Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

2004 Solutions

Concours Gauss

(7e et 8e années – Sec. I et II au Québec)

Avec la contribution de :

University of Waterloo

Samson Bélair Deloitte & Touche Comptables agréés

Avec la participation de :

Institut canadien des actuaires

Great West Life and London Life

Sybase Inc. (Waterloo)

iAnywhere Solutions

Comité exécutif	Barry Ferguson (Directeur), Peter Crippin, Ian VanderBurgh
Directeur des Operations	Barry Ferguson, University of Waterloo
Ordinatique	Steve Breen, University of Waterloo Matthew Oliver, University of Waterloo
Compilateurs du rapport du Concours Gauss	Lloyd Auckland, University of Waterloo Barry Ferguson, University of Waterloo Kim Schnarr, University of Waterloo
Documentation	Linda Schmidt, University of Waterloo
Publications	Linda Schmidt, University of Waterloo
Version française	André Ladouceur, (retired), Ottawa Gérard Proulx, Collège catholique Franco-Ouest, Ottawa
Adjoints à la technique	Joanne Kursikowski, Kim Schnarr
Comité de validation	Ed Anderson, University of Waterloo, Waterloo John Barsby, St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg Jean Collins, (retired), Thornhill Tom Griffiths (retired), London Frank Rachich (retired), Woodstock

Comité Gauss

Solutions Gauss 2004

Mark Bredin (Chair)
St. John's-Ravenscourt School
Winnipeg, Manitoba

Richard Auckland
New Sarum Public School
St. Thomas, Ontario

Sandy Emms Jones
(Assoc. Chair)
Forest Heights C.I.
Kitchener, Ontario

Kevin Grady
Cobden Dist. Public School
Cobden, Ontario

Joanne Halpern
Toronto, Ontario

David Matthews
University of Waterloo
Waterloo, Ontario

John Grant McLoughlin
University of New Brunswick
Fredericton, New Brunswick

Paul Ottaway
Halifax, Nova Scotia

Patricia Tinholt
Valley Park Middle School
Don Mills, Ontario

Sue Trew
Holy Name of Mary S.S.
Mississauga, Ontario

Partie A

1. On simplifie : $\dfrac{10+20+30+40}{10} = \dfrac{100}{10}$
$= 10$

RÉPONSE : (C)

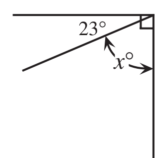
2. On utilise un dénominateur commun : $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8}$
$= \frac{3}{8}$

RÉPONSE : (A)

3. Sept mille vingt-deux est égal à $7000 + 22$ ou 7022.

RÉPONSE : (D)

4. D'après la figure, on a $23^\circ + x^\circ = 90^\circ$. Donc $x^\circ = 67^\circ$ ou $x = 67$.



RÉPONSE : (C)

5. Puisque Sabine avait 7 ans il y a cinq ans, elle a 12 ans aujourd'hui. Dans deux ans, elle aura 14 ans.

RÉPONSE : (B)

6. Sylvain obtient 5 points récompense par tranche de 25 $ qu'il dépense. Puisque $200 \div 25 = 8$, il y a 8 tranches de 25 $. Il obtient donc 5×8 ou 40 points récompense.

RÉPONSE : (C)

7. *Solution 1*

Les fractions simplifiées sont $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{4}{5}$. Il leur manque respectivement $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$ pour compléter une unité. La plus petite de ces fractions est $\frac{1}{9}$. La plus grande des fractions données est donc $\frac{8}{9}$, puisqu'il lui manque le moins pour compléter une unité.

Solution 2

On utilise une calculatrice pour obtenir $\frac{8}{9} = 0{,}888...$, $\frac{7}{8} = 0{,}875$, $\frac{66}{77} = 0{,}857...$, $\frac{55}{66} = 0{,}833...$ et $\frac{4}{5} = 0{,}8$. La plus grande fraction est donc $\frac{8}{9}$.

RÉPONSE : (A)

8. Il y a 6 boules dans la boîte. Cinq des boules ne sont pas grises. La probabilité de choisir une boule qui n'est pas grise est donc égale à $\frac{5}{6}$.

