Concours canadien de mathématiques
Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et un informatique
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Les solutions de 8ième année suit les solutions de 7ième année

Concours Gauss 2005

(7^e^ et 8^e^ années – Secondaire I et II)

Le mercredi 11 mai 2005

Solutions

Personnel du Concours canadien de mathématiques

Comité du concours Gauss

7e année

1. On simplifie en commençant par le numérateur : $\dfrac{3 \times 4}{6} = \dfrac{12}{6} = 2$.

Réponse: (B)

Les solutions de 8ième année suit les solutions de 7ième année

2. On a : $0{,}8 - 0{,}07 = 0{,}80 - 0{,}07 = 0{,}73$.

Réponse: (E)

3. La flèche indique un endroit à peu près à mi-chemin entre 9,6 et 9,8. Elle indique donc 9,7.

Réponse: (C)

4. Douze millions s'écrit 12 000 000 et douze mille s'écrit 12 000. La somme des deux nombres est donc égale à 12 012 000.

Réponse: (A)

5. Pour déterminer le plus grand nombre, on examine d'abord le chiffre des dixièmes. Quatre des nombres ont le chiffre 1 et un nombre a le chiffre 2. Donc, 0,2 est le plus grand.

Réponse: (B)

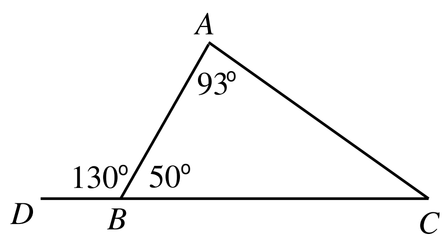
6. Puisque la probabilité de choisir un livre est égale à $\frac{2}{3}$, alors $\frac{2}{3}$ des 27 prix sont des livres. Or, $\frac{2}{3}$ de 27 est égal à 18. Il y a donc 18 livres dans le sac.

Réponse: (E)

7. La forme décimale de 83 % est 0,83. Donc 83 % de 1 480 000 est égal à $0{,}83 \times 1\,480\,000$, c'est-à-dire à 1 228 400. Donc, 1 228 400 personnes ont voté pour Lina.

Réponse: (B)

8. Puisque les angles ABD et ABC sont supplémentaires, alors $\angle ABD + \angle ABC = 180°$, d'où $\angle ABC = 50°$. Puisque la somme de la mesure des angles d'un triangle est égale à 180°, alors $\angle ACB = 180° - 93° - 50°$. Donc $\angle ACB = 37°$.



Réponse: (B)

9. Il y a six rangées dont le numéro est impair, soit les rangées 1, 3, 5, 7, 9 et 11.
Ces six rangées ont un total de 6×15 sièges, soit 90 sièges.
Il y a cinq rangées dont le numéro est pair, soit les rangées 2, 4, 6, 8 et 10.
Ces cinq rangées ont un total de 5×16 sièges, soit 80 sièges.
Il y a donc $90 + 80$ sièges, soit 170 sièges dans le cinéma.

Réponse: (D)

10. Lorsqu'il est 17 h 36 à St-Jean, il est 90 minutes plus tôt à L'Orignal, c'est-à-dire $1\frac{1}{2}$ heure plus tôt. Il est donc 16 h 06 à L'Orignal.
Lorsqu'il est 16 h 06 à L'Orignal, il est 3 h plus tôt à Whitehorse. Il est donc 13 h 06 à Whitehorse.

Réponse: (A)

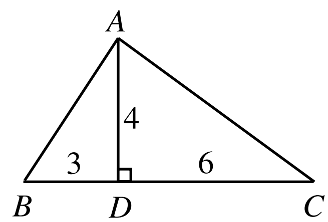
11. Chaque jour, l'étendue de la température est égale à la différence entre la température maximale et la température minimale.
Lundi, l'étendue est égale à 6 °C−(−4 °C), soit 10 °C.
Mardi, l'étendue est égale 3 °C−(−6 °C), soit 9 °C.
Mercredit, l'étendue est égale 4 °C−(−2 °C), soit 6 °C.
Jeudi, l'étendue est égale 4 °C−(−5 °C), soit 9 °C.
Vendredi, l'étendue est égale 8 °C−0 °C, soit 8 °C.
On a obtenu la plus grande étendue de température le lundi.

Réponse: (A)

12. Du 1er mai à midi au 8 mai à midi, il y a 7 jours. Puisque la plante pousse de 105 cm par jour, elle a poussé de 7×105 cm, c'est-à-dire de 735 cm, ou de 7,35 m.
Le 8 mai à midi, la plante mesurait donc 2 m + 7,35 m, c'est-à-dire 9,35 m.

Réponse: (E)

13. Puisque DC est deux fois plus long que BD et que $BD = 3$, alors $DC = 6$.



Le triangle ABC a donc une base de 9 et une hauteur de 4.
Son aire est égale à $\frac{9\times4}{2}$, c'est-à-dire à 18.

