Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Pascal (9^e – Sec. III)

Le mercredi 20 février 2002

Avec la contribution de :

University of Waterloo

Samson Bélair Deloitte & Touche Comptables agréés

Avec la participation de :

Institut canadien des actuaires

London Life, compagnie d'assurance-vie et La Great-West, compagnie d'assurance-vie

Sybase Inc. (Waterloo)

*i*Anywhere Solutions

Avec l'appui de :

Financière Manuvie

L'Équitable, Compagnie d'Assurance-Vie du Canada

Durée : 1 heure

L'usage de la calculatrice est permis, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
   Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
   Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation :	Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée. On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A : 5 points par question

1. $\dfrac{15+9-6}{3\times 2}$ est égal à :

   (**A**) 11 (**B**) 4 (**C**) 3 (**D**) 23 (**E**) 12

2. 50 % de 2002 est égal à :

   (**A**) 4004 (**B**) 3003 (**C**) 2001 (**D**) 1952 (**E**) 1001

3. Si $x+2=10$ et $y-1=6$, alors la valeur numérique de $x+y$ est :

   (**A**) 13 (**B**) 15 (**C**) 16 (**D**) 17 (**E**) 19

4. La valeur de $\left(3^2-3\right)^2$ est :

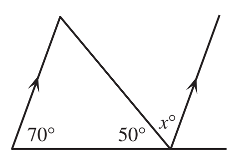
   (**A**) 36 (**B**) 72 (**C**) 9 (**D**) 3 (**E**) 0

5. Sophie est entrée dans un ascenseur. L'ascenseur a monté sept étages, ensuite il a descendu six étages, puis il a remonté cinq étages et Sophie est sortie. Si elle est sortie au vingtième étage, à quel étage est-elle entrée dans l'ascenseur?

   (**A**) 14 (**B**) 2 (**C**) 16 (**D**) 38 (**E**) 26

6. D'après le diagramme, la valeur de x est :

   (**A**) 20 (**B**) 60 (**C**) 70
   (**D**) 40 (**E**) 50



7. Si n est égal à $\frac{5}{6}$ de 240, alors $\frac{2}{5}$ de n est égal à :

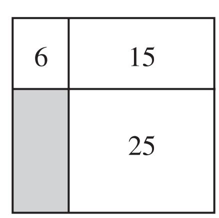
   (**A**) 288 (**B**) 80 (**C**) 96 (**D**) 200 (**E**) 500

8. La valeur de $1-\left(5^{-2}\right)$ est :

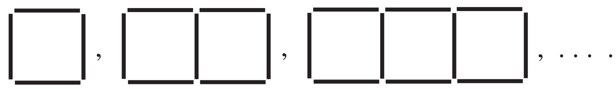
   (**A**) $\frac{24}{25}$ (**B**) -24 (**C**) $\frac{26}{25}$ (**D**) 26 (**E**) $\frac{9}{10}$

9. Un rectangle a été divisé en quatre petits rectangles. Trois de ces rectangles ont une aire respective de 6, 15 et 25, comme l'indique le diagramme. L'aire du rectangle ombré est égale à :

   (**A**) 7 (**B**) 15 (**C**) 12
   (**D**) 16 (**E**) 10



10. On utilise des cure-dents pour former les carrés de la régularité suivante :

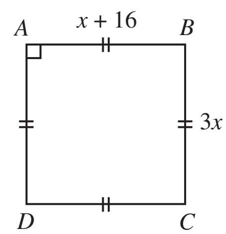


On utilise quatre cure-dents pour former un carré, sept cure-dents pour former deux carrés, ainsi de suite. Si la régularité est poursuivie, combien de cure-dents seront utilisés pour former la figure formée de 10 carrés?

(**A**) 39 (**B**) 40 (**C**) 31 (**D**) 35 (**E**) 28

Partie B : 6 points par question

11. $ABCD$ est un carré. Si $AB = x + 16$ et $BC = 3x$, alors le périmètre de $ABCD$ est égal à :

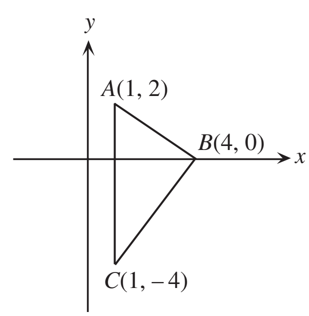


(**A**) 16 (**B**) 32 (**C**) 96
(**D**) 48 (**E**) 24

12. Dans une suite de nombres, chaque nombre, à l'exception du premier, est le double du nombre précédent. Si la somme des deuxième et troisième nombres de la suite est 24, alors le *sixième* nombre est :

(**A**) 112 (**B**) 192 (**C**) 64 (**D**) 40 (**E**) 128

13. Les sommets du triangle ABC sont $A(1,2)$, $B(4,0)$ et $C(1,-4)$. L'aire du triangle ABC est égale à :

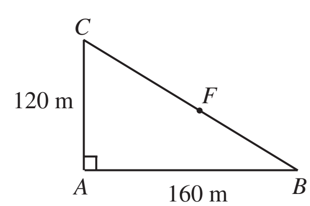


(**A**) 18 (**B**) 12 (**C**) 8
(**D**) 10 (**E**) 9

14. Une classe de 30 élèves a écrit un examen d'histoire. La moyenne de 25 élèves est de 75 %. La moyenne des 5 autres élèves est de 40 %. La moyenne de la classe est d'environ :