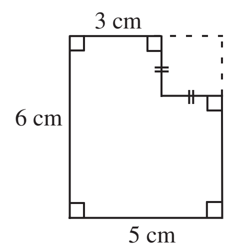
RÉPONSE : (E)

9. D'après la 2^e colonne, on a $19+15+11=45$. La somme des nombres dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est donc égale à 45. Dans la 1^{re} ligne, on a $14+19=33$. Le 3^e nombre de cette ligne est donc 12. Dans une des diagonales, on a $x+15+12=45$, d'où $x=18$.

Réponse : (E)

10. *Solution 1*

Si on complétait la figure pour former un rectangle, le rectangle et la figure initiale auraient le même périmètre. Le périmètre est donc égal à $2\times 5+2\times 6$ ou 22 cm.

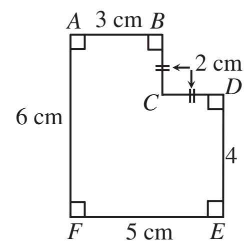


Solution 2

Puisque la figure a une largeur de 5 cm, alors $AB+CD=5$ cm, d'où $CD=BC=2$ cm.

Puisque la figure a une hauteur de 6 cm, alors $BC+DE=6$ cm, d'où $DE=4$ cm.

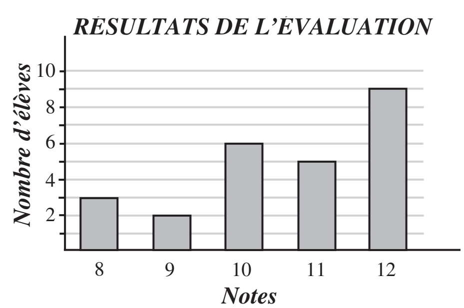
Le périmètre est égal à $3+2+2+4+5+6$ ou 22 cm.



Réponse : (E)

Partie B

11. On écrit les 25 résultats en ordre croissant 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10,10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12. Le résultat du milieu est le 13^e, soit 11. La note médiane est 11.



Réponse : (D)

12. Le changement d'élévation entre les deux lacs est égal à 174,28 – 75,00 ou 99,28 m. Puisque le navire met 8 heures pour effectuer ce changement, son changement d'élévation moyen par heure est égal à $\dfrac{99{,}28\text{ m}}{8\text{ h}}$ ou 12,41 m/h.

Réponse : (A)

13. On construit un tableau donnant les entiers dont la somme est 11, ainsi que leur produit.

Premier entier	Deuxième entier	Produit
1	10	10
2	9	18
3	8	24
4	7	28
5	6	30

Le plus grand produit possible est égal à 30.

RÉPONSE : (E)

14. On a $3^2 = 9$ et $3^3 = 27$. Les entiers pairs situés entre 9 et 27 sont 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26. Il y en a neuf.

RÉPONSE : (A)

15. Si $P = 1000$ et $Q = 0{,}01$, alors :

$$\begin{aligned} P + Q &= 1000 + 0{,}01 \\ &= 1000{,}01 \\ P \times Q &= 1000 \times 0{,}01 \\ &= 10 \\ \frac{P}{Q} &= \frac{1000}{0{,}01} \\ &= 100\,000 \\ \frac{Q}{P} &= \frac{0{,}01}{1000} \\ &= 0{,}000\,01 \\ P - Q &= 1000 - 0{,}01 \\ &= 999{,}99 \end{aligned}$$

L'expression $\frac{P}{Q}$ donne le plus grand résultat.

RÉPONSE : (C)

16. Le volume de la boîte est égal à $40 \times 60 \times 80$ ou 192 000 cm^3.
Le volume de chaque bloc est égal à $20 \times 30 \times 40$ ou 24 000 cm^3.

Le nombre maximum de blocs que l'on peut placer dans la boîte est égal à $\frac{192\,000}{24\,000}$ ou 8.

Or il est possible de placer 8 blocs dans la boîte. Voyez-vous comment?

RÉPONSE : (D)

17. Le rapport du volume de farine au volume de shortening est de 5 : 1.

Puisque Katie utilise $\frac{2}{3}$ de tasse de shortening, elle doit utiliser $5 \times \frac{2}{3}$ tasses de farine pour conserver le même rapport. Cela donne $\frac{10}{3}$ ou $3\frac{1}{3}$ tasses de farine.

