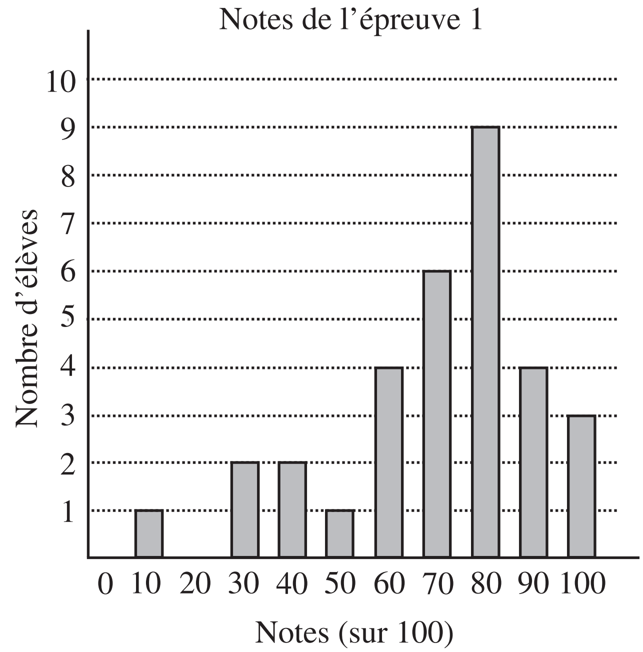
Concours Fryer *(9e année - Sec. III au Quebec)*

mercredi 16 avril 2003

1. a) Les notes de 32 élèves, lors de leur première épreuve de mathématiques, sont toutes des multiples de 10. Elles sont indiquées dans le diagramme à bâtons. Quelle est la moyenne des notes des 32 élèves de la classe?



   b) Après 6 épreuves, Paul a une moyenne de 86. Quelle sera sa moyenne s'il obtient une note de 100 lors de la prochaine épreuve?

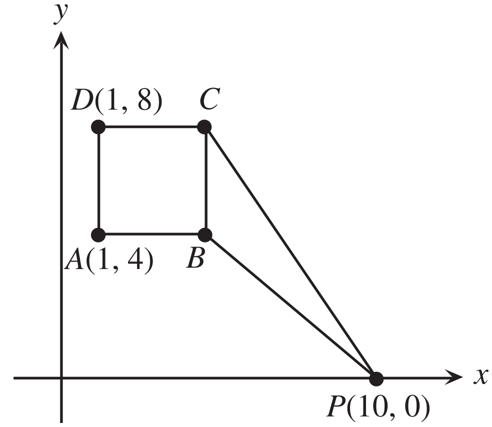
   c) Plus tard dans l'année, Marie se rend compte qu'elle a besoin d'une note de 100 lors de la prochaine épreuve pour que sa moyenne, dans toutes les épreuves, soit égale à 90. Or si elle obtient une note de 70 dans la prochaine épreuve, sa moyenne sera égale à 87. Lorsqu'elle aura terminé la prochaine épreuve, combien d'épreuves aura-t-elle écrites?

2. Xavier et Yvonne participent à un jeu dans lequel chacun, tour à tour, annonce un numéro qu'il ou elle a choisi. Le premier numéro doit être un entier de 1 à 9. Chaque numéro subséquent doit être un entier qui est de 1 à 10 de plus que le numéro précédent.

   a) Lors de la première partie, la personne qui annoncera le numéro 15 sera déclarée gagnante. Expliquer que Xavier a une stratégie gagnante s'il joue premier en annonçant le numéro 4.

   b) Lors de la deuxième partie, la personne qui annoncera le numéro 50 sera déclarée gagnante. Si Xavier joue premier, comment peut-il s'assurer de gagner?

3. $ABCD$ est un carré et les coordonnées de A et de D sont indiquées.



   a) Le point P a pour coordonnées $(10, 0)$. Montrer que le triangle PCB a une aire de 10.

   b) Soit un point $E(a, 0)$, sur l'axe des abscisses, de manière que le triangle CBE soit situé complètement à l'extérieur du carré $ABCD$. Si l'aire du triangle est égale à l'aire du carré, quelle est la valeur de a?

   c) Démontrer qu'il n'existe aucun point F, sur l'axe des abscisses, pour lequel l'aire du triangle ABF est égale à l'aire du carré $ABCD$.

à suivre ...

4. Étant donné l'ensemble $\{1, 10, 100\}$, on peut obtenir 7 totaux *distincts* en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble. Ces totaux sont 1, 10, 100, $1+10=11$, $1+100=101$, $10+100=110$ et $1+10+100=111$. La « somme-puissance » de cet ensemble est la *somme* de ces totaux. Elle est égale à 444.
   a) Étant donné l'ensemble $\{1, 10, 100, 1000\}$, combien peut-on obtenir de totaux distincts en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble? Calculer la somme-puissance de cet ensemble.
   b) Déterminer la somme-puissance de l'ensemble $\{1, 10, 100, 1000, 10\,000, 100\,000, 1\,000\,000\}$.

Prolongements (Vous devriez essayer de répondre à ces questions uniquement lorsque vous aurez complété au meilleur de vos connaissances les quatre principaux problèmes)

Prolongement du Problème 1
L'enseignante de Marie inscrit la note finale des 32 élèves. L'enseignante calcule la médiane de la classe et obtient une note de 80. Elle calcule aussi l'étendue des notes, soit la différence entre la note la plus haute et la note la plus basse, et obtient 40. Elle calcule enfin la moyenne de la classe et obtient 58. Démontrer que l'enseignante a commis une erreur.

Prolongement du Problème 2
Dans la partie b), le nombre-cible était 50. Quelles sont les valeurs du nombre-cible qui peuvent assurer à Yvonne une stratégie gagnante si Xavier joue premier?

Prolongement du Problème 3
Soit G un point sur la droite qui passe par les points $M(0, 8)$ et $N(3, 10)$, de manière que le triangle DCG soit situé complètement à l'extérieur du carré. Déterminer les coordonnées de G, sachant que l'aire du triangle DCG est égale à l'aire du carré.

Prolongement du Problème 4
Soit l'ensemble $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 48, 96\}$. Combien peut-on obtenir de totaux distincts en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble?