



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e – Sec. IV)

Le mercredi 18 février 2004

Avec la
contribution de :



**Samson Bélair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

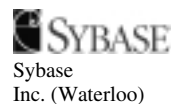
Avec la
participation de :



Institut canadien
des actuaires



London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance-vie



Durée : 1 heure

© 2003 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. La valeur de $2^2 + 1^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-2)^2$ est :

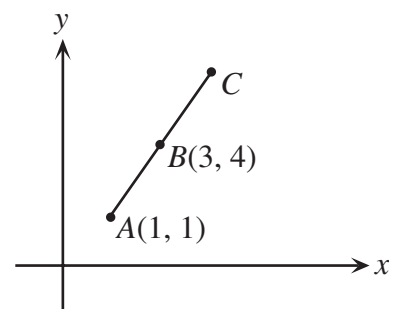
- (A) 5 (B) -6 (C) 3 (D) 6 (E) 10

2. 25 % de 2004 est égal à :

- (A) 50 % de 4008 (B) 50 % de 1002 (C) 100 % de 1002
(D) 10 % de 8016 (E) 20 % de 3006

3. Le point $B(3,4)$ est le milieu du segment de droite qui joint les points $A(1,1)$ et C . Les coordonnées de C sont :

- (A) (2,3) (B) (2,2) (C) (4,6)
(D) (5,8) (E) (5,7)



4. Si $x + 1 - 2 + 3 - 4 = 5 - 6 + 7 - 8$, alors x est égal à :

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

5. Dans la suite suivante, chaque figure est formée de petits carrés dont les côtés ont une longueur de 1. Quel est le périmètre extérieur de la cinquième figure de la suite?



- (A) 9 (B) 18 (C) 20 (D) 24 (E) 36

6. Si $x + 6y = 17$, alors $7x + 42y$ est égal à :

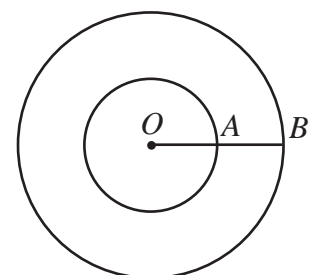
- (A) 24 (B) 42 (C) 49 (D) 102 (E) 119

7. Si $3^2 + 3^2 + 3^2 = 3^a$, alors a est égal à :

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

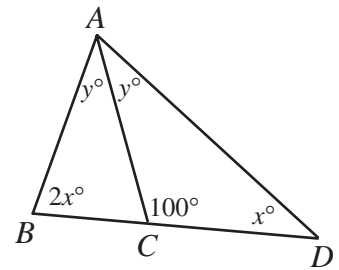
8. Les deux cercles de la figure ont pour centre O . Leur circonférence respective est égale à 24π et à 14π . B est un point sur le grand cercle et le rayon OB coupe le petit cercle en A . La longueur AB est égale à :

- (A) $\sqrt{10}$ (B) 5 (C) 7
(D) 10π (E) 3



15. Dans la figure, les points B , C et D sont situés sur une même droite. De plus, on a $\angle ACD = 100^\circ$, $\angle ADB = x^\circ$, $\angle ABD = 2x^\circ$ et $\angle DAC = \angle BAC = y^\circ$. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 10 (B) 45 (C) 30
(D) 50 (E) 20



16. Dans un jeu, le joueur jette deux dés. Son pointage est indiqué par le plus grand nombre sur les dés. Par exemple, s'il roule un 3 et un 5, il obtient 5 points; s'il roule un 4 et un 4, il obtient 4 points. Quelle est la probabilité pour qu'il obtienne 3 points ou moins?