RÉPONSE : (B)

18. Le prisme est formé de 12 petits cubes. On peut voir 10 de ces 12 cubes. Un des deux cubes cachés est blanc et l'autre est noir. Chaque morceau de bois est formé de quatre cubes. Le quatrième cube blanc doit donc être situé à l'arrière, au milieu de la rangée du bas. Le quatrième cube noir est donc situé en bas, à l'arrière, dans la position la plus à gauche. On voit que le cube noir en haut, à l'arrière gauche, est collé à chacun des trois autres cubes noirs. Le morceau noir a donc la forme de la pièce (A). (Seule la pièce (A) a un cube qui est collé à chacun des trois autres cubes qui la forment.)

RÉPONSE : (A)

19. On a $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$. Puisque le nombre est divisible par 8, par 12 et par 18, il doit être divisible par 2^3 et par 3^2, c'est-à-dire par $2^3 \times 3^2$ ou 72. On cherche un nombre de deux chiffres qui est divisible par 72. Ce nombre doit être 72, car tout autre multiple aurait plus de deux chiffres. Ce nombre est situé entre 60 et 79.

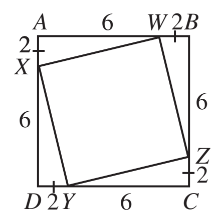
RÉPONSE : (D)

20. *Solution 1*

Puisque le carré *ABCD* a une aire de 64, ses côtés ont une longueur de 8. Puisque $AX = BW = CZ = DY = 2$, alors $AW = BZ = CY = DX = 6$. Chacun des triangles *XAW*, *WBZ*, *ZCY* et *YDX* est rectangle avec des cathètes (les côtés qui forment l'angle droit) de longueurs 2 et 6. .

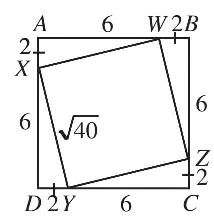
Chacun de ces triangles a une aire de $\frac{1}{2}(2)(6)$ ou 6.

L'aire du carré *WXYZ* est égale à l'aire du carré *ABCD* moins l'aire des quatre triangles, soit $64 - 4(6)$ ou 40.



Solution 2

Puisque le carré *ABCD* a une aire de 64, ses côtés ont une longueur de 8. Puisque $AX = BW = CZ = DY = 2$, alors $AW = BZ = CY = DX = 6$. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle *AXW*, on a $XW^2 = 2^2 + 6^2$ ou $XW^2 = 40$. Or l'aire du carré *WXYZ* est égale à XW^2. Elle est donc égale à 40.



RÉPONSE : (D)

Partie C

21. Dans la figure, la dimension horizontale sera appelée la longueur et la dimension verticale sera appelée la largeur.

Puisque la salle de séjour est carrée et qu'elle a une aire de 16 m^2, elle a une largeur de 4 m et une longueur de 4 m.

Puisque la buanderie est carrée et qu'elle a une aire de 4 m^2, elle a une largeur de 2 m et une longueur de 2 m.

Puisque la salle à manger a la même largeur que la salle de séjour, soit 4 m, et une aire de 24 m^2, elle a une longueur de 6 m.

Le rez-de-chaussée a donc une longueur de 10 m. Puisque la buanderie a une longueur de 2 m, la cuisine a donc une longueur de 8 m. Puisque la cuisine a la même largeur que la buanderie, soit 2 m, la cuisine a une largeur de 2 m. Elle a donc une aire de 16 m^2.