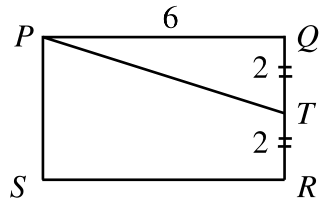
Réponse: (D)

14. *Solution 1*
Puisque les numéros sur les faces opposées d'un dé ont toujours une somme de 7, les numéros 1 et 6 sont sur des faces opposées, les numéros 2 et 5 sont sur des faces opposées, de même que les numéros 3 et 4.
Sur le 1er dé, on voit les numéros 2, 3 et 6. Ses faces cachées ont donc les numéros 5, 4 et 1.
Sur le 2e dé, on voit les numéros 1, 4 et 5. Ses faces cachées ont donc les numéros 6, 3 et 2.
La somme des numéros sur les faces cachées des deux dés est donc égale à $1+4+5+6+3+2$, c'est-à-dire à 21.

Solution 2
La somme des numéros sur un dé est égale à $1+2+3+4+5+6$, c'est-à-dire à 21.
La somme des numéros sur les deux dés est donc égale à 2×21, c'est-à-dire à 42.
Puisque les numéros sur les six faces visibles ont une somme de 21, la somme des numéros sur les faces cachées est égale à $42 - 21$, c'est-à-dire à 21.

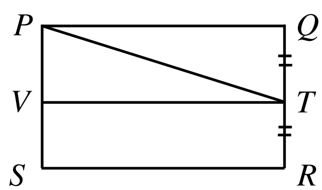
Réponse: (C)

15. *Solution 1*
Puisque le rectangle $PQRS$ a une aire de 24, on suppose que $PQ = 6$ et que $QR = 4$.
Puisque $TQ = TR$, alors $TQ = 2$.



Le triangle PQT a une base de 6 et une hauteur de 2.
Son aire est égale à $\frac{6 \times 2}{2}$, c'est-à-dire à 6.
L'aire du quadrilatère $PTRS$ est égale à celle du rectangle moins celle du triangle. Elle est donc égale à $24 - 6$, c'est-à-dire à 18.

Solution 2
Au point T, on trace un segment TV parallèle au côté PQ.
Puisque T est le milieu du côté QR, V est le milieu du côté PS.
L'aire du rectangle $PQTV$ est donc la moitié de l'aire du rectangle $PQRS$. Elle est donc égale à 12.



De même, l'aire du rectangle $RSVT$ est égale à 12.
Puisque la diagonale PT du rectangle $PQTV$ coupe le rectangle en deux triangles congrus, le triangle PTV a une aire de 6.
L'aire du quadrilatère $PTRS$ est égale à celle du rectangle $RSVT$ plus celle du triangle PTV.
Elle est donc égale à $12 + 6$, c'est-à-dire à 18.

Réponse: (A)

16. Nicolas a dormi pendant une heure et demie, c'est-à-dire pendant 90 minutes.
Puisque trois brebis traversent le chemin à toutes les minutes, alors 90×3 brebis, c'est-à-dire 270 brebis ont traversé le chemin pendant son sommeil.
Donc, un total de $(42 + 270)$ brebis, c'est-à-dire 312 brebis avaient traversé la route lorsqu'il s'est réveillé. Puisque cela représente la moitié du troupeau, il y a 2×312 brebis, c'est-à-dire 624 brebis dans le troupeau.

Réponse: (D)

17. *Solution 1*
Pour calculer la valeur du symbole, on additionne le produit des nombres dans chaque diagonale. Or le produit des nombres 6 et 1 d'une diagonale est égal à 6.
Puisque le symbole a une valeur de 16, le produit des nombres de l'autre diagonale est égal à 10.
Or, un des nombres de cette diagonale est 2. L'autre nombre doit donc être 5.

Solution 2
Soit x le nombre qui devrait paraître dans la case vide. D'après la définition, on sait que $2\times x+6\times 1$ est égal à 16. Donc $2x+6=16$, d'où $2x=10$ et $x=5$.

RÉPONSE: (E)

18. Lorsqu'on jette un dé, il y a six résultats possibles, soit 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Ils ont la même probabilité.
Pour que le jeu soit juste, la moitié des résultats possibles doivent être des résultats gagnants.
Dans le 1$^{\text{er}}$ jeu, on gagne si on obtient un 2. Ce jeu n'est pas juste.
Dans le 2$^{\text{e}}$ jeu, on gagne si on obtient un 2, un 4 ou un 6. Ce jeu est juste.
Dans le 3$^{\text{e}}$ jeu, on gagne si on obtient un 1, un 2 ou un 3. Ce jeu est juste.
Dans le 4$^{\text{e}}$ jeu, on gagne si on obtient un 3 ou un 6. Ce jeu n'est pas juste.
Donc, deux des jeux sont justes.

RÉPONSE: (C)

19. À chaque distance qui sépare Carl et Pat, le ballon est lancé deux fois.
Les 1$^{\text{er}}$ et 2$^{\text{e}}$ lancers se font à une distance de 1 m, les 3$^{\text{e}}$ et 4$^{\text{e}}$ se font à une distance de 2 m, ainsi de suite. Les 27$^{\text{e}}$ et 28$^{\text{e}}$ lancers se font à une distance de 14 m.
Donc, le 29$^{\text{e}}$ lancer est fait à une distance de 15 m. Les lancers impairs sont faits par Pat. C'est donc Carl qui n'a pas réussi à attraper le ballon au 29$^{\text{e}}$ lancer, à une distance de 15 m.

