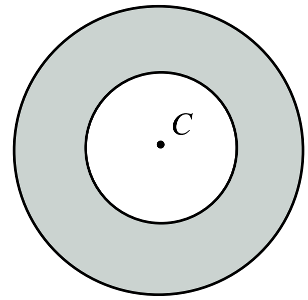
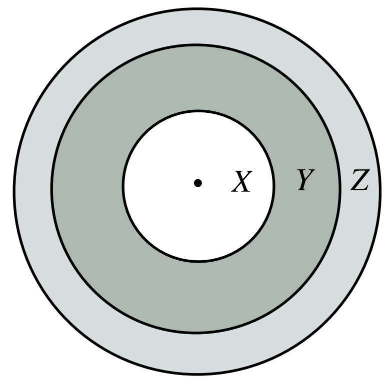
Concours Fryer (9^{e} année – Sec. III)
le mercredi 20 avril 2005

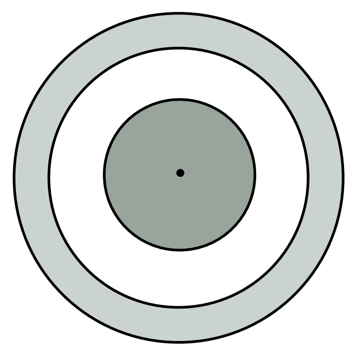
1. (a) Deux cercles *concentriques* (c'est-à-dire qui ont le même centre) ont pour centre C. Le grand cercle a un rayon de 10 et le petit a un rayon de 6. Déterminer l'aire de l'anneau ombré entre les cercles.



   (b) Les cercles concentriques, dans la figure, ont un rayon respectif de 4, 6 et 7. Déterminer laquelle des régions, X, Y ou Z, a la plus grande aire. Expliquer sa démarche.

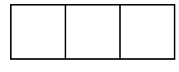


   (c) Dans la figure ci-contre, les trois cercles sont concentriques. Les deux grands cercles ont un rayon respectif de 12 et de 13. L'aire de l'anneau formé par ces deux grands cercles est égale à l'aire du plus petit cercle. Déterminer le rayon du plus petit cercle. Expliquer sa démarche.



2. Un jeu se joue sur une rangée de cases vides. À son tour, la joueuse ou le joueur peut inscrire son initiale dans une case ou dans deux cases *adjacentes* (c'est-à-dire qui sont l'une à côté de l'autre). Anne et Bruno jouent à tour de rôle. La personne qui remplit la dernière case est gagnante.

   (a) On joue sur une rangée de trois cases. Anne place son initiale dans la case du milieu. Expliquer pourquoi cela lui assure la victoire, peu importe le jeu de Bruno.



(b) On joue maintenant sur une rangée de cinq cases. Voici les premiers coups :

Départ					
Premier coup d'Anne			A		
Premier coup de Bruno	B		A		

Montrer un coup qu'Anne peut faire pour s'assurer d'une victoire. Expliquer comment ce coup empêche Bruno de gagner.

(c) On joue encore sur une rangée de cinq cases. Voici le premier coup.

Départ					
Premier coup d'Anne		A			

Montrer qu'il y a deux coups que Bruno peut faire pour s'assurer d'une victoire. Expliquer comment ces coups empêchent Anne de gagner.

3. Un *triangle de Nakamoto* est un triangle rectangle ayant des côtés de longueurs *entières* dans le rapport 3 : 4 : 5. (Par exemple, un triangle ayant des côtés de longueurs 9, 12 et 15 est un triangle de Nakamoto.)

   (a) Si un des côtés d'un triangle de Nakamoto a une longueur de 28, quelle est la longueur de chacun des autres côtés ?

   (b) Un triangle de Nakamoto a un périmètre de 96. Déterminer la longueur de ses côtés. Expliquer sa démarche.

   (c) Déterminer l'aire de chacun des triangles de Nakamoto qui ont un côté de longueur 60. Expliquer sa démarche.

4. Trois points, B, C et D, sont placés sur un segment de droite AE, comme dans la figure.

Les cinq points forment quatre *segments de base*, soit AB, BC, CD et DE, et 10 *segments*, soit AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE et DE.
La *super-somme* du segment AE est la somme de la longueur des dix segments.

   (a) Déterminer la longueur des 10 segments et calculer la super-somme de AE, sachant que $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 9$ et $DE = 7$.

   (b) Expliquer pourquoi il est impossible pour le segment AE d'avoir 10 segments de longueurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

   (c) Un segment AJ est formé de 9 segments de base de longueurs $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$, dans l'ordre de gauche à droite. On a déterminé que ce segment AJ a une super-somme de 45. Déterminer la super-somme du segment AP, formé de 15 segments de base de longueurs $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{15}$, dans l'ordre de gauche à droite.