RÉPONSE : (B)

22. On peut voir, en comparant les deux énoncés, que trois petits verres de jus correspondent à deux grands verres de jus. (Entre les deux énoncés, le nombre de petits verres a diminué de 3 et le nombre de grands verres a augmenté de 2.)
Dans le premier énoncé, on peut donc remplacer les 9 petits verres par 6 grands verres, ce qui veut dire qu'avec un pot rempli à pleine capacité, on peut remplir un total de $6+4$ ou 10 grands verres.
RÉPONSE : (C)

23. Magalie passe 40 minutes, soit $\frac{2}{3}$ d'une heure, sur les rues de la ville à une vitesse moyenne de 45 km/h. La distance parcourue sur ces rues est donc égale à $\frac{2}{3}$ de 45 km, soit 30 km.
La distance parcourue sur la route est donc égale à 59 km $-\ 30$ km ou 29 km.
Puisqu'elle parcourt 29 km en 20 minutes, elle parcourt 3×29 km ou 87 km en 60 minutes.
Sa vitesse sur la route est donc de 87 km/h.
RÉPONSE : (C)

24. On se penche sur le nombre possible de médailles d'argent, en commençant par 8 médailles.
Peut-elle avoir remporté 8 médailles d'argent? Cela lui donnerait 24 points en 8 épreuves. Or elle a obtenu 27 points en 8 épreuves. Ce cas est impossible.
Peut-elle avoir remporté 7 médailles d'argent? Cela lui donnerait 21 points en 7 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 6 points dans sa 8e épreuve. Or il est impossible de remporter plus de 5 points par épreuve. Ce cas est impossible.
Peut-elle avoir remporté 6 médailles d'argent? Celui donnerait 18 points en 6 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 9 points dans les 2 autres épreuves, ce qui est impossible en remportant des médailles d'or ou de bronze ($5+5=10$, $5+1=6$ et $1+1=2$). Ce cas est impossible.
Peut-elle avoir remporté 5 médailles d'argent? Celui donnerait 15 points en 5 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 12 points dans les 3 autres épreuves, ce qui est impossible en remportant des médailles d'or ou de bronze ($5+5+5=15$, $5+5+1=11$, $5+1+1=7$, $1+1+1=3$). Ce cas est impossible.
Peut-elle avoir remporté 4 médailles d'argent? Celui donnerait 12 points en 4 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 15 points dans les 4 autres épreuves. Cette situation est possible. Elle peut avoir remporté 3 médailles d'or et aucune médaille de bronze. (Puisqu'il y a six candidats et trois médailles, certains candidats ne gagnent aucune médaille.)
La candidate a donc pu remporter un maximum de 4 médailles d'argent.
RÉPONSE : (D)

25. *Solution 1*
On considère d'abord un quadrillage de 2 colonnes et 10 rangées. Il y a 10 positions horizontales pour le domino, soit une position par rangée. Il y a 18 positions verticales, soit 9 par colonne. Il y a donc un total de 28 positions en tout.
Si on ajoute une colonne, combien de nouvelles positions sont ajoutées? On ajoute 9 positions verticales. On ajoute aussi 10 positions horizontales, soit une par rangée. Chacune occupe une case de la 3^e colonne et une case de la 2^e colonne. On a donc ajouté 19 nouvelles positions.
Combien de fois faut-il ajouter 19 à 28 pour obtenir 2004? En d'autres mots si on divise $2004-28$, ou 1976, par 19, quel est le quotient? On a $1976\div 19=104$. Il faut donc ajouter 104 colonnes aux deux premières pour un total de 106 colonnes.

Solution 2
Soit n le nombre de colonnes.
Dans chaque colonne, il y a 9 positions verticales pour le domino. (Il peut recouvrir les cases 1 et 2, les cases 2 et 3, les cases 3 et 4, ainsi de suite jusqu'aux cases 9 et 10.)
Puisqu'il y a n colonnes, il y a un total de $9n$ positions verticales.
Dans chaque rangée, il y a $n-1$ positions horizontales pour le domino. (Il peut recouvrir les cases 1 et 2, les cases 2 et 3, les cases 3 et 4, ainsi de suite jusqu'aux cases $n-1$ et n).
Puisqu'il y a 10 rangées, il y a un total de $10(n-1)$ positions horizontales.
Le nombre total de positions est donc égal à $9n+10(n-1)$ ou $19n-10$.
On veut que ce nombre soit égal à 2004. On a donc $19n-10=2004$, d'où $19n=2014$ ou $n=106$.
Il y a 106 colonnes.

RÉPONSE : (B)

Partie A

1. 25 % de 2004 est égal à $\frac{1}{4}$ de 2004, soit 501.