RÉPONSE: (A)

20. Puisque la voiture roule à 80 km/h, elle parcourt 80 000 m en une heure.
Puisqu'il y a 60 minutes dans une heure, la voiture parcourt $\frac{1}{60}\times 80\,000$ km en une minute.
Puisqu'il y a 60 secondes dans une minute, la voiture parcourt $\frac{1}{60}\times\frac{1}{60}\times 80\,000$ km par seconde.
En 4 secondes, la voiture parcourt donc $4\times\frac{1}{60}\times\frac{1}{60}\times 80\,000$ m, soit environ 88,89 m.
Parmi les choix possible, la distance la plus appropriée est de 90 m.

RÉPONSE: (E)

21. Puisque le prix est réduit de 10 % à toutes les 15 minutes, il est multiplié par 90 %, ou par 0,9 à toutes les 15 minutes.
À 9 h 15, le prix est de 9 $.
À 9 h 30, le prix est de $0{,}9\times 9{,}00$ $, soit de 8,10 $.
À 9 h 45, le prix est de $0{,}9\times 8{,}10$ $, soit de 7,29 $. Le prix est passé à moins de 8 $ à 9 h 45.
Émilie achète donc le tapis à 9 h 45.

RÉPONSE: (A)

22. *Solution 1*
On suppose qu'il y a 20 oranges. (On choisit 20, car le rapport du nombre de pommes au nombre d'oranges est de 1 : 4 et le rapport du nombre d'oranges au nombre de citrons est de 5 : 2. On veut donc un nombre d'oranges qui est divisible par 4 et par 5.)
Puisque le rapport du nombre de pommes au nombre d'oranges est de 1 : 4, on peut former 1 groupe de pommes et 4 groupes d'oranges. Puisqu'il y a 20 oranges, il y a 5 oranges par groupe. Il y a donc 1 groupe de 5 pommes.
Puisque le rapport du nombre d'oranges au nombre de citrons est de 5 : 2, on peut former 5 groupes d'oranges et 2 groupes de citrons. Puisqu'il y a 20 oranges, il y a 4 oranges par groupe. Il y a donc 2 groupes de 4 citrons, soit 8 citrons.

Le rapport du nombre de pommes au nombre de citrons est donc de 5 : 8.

Solution 2
Soit x le nombre de pommes.
Puisque le rapport du nombre de pommes au nombre d'oranges est de 1 : 4, le nombre d'oranges est égal à $4x$.
Puisque le rapport du nombre d'oranges au nombre de citrons est de 5 : 2, le nombre de citrons est égal à $\frac{2}{5} \times 4x$, c'est-à-dire à $\frac{8}{5}x$.
Le rapport du nombre de pommes au nombre de citrons est donc égal à $x : \frac{8}{5}x$, c'est-à-dire à $1 : \frac{8}{5}$, ou 5 : 8.

Réponse: (C)

23. *Solution 1*
Puisque 4 □ peuvent équilibrer 2 ○, alors 1 □ peut équilibrer $\frac{1}{2}$ ○.
De même, 1 △ peut équilibrer $1\frac{1}{2}$ ○.
1 △, 1 ○ et 1 □ peuvent donc équilibrer $\frac{1}{2}$ ○ + 1 ○ + $1\frac{1}{2}$ ○, ou 3 ○.
On convertit chacun des choix de réponse en nombre équivalent de ○ :
(**A**) : $1\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 3$
(**B**) : $3 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 1\frac{1}{2} = 3$
(**C**) : $2 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 3$
(**D**) : $2 \times \left(1\frac{1}{2}\right) + 1 = 4$
(**E**) : $1 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 3$
Donc, l'ensemble de 2 △ et 1 ○ ne peut être mis en équilibre avec 1 △, 1 ○ et 1 □ .

Solution 2
Puisque 4 □ peuvent équilibrer 2 ○, alors 1 ○ peut équilibrer 2 □.
Donc, 3 ○ peuvent équilibrer 6 □. Or, puisque 3 ○ peuvent équilibrer 2 △, alors 6 □ peuvent équilibrer 2 △. On peut donc conclure que 1 △ peut équilibrer 3 □.
On peut donc exprimer chaque groupe en fonction de □.
(**A**) : 1 △, 1 ○ et 1 □ peuvent équilibrer 3 □ + 2 □ + 1 □, soit 6 □.
(**B**) : 3 □ et 1 △ peuvent équilibrer 3 □ + 3 □, soit 6 □.
(**C**) : 2 □ et 2 ○ peuvent équilibrer 2 □ + 4 □, soit 6 □.
(**D**) : 2 △ et 1 ○ peuvent équilibrer 6 □ + 2 □, soit 8 □.
(**E**) : 1 ○ et 4 □ peuvent équilibrer 2 □ + 4 □ soit 6 □.
Donc, 2 △ et 1 ○ ne peuvent être mis en équilibre avec 1 △, 1 ○ et 1 □.