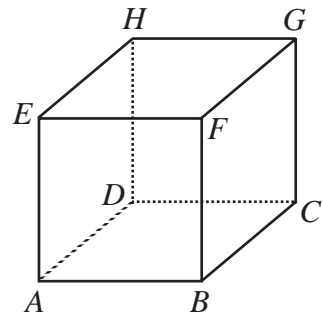
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{36}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{9}$

17. Deux entiers non négatifs, m et n , vérifient les équations $m + n = 20$ et $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{24}$. Le produit mn est égal à :

- (A) 72 (B) 36 (C) 48 (D) 96 (E) 24

18. $ABCDEFGH$ est un cube dont les arêtes mesurent 12 cm. Une fourmi est située au sommet A . La fourmi peut seulement marcher le long des arêtes et elle ne peut pas marcher sur la même arête plus d'une fois. Quelle est la plus grande distance que la fourmi peut parcourir avant de devoir s'arrêter?

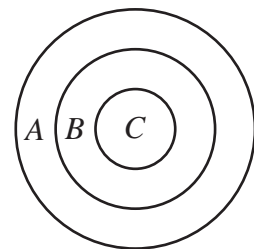
- (A) 96 cm (B) 144 cm (C) 84 cm
(D) 108 cm (E) 132 cm



19. $\frac{1}{2} + \frac{2^1}{2^2} + \frac{2^2}{2^3} + \dots + \frac{2^{2002}}{2^{2003}} + \frac{2^{2003}}{2^{2004}}$ est égal à :

- (A) 1002 (B) 501 (C) $\frac{1}{2^{2004}}$ (D) 2004 (E) $\frac{2004}{2^{2004}}$

20. Une cible est formée de trois régions, accordant chacune un nombre de points particulier lorsqu'elle est atteinte. Trois archères tirent chacune deux flèches. Voici leurs résultats :



- 1ère archère : 1 flèche dans C et une dans A pour 15 points
2e archère : 1 flèche dans C et une dans B pour 18 points
3e archère : 1 flèche dans B et une dans A pour 13 points

Si une 4e archère tire 2 flèches dans la région B , combien de points obtient-elle?

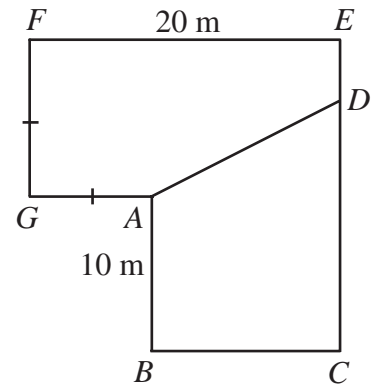
- (A) 10 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans un paquet de papier de construction, il y a des feuilles bleues et des feuilles rouges, dans un rapport de 2:7. Chaque jour, Laura utilise 1 feuille bleue et 3 feuilles rouges. Un jour, elle utilise 3 feuilles rouges et la dernière feuille bleue. Il lui reste alors 15 feuilles rouges. Combien y avait-il de feuilles de papier de construction dans le paquet au départ?

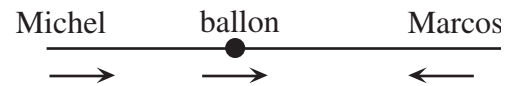
- (A) 144 (B) 252 (C) 135 (D) 270 (E) 105

22. $ABCDEFG$ représente une salle dont les coins sont à angle droit. De plus, $EF = 20$ m, $AB = 10$ m et $AG = GF$. L'aire totale de la surface illustrée est égale à 280 m². On doit construire un mur reliant A et D , de manière à former deux salles de même aire. Quelle est la distance, en mètres, de C à D ?



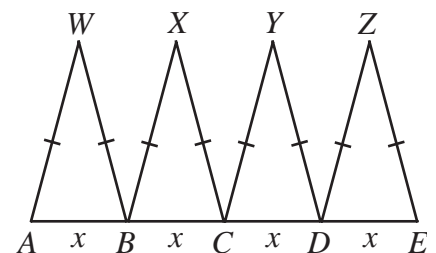
- (A) 15 (B) $\frac{50}{3}$ (C) 12
(D) 13 (E) $\frac{40}{3}$

23. Un ballon de soccer roule vers Marcos, à une vitesse de 4 m/s. Michel, qui est 15 m derrière le ballon, le poursuit à une vitesse de 9 m/s. Marcos, qui est à 30 m du ballon, court en direction du ballon à une vitesse de 8 m/s. Lorsque le ballon sera touché initialement par l'un des deux, la distance entre les joueurs sera plus près de :



- (A) 2,00 m (B) 2,25 m (C) 2,50 m
(D) 2,75 m (E) 3,00 m

24. On a placé quatre triangles isocèles identiques, AWB , BXC , CYD et DZE , comme dans la figure, de manière que les points A , B , C , D et E soient alignés. On forme un nouveau triangle dont les côtés respectifs ont la même longueur que AX , AY et AZ . Si $AZ = AE$, quelle est la plus grande valeur entière de x pour laquelle l'aire du nouveau triangle est inférieure à 2004?



