



## Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation  
en mathématiques et en informatique,  
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

# Concours Cayley (10<sup>e</sup> – Sec. IV)

Le mercredi 19 février 2003

C.M.C. Sponsors:



**Deloitte  
& Touche**  
Chartered Accountants

C.M.C. Supporters:



Canadian Institute  
of Actuaries



Great West Life  
and London Life



Sybase  
Inc. (Waterloo)



iAnywhere Solutions

C.M.C. Contributors:

Manulife  
Financial

Durée : 1 heure

© 2002 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

### Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D et E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
  - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
  - Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
  - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.





9. Si  $\frac{1}{x + \frac{1}{5}} = \frac{5}{3}$ , alors  $x$  est égal à :

- (A)  $\frac{2}{5}$       (B)  $\frac{4}{5}$       (C)  $\frac{1}{5}$       (D)  $-\frac{2}{5}$       (E)  $-\frac{22}{5}$

10. Deux filles et six garçons participent à un jeu. Combien faut-il ajouter de filles pour que  $\frac{5}{8}$  des participants soient des filles?

- (A) 6      (B) 3      (C) 5      (D) 8      (E) 7

---

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. Soit  $N = 10^3 + 10^4 + 10^5 + 10^6 + 10^7 + 10^8 + 10^9$ . La somme des chiffres de  $N$  est égale à :

- (A) 12      (B) 1      (C) 6      (D) 9      (E) 7

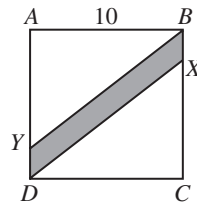
12. Les points  $A(a, 1)$ ,  $B(9, 0)$  et  $C(-3, 4)$  sont situés sur une même droite. La valeur de  $a$  est :

- (A) 3      (B)  $\frac{8}{3}$       (C)  $\frac{7}{2}$       (D) 6      (E)  $\frac{5}{2}$

13. La figure  $ABCD$  est un carré dont les côtés ont une longueur de 10.

Si  $AY = CX = 8$ , l'aire de la région ombrée est égale à :

- (A) 16      (B) 20      (C) 40  
(D) 48      (E) 24

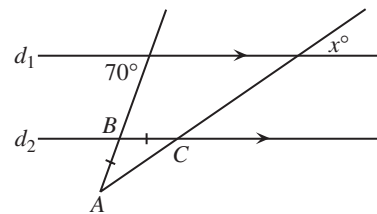


14. Carla prend trois pas, alors que Jacob en prend quatre, pour parcourir la même distance. À chaque pas, Carla parcourt 0,5 mètre. Combien de mètres Jacob parcourt-il en 24 pas?

- (A) 16      (B) 9      (C) 36      (D) 12      (E) 18

15. D'après le diagramme, la droite  $d_1$  est parallèle à la droite  $d_2$  et  $BA = BC$ . La valeur de  $x$  est :

- (A) 35      (B) 30      (C) 37,5  
(D) 45      (E) 40



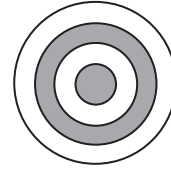
16. La valeur de  $\frac{(4^{2003})(3^{2002})}{(6^{2002})(2^{2003})}$  est :

- (A) 1      (B) 2      (C) 12      (D) 4      (E)  $\frac{1}{2}$



17. Dans le diagramme, les quatre cercles ont un même centre et des rayons respectifs de longueurs 1, 2, 3 et 4. Le rapport de l'aire des deux régions ombrées à l'aire du plus grand cercle est égal à :

(A) 5 : 8            (B) 1 : 4            (C) 7 : 16  
(D) 1 : 2            (E) 3 : 8



18. Si  $496 = 2^m - 2^n$ ,  $m$  et  $n$  étant des entiers, alors  $m + n$  est égal à :

(A) 13            (B) 9            (C) 4            (D) 14            (E) 5

19. Le produit des chiffres d'un nombre de quatre chiffres est égal à 810. Si aucun des chiffres n'est répété, alors la somme des chiffres est égale à :

(A) 18            (B) 19            (C) 23            (D) 25            (E) 22

20. Une voiture consomme 8,4 litres d'essence aux 100 km parcourus. Un mécanicien est en mesure de modifier le réglage du moteur, au coût de 400 \$, de manière que la voiture ne consomme que 6,3 litres d'essence aux 100 km. La propriétaire de la voiture calcule la distance minimale qu'elle devra parcourir pour recouvrer le coût de la modification. Si l'essence coûte 0,80 \$ le litre, cette distance, en kilomètres, est entre :

(A) 10 000 et 14 000            (B) 14 000 et 18 000            (C) 18 000 et 22 000  
(D) 22 000 et 26 000            (E) 26 000 et 30 000

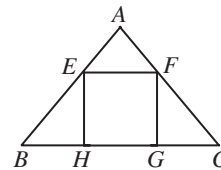
**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Robert et Danielle courent en sens opposés autour d'une piste circulaire. Robert fait un tour de piste à toutes les 56 secondes et il croise Danielle à toutes les 24 secondes. Combien de secondes Danielle met-elle pour faire un tour de piste?