(**A**) 46 % (**B**) 69 % (**C**) 63 % (**D**) 58 % (**E**) 71 %

15. Le triangle ABC représente une piste de jogging. Jean court sur la piste de A à B à F. Aline court de A à C à F. Chacun parcourt la même distance. La distance de F à B, en mètres, est égale à :



(**A**) 40 (**B**) 120 (**C**) 100
(**D**) 80 (**E**) 200

16. Lorsque le produit $\left(5^3\right)\left(7^{52}\right)$ est calculé au long, le chiffre des unités (c.-à-d. le dernier chiffre) est :

(**A**) 5 (**B**) 3 (**C**) 9 (**D**) 7 (**E**) 0

17. On peut exprimer le nombre 1000 sous la forme du produit de deux entiers positifs de manière que ni l'un, ni l'autre de ces entiers ne contienne le chiffre zéro. La somme de ces deux entiers est:

(**A**) 65 (**B**) 110 (**C**) 133 (**D**) 205 (**E**) 1001

18. Ensemble, Akira et Louis pèsent 101 kg. Ensemble, Akira et Rabia pèsent 91 kg. Ensemble, Rabia et Louis pèsent 88 kg. Combien pèse Akira, en kilogrammes?

(**A**) 48 (**B**) 46 (**C**) 50 (**D**) 52 (**E**) 38

19. On écrit les entiers de 1 à 2100, dans l'ordre, dans un tableau de 7 colonnes. Les 3 premières rangées du tableau sont indiquées. Le nombre 2002 est placé dans la colonne m, rangée n. La valeur de $m+n$ est :

	Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3	Colonne 4	Colonne 5	Colonne 6	Colonne 7
Rangée 1	1	2	3	4	5	6	7
Rangée 2	8	9	10	11	12	13	14
Rangée 3	15	16	17	18	19	20	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(**A**) 290 (**B**) 291 (**C**) 292 (**D**) 293 (**E**) 294

20. Combien y a-t-il de valeurs entières de x pour lesquelles $\sqrt{25-x^2}$ est égal à un entier?

(**A**) 7 (**B**) 6 (**C**) 5 (**D**) 3 (**E**) 2

Partie C : 8 points par question

21. On a utilisé des petits cubes dont l'arête mesure 1 cm pour construire un prisme à base rectangulaire, dont les dimensions sont 4 cm, 5 cm et 6 cm. Si on enlève ensuite des petits cubes, quel est le nombre minimum qu'il faut enlever pour que le solide devienne un grand cube?

(**A**) 40 (**B**) 93 (**C**) 46 (**D**) 64 (**E**) 56

22. Dans une école, 500 élèves ont voté sur chacune de deux questions. Parmi ces élèves, 375 ont voté en faveur de la première question, 275 ont voté en faveur de la deuxième et 40 ont voté contre chaque question. Combien ont voté en faveur de chaque question?

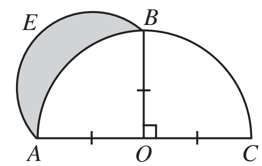
(**A**) 110 (**B**) 150 (**C**) 190 (**D**) 95 (**E**) 230

23. Le nombre de couples (a,b) d'*entiers* qui vérifient l'équation $a^b=64$ est:

(**A**) 3 (**B**) 5 (**C**) 8 (**D**) 6 (**E**) 7

à suivre ...

24. Le diagramme illustre un demi-cercle ABC de diamètre AC, de centre O et de rayon 1. De plus, OB est perpendiculaire à AC. On trace ensuite un deuxième demi-cercle AEB de diamètre AB. La région du second demi-cercle qui est à l'extérieur du premier est ombrée. L'aire de la région ombrée est égale à :



(**A**) $\frac{\pi}{4}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{3\pi}{4}+\frac{1}{2}$

(**D**) $\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$

25. Une élève a deux contenants ouverts, de forme cylindrique. (Les parois des contenants sont minces et leur épaisseur est négligeable.) Le plus grand des contenants a une hauteur de 20 cm, un rayon de 6 cm et il contient de l'eau jusqu'à une profondeur de 17 cm. Le plus petit a une hauteur de 18 cm, un rayon de 5 cm et il est vide. Comme l'illustre la Figure 1, l'élève fait descendre le petit contenant dans le plus grand. Comme on peut le constater dans la Figure 2, lorsque le petit contenant descend dans le grand, l'eau se met à déborder vers l'extérieur, mais lorsque le petit contenant est baissé plus bas, l'eau se met à déborder dans le petit contenant. Lorsque le petit contenant reposera au fond du grand, la profondeur de l'eau dans le petit contenant sera à peu près égale à :

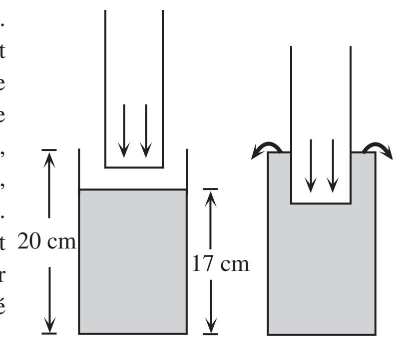


Figure 1 Figure 2

(**A**) 2,82 cm (**B**) 2,84 cm (**C**) 2,86 cm

(**D**) 2,88 cm (**E**) 2,90 cm