Réponse : (B)

2. On utilise un dénominateur commun : $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=\frac{4}{8}+\frac{6}{8}-\frac{5}{8}$

$$=\frac{5}{8}$$

Réponse : (C)

3. On a : $800\,670 = 800\,000 + 600 + 70$

$$= 8\times 10^5 + 6\times 10^2 + 7\times 10^1$$

Donc $x=5$, $y=2$ et $z=1$, d'où $x+y+z=8$.

Réponse : (B)

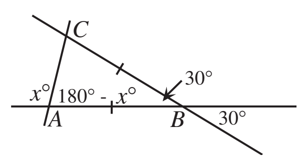
4. On écrit le membre de droite sous forme de fraction : $604+\frac{\square}{13}=\frac{7852}{13}+\frac{\square}{13}$

$$=\frac{7852+\square}{13}$$

On a donc $7863 = 7852+\square$, d'où $\square = 11$.

Réponse : (A)

5. Puisque les angles ABC et XBY sont opposés par le sommet, alors $\angle ABC = \angle XBY = 30^\circ$.
Dans le triangle isocèle ABC, la somme des mesures des deux autres angles est égale à 150°.
Puisque le triangle est isocèle, $\angle BAC = \angle BCA = 75^\circ$.
Donc $x^\circ = 180^\circ - 75^\circ$, d'où $x = 105$.



Réponse : (D)

6. Puisque chaque petit triangle équilatéral a un périmètre de 6 cm, ses côtés ont une longueur de 2 cm. Chaque côté du triangle ABC est formé de trois petits côtés. Le triangle ABC a donc des côtés de 6 cm et un périmètre de 18 cm.

Réponse : (A)

7. Si $x=-4$ et $y=4$, alors :

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{-4}{4} \\ &= -1 \\ y-1 &= 4-1 \\ &= 3 \\ x-1 &= -4-1 \\ &= -5 \\ -xy &= -(-4)(4) \\ &= 16 \\ x+y &= -4+4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

L'expression $-xy$ a la plus grande valeur.

RÉPONSE : (D)

8. Lorsqu'on lance deux pièces de monnaie en même temps, il y a quatre résultats possibles, soit FACE et FACE, FACE et PILE, PILE et FACE, PILE et PILE. Ils sont équiprobables. Si on veut que les deux pièces tombent FACE, il y a un résultat favorable sur quatre. La probabilité est égale à $\frac{1}{4}$.

RÉPONSE : (E)

9. La surface de l'eau est à une élévation de +180 m, tandis que le point le plus bas sur le fond du lac est à une élévation de –220 m. La profondeur du lac à cet endroit est égale à $180-(-220)$ ou 400 m.

RÉPONSE : (D)

10. On construit un tableau donnant les entiers dont la somme est 11, ainsi que leur produit.

Premier entier	Deuxième entier	Produit
1	10	10
2	9	18
3	8	24
4	7	28
5	6	30

Le plus grand produit possible est égal à 30.

RÉPONSE : (E)

Partie B

11. Puisque Sarah marche à une vitesse constante de 5 km/h, elle parcourt 1 km en 12 minutes. Elle parcourt donc 0,5 km en 6 minutes. Elle met donc 18 minutes pour parcourir 1,5 km.

RÉPONSE : (C)

12. On a $\sqrt{36}=6$ et $5^2=25$. Les cinq nombres, dans l'ordre donné, sont 6; 35,2; 35,19 et 25. Si on les places en ordre croissant, on obtient 6, 25, 35,19 et 35,2 ou $\sqrt{36}$, 5^2, 35,19 et 35,2.

RÉPONSE : (D)

13. On numérote les arbres de 1 à 13, en commençant près de la maison et en finissant près de l'école. En se rendant à l'école, Trina fait une marque sur les arbres 1, 3, 5, 7, 9, 11 et 13. En revenant à la maison, elle fait une marque sur les arbres 13, 10, 7, 4 et 1. Les arbres 2, 6, 8 et 12 n'ont pas reçu une marque de craie.

