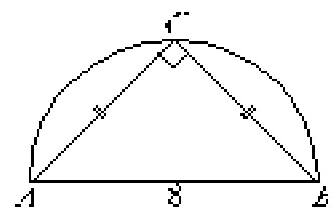
Concours Galois (10^e année - Sec. IV)
le jeudi 15 avril 2004

---

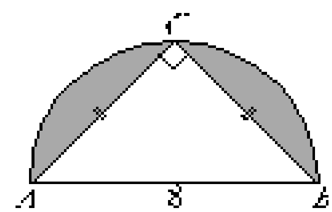
1. Le Groupe Galois donne des prix de 5 \$, de 25 \$, de 125 \$ et de 625 \$.
   a) Le Groupe décerne au moins un prix de chaque sorte. Si elle a décerné cinq prix d'une valeur totale de 905 \$, combien de prix de chaque sorte a-t-elle décernés? Expliquer son raisonnement.
   b) Si le Groupe décerne cinq prix, dont au moins un prix de chaque sorte, déterminer les trois autres valeurs totales possibles. Expliquer son raisonnement.
   c) Il y a deux façons pour le Groupe de décerner des prix d'une valeur totale de 880 \$, en décernant chaque prix au moins une fois, mais pas plus de six fois. Déterminer ces deux façons de le faire, tout en expliquant son raisonnement.

2. Dans la figure suivante, le segment AB est le diamètre du demi-cercle et $AB = 8$. Le point C est sur le demi-cercle de manière que le triangle ABC soit rectangle et isocèle.

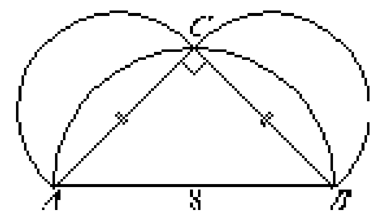


   a) Déterminer l'aire du triangle ABC.

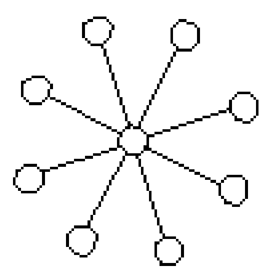
   b) On a ombré la partie intérieure du demi-cercle qui est à l'extérieur du triangle. Déterminer l'aire totale de la partie ombrée.



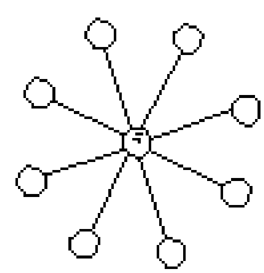
   c) Dans la figure suivante, on a construit des demi-cercles de diamètres AC et CB.
   Démontrer que :
   (Aire du demi-cercle de diamètre AB)
   = (Aire du demi-cercle de diamètre AC) + (Aire du demi-cercle de diamètre BC)



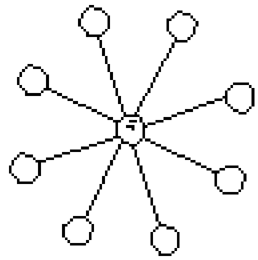
3. Dans le jeu « Le soleil des Incas », deux joueurs utilisent un ensemble de jetons, numérotés de 1 à 9. Tour à tour, ils placent un jeton dans un des cercles de la figure. L'objectif du jeu est d'être la première personne à placer un jeton de manière que les trois nombres le long d'une ligne qui passe par le centre aient une somme de 15.



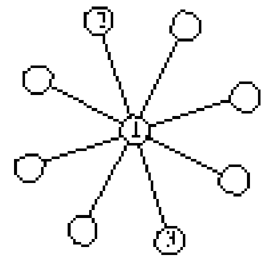
   a) Si Annick place un 5 dans le cercle du centre et que Boris place ensuite un 3, démontrer comment Annick peut gagner à son prochain tour.



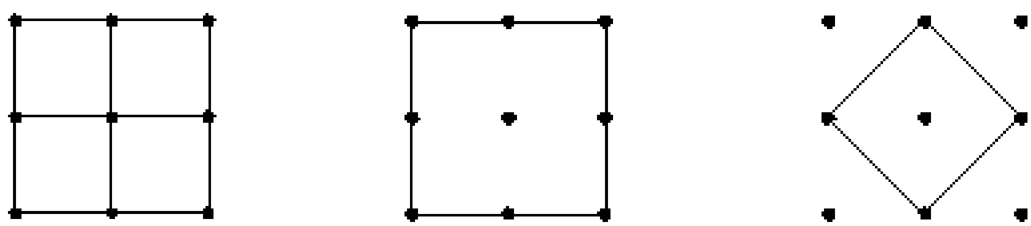
b) Si Annick place un 5 dans le cercle du centre, démontrer que quel que soit le choix de Boris, Annick peut toujours gagner à son prochain tour.



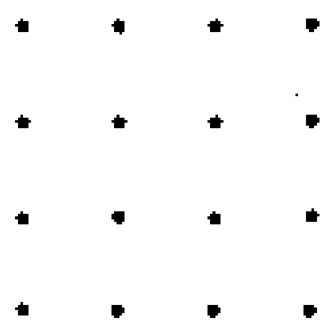
c) Dans la position ci-contre, c'est à Boris de jouer. Montrer que, quel que soit le choix de Boris, Annick peut gagner.



4. Un quadrillage à points est formé de points de manière que la distance horizontale ou verticale entre deux points adjacents est égale à 1. Dans un quadrillage à points de dimensions 3×3, il est possible de tracer six carrés de diverses grandeurs, dont les sommets sont sur les points, comme l'indiquent les figures suivantes.



a) Dans un quadrillage à points de dimensions 4×4, il est possible de tracer 20 carrés de cinq grandeurs différents, dont les sommets sont sur les points. Tracer un exemple de chaque grandeur et indiquer le nombre de carrés de chaque grandeur qu'il est possible de tracer.



b) Dans un quadrillage à points de dimensions 10×10, il est possible de tracer deux fois plus de carrés dont les côtés mesurent $\sqrt{29}$, que de carrés dont les côtés mesurent 7. Expliquer pourquoi.

c) Démontrer que dans un quadrillage à points de dimensions 10×10, le nombre total de carrés qu'il est possible de tracer est égal à
$1(9^2)+2(8^2)+3(7^2)+4(6^2)+5(5^2)+6(4^2)+7(3^2)+8(2^2)+9(1^2)$.