- (A) 18 (B) 19 (C) 20
(D) 21 (E) 22

25. Combien y a-t-il de valeurs entières de x , de 1 à 60, pour lesquelles chacune des expressions rationnelles

$$\frac{7x+1}{2}, \frac{7x+2}{3}, \frac{7x+3}{4}, \dots, \frac{7x+300}{301}$$

est une fraction réduite à sa plus simple expression? (Une fraction est *irréductible* ou *réduite à sa plus simple expression* si son numérateur et son dénominateur n'admettent aucun diviseur commun.)

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

PUBLICATIONS

Les étudiants et les parents qui estiment que la résolution de problèmes constitue un divertissement et un loisir se réjouiront de pouvoir consulter les publications suivantes. Il s'agit d'excellentes ressources documentaires axées sur l'enrichissement, le développement des capacités à résoudre des problèmes et la préparation en vue des concours de mathématiques.

Exemplaires des Concours canadiens de mathématiques des années antérieures

Des exemplaires des concours antérieurs et des solutions, aussi bien en français qu'en anglais, sont disponibles gratuitement sur notre site web <http://www.cemc.uwaterloo.ca>

Livres «Problems Problems Problems»

Chaque volume est une ensemble de problèmes à choix multiple ou à solution complète. Les problèmes sont regroupés selon les sujets, avec 9 sujets ou plus par volume. Les problèmes sont choisis à partir des concours des années précédentes offerts par le Concours canadien de mathématiques et des solutions complètes sont fournies pour chaque problème. Chaque volume coûte 15,00 \$. **Le Volume 1 est disponible en français et en anglais. Les Volumes 2-9 sont disponibles en anglais seulement.**

Volume 1

- (Disponible en français)
- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves de 9^e, 10^e et 11^e année (Sec. III, IV et V)

Volume 3

- plus de 235 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Volume 5

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 9 sujets (différents de ceux du volume 3)
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Volume 7

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 9^e et 10^e année (Sec. III et IV)

Volume 9

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 11 sujets
- pour les élèves de 7^e et 8^e année (Sec. I et II)

Volume 2

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets (différents de ceux du volume 1)
- pour les élèves de 9^e, 10^e et 11^e année (Sec. III, IV et V)

Volume 4

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 7^e, 8^e et 9^e année (Sec. I, II et III)

Volume 6

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 11 sujets (différents de ceux du vol. 4)
- pour les élèves de 7^e, 8^e et 9^e année (Sec. I, II et III)

Volume 8

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Faire passer les commandes au : Concours canadien de mathématiques
 Faculté de mathématiques, pièce MC 5181
 Université de Waterloo
 Waterloo (Ontario) N2L 3G1

Veillez inscrire votre nom, votre adresse (et votre code postal) ainsi que votre numéro de téléphone.

Établir les chèques ou les mandats à l'ordre du «Centre for Education in Mathematics and Computing». Pour les commandes effectuées au Canada, veuillez ajouter 3 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 1 \$ pour chaque article additionnel. Aucune taxe de vente provinciale ne s'applique, mais il faut ajouter la TPS de 7 %. Pour les commandes *de l'extérieur du Canada SEULEMENT*, veuillez ajouter 10 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 2 \$ pour chaque article additionnel. **Les prix de ces publications demeureront en vigueur jusqu'en 1 septembre 2004.**

REMARQUE : Tous droits réservés. Les publications sont protégées par Copyright. Il est interdit de copier le matériel sans la permission de la Fondation Waterloo de mathématiques.