RÉPONSE : (B)

14. Le prisme est formé de 12 petits cubes. On peut voir 10 de ces 12 cubes. Un des deux cubes cachés est blanc et l'autre est noir. Chaque morceau de bois est formé de quatre cubes. Le quatrième cube blanc doit donc être situé à l'arrière, au milieu de la rangée du bas. Le quatrième cube noir est donc situé en bas, à l'arrière, dans la position la plus à gauche. On voit que le cube noir en haut, à l'arrière gauche, est collé à chacun des trois autres cubes noirs. Le morceau noir a donc la forme de la pièce (A). (Seule la pièce (A) a un cube qui est collé à chacun des trois autres cubes qui la forment.)

RÉPONSE : (A)

15. Le solide ombré est un prisme à base rectangulaire, de dimensions 4 sur 6 sur 5, dont on a enlevé un petit prisme de dimensions 4 sur 2 sur 1. Le grand prisme a un volume de 120 et le petit prisme a un volume de 8. Le solide ombré a donc un volume de 112.

RÉPONSE : (B)

16. On a $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$. Puisque le nombre est divisible par 8, par 12 et par 18, il doit être divisible par 2^3 et par 3^2, c'est-à-dire par $2^3 \times 3^2$ ou 72. On cherche un nombre de deux chiffres qui est divisible par 72. Ce nombre doit être 72, car tout autre multiple aurait plus de deux chiffres. Ce nombre est situé entre 60 et 79.

RÉPONSE : (D)

17. On sait que $2^3 = 8$. Puisque $2^a = 8$, alors $a = 3$. L'équation $a = 3c$ devient donc $3 = 3c$. Donc $c = 1$.

RÉPONSE : (C)

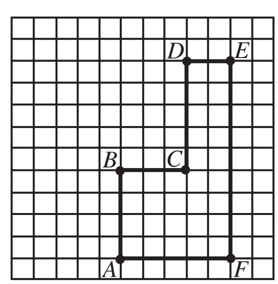
18. Puisque l'étendue reste la même, on ne peut enlever la première ou la dernière note, car elles ne paraissent qu'une fois chacune. On n'enlève donc pas le 6 ou le 10.
Puisque le mode reste le même, on ne peut enlever la note la plus fréquente, soit le 8.
On doit donc enlever un 7 ou un 9. Pour augmenter la moyenne, on doit enlever la note la plus basse des deux, soit le 7. (On aurait pu calculer la moyenne initiale, soit 7,875. Si on enlève un 7, la moyenne devient 8. Si on enlève le 9, la moyenne devient 7,714.)

RÉPONSE : (B)

19. Puisque le mot LAC a une valeur de 8 et que le mot CAS a une valeur de 12, la lettre S vaut 4 de plus que la lettre L. Le mot BAS vaut donc 4 de plus que le mot BAL. Le mot BAS a donc une valeur de 10.

RÉPONSE : (A)

20. AE est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 5 et 9.
On a donc $AE^2 = 5^2 + 9^2$, d'où $AE = \sqrt{106}$ ou $AE \approx 10{,}30$.
CF est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 4.
On a donc $CF^2 = 2^2 + 4^2$, d'où $CF = \sqrt{20}$ ou $CF \approx 4{,}47$.
AC est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 3 et 4.



On a donc $AC^2 = 3^2 + 4^2$, d'où $AC = 5$.
FD est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 9.
On a donc $FD^2 = 2^2 + 9^2$, d'où $FD = \sqrt{85}$ ou $FD \approx 9{,}22$.
CE est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 5.
On a donc $CE^2 = 2^2 + 5^2$, d'où $CE = \sqrt{29}$ ou $CE \approx 5{,}39$.
On a $AE \approx 10{,}30$, $CD + CF \approx 9{,}47$, $AC + CF \approx 9{,}47$, $FD \approx 9{,}22$ et $AC + CE \approx 10{,}39$.
L'expression $AC + CE$ a la plus grande valeur.

Réponse : (E)

Partie C

21. L'échelle est égale au rapport de la distance sur la carte à la distance réelle. Le rapport est donc égal à 21 cm : 1050 km. L'échelle est égale à
21 cm : 1 050 000 m, c'est-à-dire à 21 cm : 105 000 000 cm ou 1 : 5 000 000.