Solution 3
On attribue une masse à chaque forme.
Puisque 3 ○ peuvent équilibrer 2 △, on suppose que 1 ○ pèse 2k et que 1 △ pèse 3 kg.
Puisque 4 □ peuvent équilibrer 2 ○ qui pèsent 4 kg, alors 1 □ pèse 1 kg.
On évalue la masse de chaque choix.
(**A**) : 1 △, 1 ○ et 1 □ ont une masse de $(3 + 2 + 1)$ kg, c'est-à-dire 6 kg.
(**B**) : 3 □ et 1 △ ont une masse de $(3 + 3)$ kg, c'est-à-dire 6 kg.
(**C**) : 2 □ et 2 ○ ont une masse de $(2 + 4)$ kg, c'est-à-dire 6 kg.
(**D**) : 2 △ et 1 ○ ont une masse de $(6 + 2)$ kg, c'est-à-dire 8 kg.
(**E**) : 1 ○ et 4 □ ont une masse de $(2 + 4)$ kg, c'est-à-dire 6 kg.
Donc, 2 △ et 1 ○ ne peuvent être mis en équilibre avec 1 △, 1 ○ et 1 □.

Réponse: (D)

24. Puisque Alphonse et Blandine se croisent toujours aux mêmes trois endroits sur la piste et que chacun court à une vitesse constante, les trois endroits doivent être également éloignés l'un de l'autre sur la piste. Les points de rencontre séparent donc la piste en trois arcs de même longueur. On suppose que Blandine est plus rapide qu'Alphonse. On considère un point de rencontre et on imagine les deux coureurs qui se rencontrent au point suivant. Puisque Blandine est plus rapide et que les points de rencontre séparent la piste en trois longueurs égales, Blandine doit parcourir $\frac{2}{3}$ de la piste pendant qu'Alphonse en parcourt $\frac{1}{3}$ dans le sens opposé.
Puisque Blandine parcourt deux fois plus de terrain qu'Alphonse dans le même temps, elle court deux fois plus vite que lui. Le rapport de leur vitesse est de 2 : 1.

Réponse: (D)

25. *Solution 1*
On cherche des combinaisons de 48 pièces de monnaie pour une valeur totale de 100 cents.
Puisque la valeur totale est un multiple de 5 cents, et que la valeur des pièces de 5 cents, des pièces de 10 cents et des pièces de 25 cents est toujours un multiple de 5 cents, le nombre de pièces de 1 cent doit toujours être un multiple de 5.

Le nombre de pièces de 1 cent peut donc être égal à 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ou 45.
Puisqu'il ya a 48 pièces de monnaie en tout, il est impossible d'avoir moins de 35 pièces de 1 cent. (Par exemple, s'il y avait 30 pièces de 1 cent, il y aurait 18 autres pièces valant chacune au moins 5 cents, pour un total de 90 cents et les 48 pièces auraient une valeur de plus de 100 cents.)

Il est impossible d'avoir 3 ou 4 pièces de 25 cents, autrement les 44 ou 45 autres pièces, qui auraient une valeur d'au moins 44 cents, porteraient la valeur totale des pièces à plus de 100 cents. Il suffit donc de considérer 0, 1 ou 2 pièces de 25 cents.

1er cas : 2 pièces de 25 cents
On a donc 46 autres pièces qui ont une valeur de 50 cents.
On doit donc avoir 45 pièces de 1 cent et 1 pièce de 5 cents.

2e cas : 1 pièce de 25 cents
On a donc 47 autres pièces qui ont une valeur de 75 cents.
On doit donc avoir 40 pièces de 1 cent et 4 pièces de 5 cents.

3e cas : 0 pièce de 25 cents
On a donc 48 pièces qui ont une valeur de 100 cents.
Si on a 35 pièces de 1 cent, il faut aussi 13 pièces de 5 cents.
Si on a 40 pièces de 1 cent, il faut aussi 4 pièces de 10 cents et 4 pièces de 5 cents.
On ne peut avoir 45 pièces de 1 cent, car il faudrait 3 pièces de 10 cents ou de 5 cents qui valent 55 cents.

Il y a donc 4 combinaisons différentes de pièces de monnaie de manière que 48 pièces aient une valeur de 1,00 $.

Solution 2
On cherche des combinaisons de 48 pièces de monnaie pour une valeur totale de 100 cents.
Puisque la valeur totale est un multiple de 5 cents, et que la valeur des pièces de 5 cents, des pièces de 10 cents et des pièces de 25 cents est toujours un multiple de 5 cents, le nombre de

pièces de 1 cent doit toujours être un multiple de 5.

Peut-il y avoir 5 pièces de 1 cent ? Si c'est oui, les 43 autres pièces de monnaie valent un total de 95 cents. Or, chacune de ces autres pièces vaut au moins 5 cents, pour une valeur totale d'au moins 43×5 cents, c'est-à-dire 215 cents, ce qui est impossible. Il ne peut donc pas y avoir 5 pièces de 1 cent. Peut-il y avoir 10 pièces de 1 cent ? Si c'est oui, les 38 autres pièces de monnaie valent un total de 90 cents. Or, chacune de ces autres pièces vaut au moins 5 cents, pour une valeur totale d'au moins 38×5 cents, c'est-à-dire 190 cents, ce qui est impossible. Il ne peut donc pas y avoir 10 pièces de 1 cent.

On continue de cette manière pour démontrer qu'il ne peut y avoir 15, 20, 25 ou 30 pièces de 1 cent.

S'il y a 35 pièces de 1 cent, alors les 13 autres pièces ont une valeur totale de 65 cents. Puisque chacune des autres pièces vaut au moins 5 cents, on doit avoir 13 pièces de 5 cents. On a donc une combinaison de 35 pièces de 1 cent et 13 pièces de 5 cents.