(A) 32            (B) 36            (C) 40            (D) 48            (E) 42

22. Le triangle  $ABC$  est isocèle, où  $AB = AC$  et  $BC = 30$  cm. Comme l'indique le diagramme, le carré  $EFGH$ , dont les côtés mesurent 12 cm, est inscrit dans le triangle  $ABC$ . L'aire du triangle  $AEF$ , en centimètres carrés, est égale à :

(A) 27            (B) 54            (C) 51  
(D) 48            (E) 60



23. Une pyramide a une base carrée dont l'aire mesure  $1440 \text{ cm}^2$ . Les faces triangulaires de la pyramide sont identiques et chacune a une aire de  $840 \text{ cm}^2$ . La hauteur de la pyramide, en centimètres, est égale à :

(A)  $30\sqrt{2}$             (B) 40            (C)  $20\sqrt{6}$             (D)  $20\sqrt{3}$             (E) 30

24. De combien de façons peut-on choisir des nombres  $a, b, c$  et  $d$  de l'ensemble  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ , de manière que  $a < b < c < d$  et que  $a + b + c + d$  soit un multiple de 3?

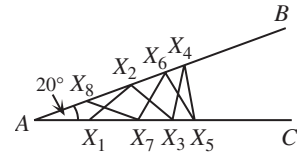
(A) 54            (B) 64            (C) 63            (D) 90            (E) 72

à suivre ...



25. On dit que l'angle  $BAC$  peut être *lacé* si on peut trouver des points distincts,  $X_1, X_2, \dots, X_{2n}$  de manière que :

- $X_{2k-1}$  soit situé sur  $AC$  pour chaque valeur de  $k$ ,
- $X_{2k}$  soit situé sur  $AB$  pour chaque valeur de  $k$ , et
- $AX_1 = X_1X_2 = X_2X_3 = \dots = X_{2n-1}X_{2n} = X_{2n}A$ .



Par exemple, le diagramme montre qu'un angle de  $20^\circ$  peut être lacé. Combien y a-t-il d'angles aigus qui peuvent être lacés et dont la mesure en degrés est un entier?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5  
 (D) 6                      (E) 7





## PUBLICATIONS

Les étudiants et les parents qui estiment que la résolution de problèmes constitue un divertissement et un loisir se réjouiront de pouvoir consulter les publications suivantes. Il s'agit d'excellentes ressources documentaires axées sur l'enrichissement, le développement des capacités à résoudre des problèmes et la préparation en vue des concours de mathématiques.

### Exemplaires des Concours canadiens de mathématiques des années antérieures

Des exemplaires des concours antérieurs et des solutions, aussi bien en français qu'en anglais, sont disponibles gratuitement sur notre site web <http://www.cemc.uwaterloo.ca>

### Livres «Problems Problems Problems»

Chaque volume est une ensemble de problèmes à choix multiple ou à solution complète. Les problèmes sont regroupés selon les sujets, avec 9 sujets ou plus par volume. Les problèmes sont choisis à partir des concours des années précédentes offerts par le Concours canadien de mathématiques et des solutions complètes sont fournies pour chaque problème. Chaque volume coûte 15,00 \$. **Le Volume 1 est disponible en français et en anglais. Les Volumes 2-8 sont disponibles en anglais seulement.**

#### Volume 1

- (Disponible en français)
- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves de 9<sup>e</sup>, 10<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> année (Sec. III, IV et V)

#### Volume 3

- plus de 235 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

#### Volume 5

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 9 sujets (différents de ceux du volume 3)
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

#### Volume 7

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 9<sup>e</sup> et 10<sup>e</sup> année (Sec. III et IV)

#### Volume 2

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets (différents de ceux du volume 1)
- pour les élèves de 9<sup>e</sup>, 10<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> année (Sec. III, IV et V)

#### Volume 4

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 7<sup>e</sup>, 8<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> année (Sec. I, II et III)

#### Volume 6

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 11 sujets (différents de ceux du vol. 4)
- pour les élèves de 7<sup>e</sup>, 8<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> année (Sec. I, II et III)

#### Volume 8

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

### Les Problèmes et Leurs Solutions - Volume 1

Cette brochure fait suite à la collection de problèmes d'enrichissement offerte aux étudiants de 9<sup>e</sup>, 10<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> années. Chacun des huit chapitres comprend un examen des solutions et des démarches suggérées. Ils comptent plus de 225 nouveaux problèmes, presque tous tirés des concours canadiens de mathématiques, accompagnés de solutions complètes. Le prix est de 20 \$. **(Disponible en anglais seulement.)**

Faire passer les commandes au : Concours canadien de mathématiques  
Faculté de mathématiques, pièce MC 5181  
Université de Waterloo  
Waterloo (Ontario) N2L 3G1

Veillez inscrire votre nom, votre adresse (et votre code postal) ainsi que votre numéro de téléphone.

Établir les chèques ou les mandats à l'ordre du «Centre for Education in Mathematics and Computing». Pour les commandes effectuées au Canada, veuillez ajouter 3 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 1 \$ pour chaque article additionnel. Aucune taxe de vente provinciale ne s'applique, mais il faut ajouter la TPS de 7 p. 100. Pour les commandes *de l'extérieur du Canada SEULEMENT*, veuillez ajouter 10 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 2 \$ pour chaque article additionnel. **Les prix de ces publications demeureront en vigueur jusqu'en 1 septembre 2003.**

**REMARQUE :** Tous droits réservés. Les publications sont protégées par Copyright. Il est interdit de copier le matériel sans la permission de la Fondation Waterloo de mathématiques.