Réponse : (E)

22. *Solution 1*

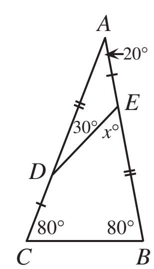
Lorsqu'on cesse de verser, on a déversé $\frac{1}{4}$ du contenu de la bouteille dans le verre. Cette quantité d'eau correspond à $\frac{3}{4}$ de la capacité du verre. La capacité de la bouteille est donc 3 fois celle du verre. Puisque la bouteille a une capacité de 1,5 L, le verre a une capacité de 0,5 L.

Solution 2

Lorsqu'on cesse de verser, on a déversé $\frac{1}{4}$ de 1,5 L, soit 0,375 L d'eau dans le verre. Cette quantité d'eau correspond à $\frac{3}{4}$ de la capacité du verre. Donc $\frac{1}{4}$ de la capacité du verre correspond à 0,125 L. La capacité du verre est égale à $4 \times 0{,}125$ L ou 0,5 L.

Réponse : (A)

23. D'après la figure, on a $BE = AD$ et $AE = CD$.
Donc $AD + CD = BE + AE$, d'où $AC = AB$.
Le triangle ABC est donc isocèle.
Donc $\angle ACB = \angle ABC = 80^\circ$ et
$\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB$, d'où $\angle BAC = 20^\circ$.
Dans le triangle AED, on a $\angle AED = 180^\circ - \angle ADE - \angle EAD$ ou
$\angle AED = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ$, d'où $\angle AED = 130^\circ$.
Puisque $x^\circ = 180^\circ - \angle AED$, on a donc $x^\circ = 50^\circ$ ou $x = 50$.



Réponse : (C)

24. Puisque x est le nombre ABC, alors $x = 100A + 10B + C$.
Puisque y est le nombre CBA, alors $y = 100C + 10B + A$.
Puisque $x - y = 495$, alors :

$$\begin{aligned}(100A + 10B + C) - (100C + 10B + A) &= 495\\ 99A - 99C &= 495\\ 99(A - C) &= 495\\ A - C &= 5\end{aligned}$$

Il n'y a donc aucune restriction par rapport à B. B peut donc prendre n'importe quelle des 10 valeurs de 0 à 9. Pour chacune de ces valeurs, A et C peuvent prendre les valeurs respectives 6 et 1, 7 et 2, 8 et 3 ou 9 et 4. (Par exemple, $873 - 378 = 495$.)
Il y a donc 40 valeurs possibles de x.

Réponse : (B)

25. On considère que le grand bloc est formé de n étages ayant chacun 11 rangées et 10 colonnes. Chaque étage contient donc 110 cellules mesurant 1 sur 1 sur 1.

On considère d'abord les positions du petit bloc, mesurant 2 sur1 sur 1, pour lesquelles le bloc est couché en position horizontale, occupant deux cellules adjacentes sur le même étage. Sur chaque étage, il y a 9 positions possibles par rangée (occupant les cellules 1 et 2, ou 2 et 3, ou 3 et 4, ainsi de suite jusqu'à 9 et 10). Sur chaque étage, il y a aussi 10 positions possibles par colonne (occupant les cellules 1 et 2, ou 2 et 3, ou 3 et 4, ainsi de suite jusqu'à 10 et 11). Sur chaque étage, il y a donc un total de $11 \times 9 + 10 \times 10$ ou 199 positions possibles pour le petit bloc. Puisqu'il y a n étages, il y a $199n$ positions horizontales pour le petit bloc.

On considère maintenant les positions du petit bloc pour lesquelles le bloc est à la verticale, occupant une cellule sur un étage et une cellule sur un étage adjacent. Puisque chaque étage contient 110 cellules, il y a donc 110 positions possibles pour le petit bloc par paire d'étages adjacents. Or il y a $n - 1$ paires d'étages adjacents. Il y a donc $110(n - 1)$ positions verticales pour le petit bloc.

En tout, il y a 2362 positions différentes pour le petit bloc. Donc :

$$\begin{aligned}199n + 110(n - 1) &= 2362\\ 309n - 110 &= 2362\\ 309n &= 2472\\ n &= 8\end{aligned}$$

Réponse : (B)