S'il y a 40 pièces de 1 cent, les 8 autres pièces ont une valeur totale de 60 cents.
On considère les nombres possibles de pièces de 25 cents.
S'il n'y a aucune pièce de 25 cents, on doit avoir 8 pièces de 5 cents ou de 10 cents qui ont une valeur totale de 60 cents. Si les 8 pièces étaient des pièces de 5 cents, elles auraient une valeur de 40 cents, ce qui nous laisserait 20 cents de court. En changeant 4 pièces pour des pièces de 10 cents, on augmenterait la valeur de 20 cents. On a donc une combinaison acceptable, soit 40 pièces de 1 cent, 4 pièces de 5 cents et 4 pièces de 10 cents.
S'il y a 1 pièce de 25 cents, on doit avoir 7 pièces de 5 cents ou de 10 cents qui ont une valeur de 35 cents. Il faut donc avoir 7 pièces de 5 cents. On a donc une combinaison acceptable, soit 40 pièces de 1 cent, 1 pièce de 25 cents et 7 pièces de 5 cents.
S'il y a 2 pièces de 25 cents, on doit avoir 6 pièces de 5 cents ou de 10 cents qui ont une valeur de 10 cents, ce qui est impossible.
On ne peut avoir plus de 2 pièces de 25 cents, car la valeur totale des pièces de 1 cent et de 25 cents égalerait au moins 115 cents.

S'il y a 45 pièces de 1 cent, les 3 autres pièces ont une valeur totale de 55 cents. Il doit y avoir au moins deux pièces de 25 cents, sinon on aurait au plus 25 cents + 10 cents + 10 cents, c'est-à-dire 45 cents. La dernière pièce doit donc valoir 5 cents. On a donc une combinaison acceptable, soit 45 pièces de 1 cent, 2 pièces de 25 cents et 1 pièce de 5 cents.

Il y a donc 4 combinaisons différentes de pièces de monnaie de manière que 48 pièces aient une valeur de 1,00 $.

Réponse: (B)

8e année

1. On utilise un dénominateur commun : $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ est égal à $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$, soit $\frac{5}{8}$.

Réponse: (B)

2. On a : $(-3)(-4)(-1) = (12)(-1) = -12$.

Réponse: (A)

3. Puisque $V = A_{base} \times h$, alors : $V = (4 \times 2) \times 8 = 64$ cm^3

Réponse: (C)

4. La moyenne est égale à $\dfrac{6+8+9+11+16}{5}$, c'est-à-dire à $\dfrac{50}{5}$, ou 10.

Réponse: (C)

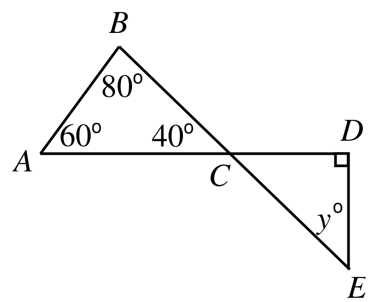
5. 10 % de 10 est égal à un dixième de 10, soit 1.
20 % de 20 est égal à 0,20 × 20 ou $\frac{1}{5} \times 20$, soit 4.
Donc, 10 % de 10, multiplié par 20 % de 2, est égal à 1 × 4, soit 4.

Réponse: (E)

6. On sait que $8210 = 8{,}21 \times 1000$. On doit donc avoir $10^{\square} = 1000$. Le nombre qui va dans la case est donc égal à 3.

Réponse: (C)

7. Puisque la somme de la mesure des angles du triangle ABC est égale à 180°, alors $\angle ACB = 40°$. Puisque les angles ACB et DCE sont opposés par le sommet, alors $\angle DCE = 40°$.



Puisque la somme de la mesure des angles du triangle CDE est égale à 180°, alors $y° = 50°$. Donc $y = 50$.

Réponse: (D)

8. *Solution 1*
Il y a 10 entiers, soit de 30 à 39, dont le chiffre des dizaines est égal à 3.
Il y a 6 entiers, soit 3, 13, 23, 33, 43 et 53, dont le chiffre des unités est égal à 3.
Or, un des entiers, soit 33, fait partie des deux groupes.
Donc, le nombre d'entiers qui ont au moins un chiffre 3 est égal à $10 + 6 - 1$, soit 15.

Solution 2
On écrit les entiers en ordre croissant : 3, 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43 et 53. Il y en a 15.

Réponse: (D)

9. Puisque la moyenne mensuelle de pluie était de 41,5 mm en 2003, elle était de 41,5 mm + 2 mm soit 43,5 mm en 2004. La quantité de pluie en 2004 était donc de $12 \times 43{,}5$ mm, soit 522 mm.

Réponse: (B)

10. Puisque Daniel se promène à une vitesse constante, il a parcouru, en 30 minutes, $\frac{3}{4}$ de la distance parcourue en 40 minutes, soit $\frac{3}{4} \times 24$ km, ou 18 km.

Réponse: (D)

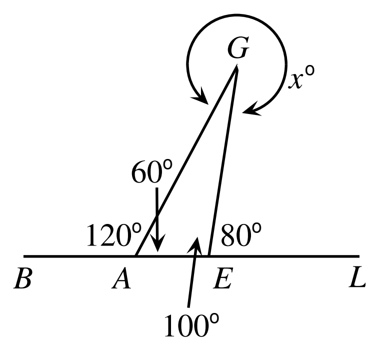
11. Le triangle a une base AB de longueur 25 cm et une hauteur correspondante AC de longueur 20 cm. Son aire est donc égale à $\frac{1}{2}(25)(20)$ cm^2, ou 250 cm^2.

