0	2	0	5
5	0	0	0	5
5	5	5	5	5

24. On dit qu'un entier strictement positif est une *puissance parfaite* s'il est possible de l'écrire sous la forme  $a^b$ ,  $a$  et  $b$  étant des entiers strictement positifs et  $b \geq 2$ . Par exemple, 32 et 125 sont des puissances parfaites, car  $32 = 2^5$  et  $125 = 5^3$ . La suite croissante

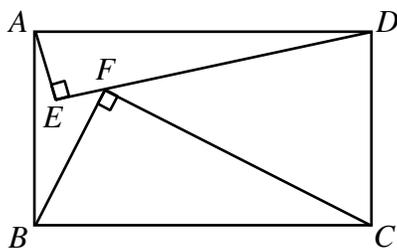
2, 3, 5, 6, 7, 10, ...

est formée de tous les entiers strictement positifs qui ne sont pas des puissances parfaites. La somme des carrés des chiffres du 1000<sup>e</sup> nombre de cette suite est égale à :

- (A) 42      (B) 26      (C) 33      (D) 18      (E) 21

25. On a construit des triangles rectangles  $AED$  et  $BFC$  à l'intérieur de rectangle  $ABCD$ , de manière que le point  $F$  soit situé sur le segment  $DE$ . Sachant que  $AE = 21$ ,  $ED = 72$  et  $BF = 45$ , quelle est la longueur du côté  $AB$  ?

- (A) 50            (B) 48            (C) 52  
(D) 54            (E) 56





## Concours canadien de mathématiques



### *Pour les étudiants...*

**Merci d'avoir participé au concours Pascal de 2005!**

**En 2004, plus de 83 000 étudiants autour du monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.**

**Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Fryer qui aura lieu le 20 avril 2005.**

**Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour trouver**

- plus d'information à propos du concours Fryer**
- des copies gratuites des concours précédents**
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs**
- de l'information au sujet de nos publications pour l'enrichissement mathématiques et pour la préparation aux concours**
- de l'information concernant les carrières en mathématiques**

### *Pour les enseignants...*

**Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour**

- inscrire vos étudiants aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 20 avril 2005**
- apprendre à propos des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants**
- trouver les résultats de votre école**