Réponse: (E)

12. Pour obtenir la plus grande somme possible, tout en incluant 10 et 12, il faut que 10 et 12 soient les plus petits des cinq nombres. Les cinq nombres sont donc 10, 12, 14, 16 et 18. Ils ont une somme de 70.

Réponse: (E)

13. Puisque les angles BAG et GAE sont supplémentaires, alors $\angle GAE = 60°$. Puisque les angles LEG et GEA sont supplémentaires, alors $\angle GEA = 100°$.



Puisque la somme de la mesure des angles du triangle GAE est égale à 180°, alors $\angle AGE = 20°$. L'angle rentrant de sommet G mesure donc $360° - 20°$, soit 340°. Donc $x = 340$.

Réponse: (A)

14. *Solution 1*
Puisque les cinq numérateurs sont égaux, la plus grande valeur correspond à l'expression dont le dénominateur est le *plus petit*.
Or, chaque dénominateur a la forme $2 + \ldots$ ou $2 - \ldots$ Le plus petit est celui dont on soustrait la plus grande quantité de 2. L'expression qui a la plus grande valeur est donc $\dfrac{4}{2 - \frac{1}{2}}$.

Solution 2
On évalue chaque expression.

$$\begin{aligned}
\frac{4}{2-\frac{1}{4}} &= \frac{4}{\frac{7}{4}} = \frac{16}{7} \approx 2{,}29 \\
\frac{4}{2+\frac{1}{4}} &= \frac{4}{\frac{9}{4}} = \frac{16}{9} \approx 1{,}78 \\
\frac{4}{2-\frac{1}{3}} &= \frac{4}{\frac{5}{3}} = \frac{12}{5} = 2{,}4 \\
\frac{4}{2+\frac{1}{3}} &= \frac{4}{\frac{7}{3}} = \frac{12}{7} \approx 1{,}71 \\
\frac{4}{2-\frac{1}{2}} &= \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67
\end{aligned}$$

L'expression qui a la plus grande valeur est $\frac{4}{2-\frac{1}{2}}$.

Réponse: (E)

15. On utilise $x = 1$ avec chaque équation et on obtient $y = 1{,}5$ dans chaque cas.
On utilise $x = 2$ avec chaque équation.
(**A**) : $y = x + 0{,}5 = 2 + 0{,}5 = 2{,}5$.
(**B**) : $y = 1{,}5x = 1{,}5(2) = 3$.
(**C**) : $y = 0{,}5x + 1 = 0{,}5(2) + 1 = 2$.
(**D**) : $y = 2x - 0{,}5 = 2(2) - 0{,}5 = 3{,}5$.
(**E**) : $y = x^2 + 0{,}5 = 2^2 + 0{,}5 = 4{,}5$.
Seule la deuxième équation donne la même valeur de y que la table, soit $y = 3$.
Si $x = 3$, cette équation donne $y = 1{,}5(3)$, soit $y = 4{,}5$.
Si $x = 4$, cette équation donne $y = 1{,}5(4)$, soit $y = 6$.
La deuxième équation donne les mêmes valeurs de y que la table pour les valeurs correspondantes de x. Elle représente donc la même relation que la table.

Réponse: (B)

16. Si l'étudiante achète 40 billets individuellement, cela lui coûte $40 \times 1{,}50$ \$, soit 60,00 \$.
Si elle les achète en groupes ce cinq, il lui faut $40 \div 5$ groupes, soit 8 groupes, ce qui lui coûte $8 \times 5{,}75$ \$, c'est-à-dire 46,00 \$.
Si elle les achète en groupes de cinq, elle épargne 60,00 \$ $-$ 46,00 \$, soit 14,00 \$.

Réponse: (C)

17. *Solution 1*
On accorde des valeurs particulières à a et à b. Cela nous permet d'éliminer des choix.
On choisit $a = 2$, qui est un nombre pair, et $b = 1$, qui est un nombre impair, et on évalue chaque expression.
$ab = 2 \times 1 = 2$, $a + 2b = 2 + 2(1) = 4$, $2a - 2b = 2(2) - 2(1) = 2$, $a + b + 1 = 2 + 1 + 1 = 4$, et $a - b = 2 - 1 = 1$.
L'expression $a - b$ est la seule qui représente un entier impair.

Solution 2
Puisque a est pair, alors ab est pair, car le produit d'un entier et d'un entier pair est pair.
Puisque a est pair et que $2b$ est pair (c'est le produit d'un entier et d'un entier pair), alors $a+2b$ est pair.
Puisque le produit de 2 et d'un entier est pair, alors $2a$ et $2b$ sont pairs et leur différence, $2a-2b$, est paire.
Puisque a est pair et que b est impair, alors $a+b$ est impair et $a+b+1$ est pair.
Puisque a est pair et que b est impair, alors $a-b$ est impair.
Donc, seule l'expression $a-b$ a une valeur impaire.

Réponse: (E)

18. *Solution 1*
Puisque $100 = 2^2 \times 5^2$, alors la factorisation première de N doit admettre au moins deux facteurs 2 et au moins deux facteurs 5 pour être divisible par 100. Or, selon $N = 2^5 \times 3^2 \times 7 \times \square$, N admet déjà cinq facteurs 2. La case doit donc contenir deux facteurs 5.
Le seul choix de réponse qui contient deux facteurs 5 dans sa factorisation première est 75.
En effet, $75 = 3 \times 5 \times 5$.
On peut vérifier : $2^5 \times 3^2 \times 7 \times 75 = 151\,200$.

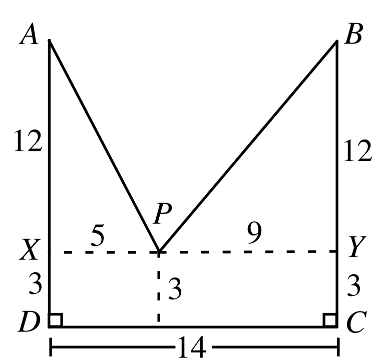
Solution 2
Si on multiplie les facteurs de l'expression $N = 2^5 \times 3^2 \times 7 \times \square$, on obtient $N = 2016 \times \square$.
On évalue N pour chacun des cinq choix :
$2016 \times 5 = 10\,080$, ce qui n'est pas divisible par 100.
$2016 \times 20 = 40\,320$, ce qui n'est pas divisible par 100.
$2016 \times 75 = 151\,200$, ce qui est divisible par 100.
$2016 \times 36 = 72\,576$, ce qui n'est pas divisible par 100.
$2016 \times 120 = 241\,920$, ce qui n'est pas divisible par 100.
Le seul choix acceptable est 75.

Réponse: (C)

19. Dans la figure, B représente à peu près 0,4 et C représente à peu près 0,6. $B \times C$ vaut donc à peu près 0,24. Or, A représente à peu près 0,2. Donc A représente le mieux la valeur de $B \times C$.

Réponse: (A)

20. Les points A, B, C, D et P sont définis comme dans la figure. Au point P, on trace un segment XY parallèle au segment DC, ses extrémités X et Y étant sur les côtés respectifs AD et BC. On a donc $AX = BY = 12$. De plus, $PY = 9$.



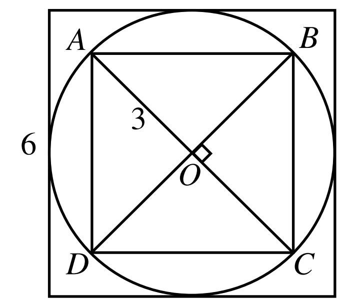
Pour calculer la longueur de la corde, on doit calculer AP et BP, soit la longueur de l'hypoténuse de deux triangles rectangles.
On a donc :

$$\begin{aligned} AP^2 &= 12^2 + 5^2 & \qquad BP^2 &= 9^2 + 12^2 \\ AP^2 &= 169 & BP^2 &= 225 \\ AP &= 13 & BP &= 15 \end{aligned}$$

La corde a une longueur de 13 m + 15 m, c'est-à-dire de 28 m.

Réponse: (A)

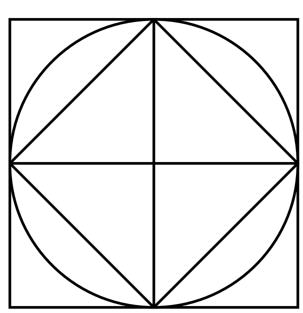
21. *Solution 1*
Puisque le grand carré a une aire de 36, ses côtés ont une longueur de 6.
Le cercle doit donc avoir un diamètre de 6 et un rayon de 3.
On nomme les sommets du petit carré comme dans la figure et on trace les diagonales AC et BD.
Puisque $ABCD$ est un carré, ses diagonales sont perpendiculaires.



Elles se coupent au point O qui, par symétrie, doit être le centre du cercle.
Or, le carré $ABCD$ est divisé en quatre petits triangles rectangles isocèles par les diagonales.

Chacun de ces triangles a une aire égale à $\frac{1}{2}(3)(3)$, c'est-à-dire à $\frac{9}{2}$. L'aire du carré est donc égale à $4 \times \frac{9}{2}$, c'est-à-dire à 18.

Solution 2
On fait subir au petit carré une rotation de 45°, de manière que ses sommets touchent au grand carré. On trace ensuite les diagonales du petit carré. Par symétrie, ces diagonales divisent le grand carré en quatre carrés indentiques ayant la même aire. De plus, les côtés du petit carré sont des diagonales de ces quatre carrés. Ces côtés divisent donc les quatre carrés en triangles congrus.



Le grand carré est formé de 8 triangles congrus, tandis que le petit carré est formé de 4 triangles congrus. Le petit carré occupe donc la moitié de l'espace du grand carré. Son aire est donc égale à la moitié de l'aire du grand carré. Le petit carré a donc une aire de 18.

Réponse: (E)

22. *Solution 1*
Puisque 50 étudiants ont participé au sondage et que 8 étudiants ne pratiquent ni le hockey, ni le base-ball, alors 42 étudiants pratiquent au moins un des sports.
Puisque 33 étudiants pratiquent le hockey, que 24 étudiants pratiquent le base-ball et que $33 + 24 = 57$, alors il doit y avoir 15 étudiants qui ont été comptés deux fois, c'est-à-dire qui pratiquent les deux sports.

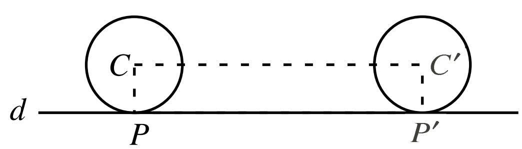
Solution 2
Soit x le nombre d'étudiants qui pratiquent les deux sports.
Le nombre d'étudiants qui pratiquent seulement le hockey est donc égal à $33 - x$ et le nombre d'étudiants qui pratiquent seulement le base-ball est égal à $24 - x$.
On peut partager les étudiants qui ont participé au sondage en quatre groupes, soit ceux qui ne pratiquent aucun sport, ceux qui pratiquent seulement le hockey, ceux qui pratiquent seulement le base-ball et ceux qui pratiquent les deux sports. On a donc :

$$\begin{aligned} 8 + (33 - x) + (24 - x) + x &= 50 \\ 65 - 2x + x &= 50 \\ 65 - x &= 50 \\ 65 - 50 &= x \\ x &= 15 \end{aligned}$$

Donc, 15 étudiants pratiquent les deux sports.

Réponse: (D)

23. On considère d'abord un point P où la roue touche la droite d. Lorsque la roue fait une révolution complète, le point P bouge jusqu'à P'.



La distance PP' est égale à la circonférence du cercle, soit $\pi \times 2$ m, ou 2π m.
On complète le rectangle $CC'P'P$ et on constate que la distance CC' est égale à la distance PP', soit 2π m.

Réponse: (C)

24. Soit x, y et z les trois entiers positifs.
D'après les renseignements, $(x + y) \times z = 14$ et $(x \times y) + z = 14$.
D'après la première équation, z doit être un diviseur de 14. Il doit donc égaler 1, 2, 7 ou 14.

Si $z = 1$, les équations deviennent $x + y = 14$ et $xy = 13$. D'après cette dermière équation, on doit avoir $x = 1$ et $y = 13$ ou $x = 13$ et $y = 1$. Ces deux solutions vérifient aussi l'équation $x + y = 14$.

Si $z = 2$, les équations deviennent $x + y = 7$ et $xy = 12$. Parmi les solutions de cette dernière équation, deux seules vérifient aussi l'équation $x + y = 7$. On doit avoir $x = 3$ et $y = 4$ ou $x = 4$ et $y = 3$.

Si $z = 7$, les équations deviennent $x + y = 2$ et $xy = 7$. Il n'y a aucune valeur de x et de y qui vérifie ces deux équations. En effect, la première équation n'admet qu'une solution, soit $x = 1$ et $y = 1$, et cette solution ne vérifie pas l'equation $xy = 7$.

Si $z = 14$, les équations deviennent $x + y = 1$ et $xy = 0$. Il n'y a aucune valeur de x et de y qui vérifie ces deux équations. En effet, selon la dernière équation, x ou y doit égaler 0. Or, selon l'énoncé, les entiers doivent être positifs.
Le premier nombre, soit x, peut donc égaler 1, 13, 3 ou 4. Il peut avoir 4 valeurs différentes.

Réponse: (B)

25. Soit n le nombre de pièces de monnaie dans la bourse.
Puisque la valeur moyenne des pièces est de 17 cents, la valeur totale des pièces est égale à $n \times 17$ cents, soit $17n$ cents.
Lorsqu'on enlève une pièce de 1 cent, il reste $n - 1$ pièces. Puisque la valeur moyenne des pièces est alors de 18 cents, la valeur totale de ces pièces est égale à $18(n - 1)$ cents.
Puisqu'on a enlevé une pièce de 1 cent, cette valeur, soit $18(n - 1)$ cents, est 1 cent de moins que $17n$ cents.
On a donc :

$$\begin{aligned} 17n - 1 &= 18(n-1) \\ 17n - 1 &= 18n - 18 \\ n &= 17 \end{aligned}$$

Il y avait donc 17 pièces de monnaie dans la bourse, pour une valeur totale de 289 cents.

Puisque la valeur totale de chaque pièce de monnaie, à l'exception des pièces de 1 cent, doit être un multiple de 5 cents, il doit y avoir au moins 4 pièces de 1 cent.
Si on enlève 4 pièces de 1 cent, il reste 13 pièces qui ont une valeur totale de 285 cents. Ces 13 pièces peuvent être des pièces de 1 cent, de 5 cents, de 10 cents ou de 25 cents.

Combien peut-il y avoir de pièces de 25 cents dans cette collection de 13 pièces ?
Il ne peut pas y en avoir 12, car 12×25 cents $= 300$ cents, ce qui dépasse 285 cents.
S'il y en a 11, pour une valeur de 275 cents, les deux autres pièces doivent avoir une valeur totale de 10 cents. Elles doivent donc être des pièces de 5 cents.
S'il y en a 10, pour une valeur de 250 cents, les trois autres pièces doivent avoir une valeur totale de 35 cents, ce qui est impossible, car elles ne peuvent avoir une valeur totale de plus de 30 cents.
De même, il ne peut pas y avoir moins de 10 pièces de 25 cents.

Dans la bourse, il devait donc y avoir 11 pièces de 25 cents, 2 pièces de 5 cents et 4 pièces de 1 cent.

Réponse: (A)