Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Pascal (9^e – Sec. III)

Le mercredi 21 février 2001

Avec la contribution de :

University of Waterloo

Samson Bélair Deloitte & Touche Comptables agréés

Avec la participation de :

Institut canadien des actuaires

Sybase inc (Waterloo)

Avec l'appui de :

London Life, compagnie d'assurance-vie et La Great-West, compagnie d'assurance-vie

Financière Manuvie

L'Équitable, Compagnie d'Assurance-Vie du Canada

Durée : 1 heure

L'usage de la calculatrice est permis, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
   Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
   Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation :	Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée. On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A : Chaque réponse exacte vaut 5 points

1. La valeur de $\dfrac{5(6)-3(4)}{6+3}$ est :

   (**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 31

2. Lorsqu'on divise 12 345 678 par 10, le reste est égal à :

   (**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 6 (**E**) 8

3. La valeur de $\dfrac{2^5-2^3}{2^2}$ est :

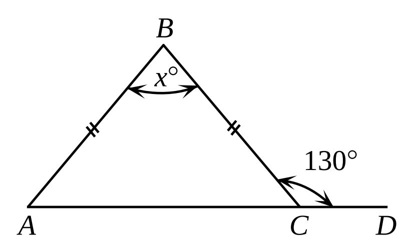
   (**A**) 6 (**B**) 1 (**C**) $\frac{1}{4}$ (**D**) 0 (**E**) 30

4. Si $x=\frac{1}{4}$, laquelle des expressions suivantes a la plus grande valeur?

   (**A**) x (**B**) x^2 (**C**) $\frac{1}{2}x$ (**D**) $\dfrac{1}{x}$ (**E**) $\sqrt{x}$

5. D'après le diagramme, la valeur de x est :

   (**A**) 100 (**B**) 65 (**C**) 80
   (**D**) 70 (**E**) 50



6. Anne a obtenu une note de 80 % pour le semestre et une note de 90 % à l'examen. Pour calculer sa note finale, la note du semestre a un poids de 70 % et la note de l'examen a un poids de 30 %. Quelle est sa note finale?

   (**A**) 81 % (**B**) 83 % (**C**) 84 % (**D**) 85 % (**E**) 87 %

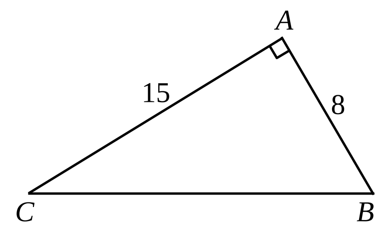
7. La plus petite valeur de x pour laquelle $\dfrac{24}{x-4}$ est un entier est :

   (**A**) -44 (**B**) -28 (**C**) -20 (**D**) -8 (**E**) 0

8. Le 50ᵉ terme de la suite $5,\ 6x,\ 7x^2,\ 8x^3,\ 9x^4,\ \ldots$ est :

   (**A**) $54x^{49}$ (**B**) $54x^{50}$ (**C**) $45x^{50}$ (**D**) $55x^{49}$ (**E**) $46x^{51}$

9. Le périmètre du triangle ABC est égal à :



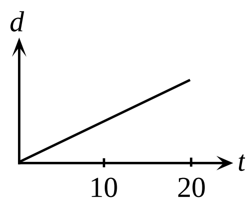
(**A**) 23 (**B**) 40 (**C**) 42
(**D**) 46 (**E**) 60

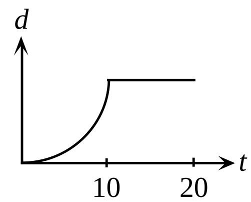
10. Dino a compté un total de 252 points dans 28 parties de basket-ball. Rima a joué 10 parties de moins que Dino. Sa moyenne de points par partie était supérieure de 0,5 point à celle de Dino. Combien de points Rima a-t-elle comptés?

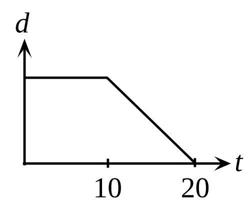
(**A**) 153 (**B**) 171 (**C**) 180 (**D**) 266 (**E**) 144

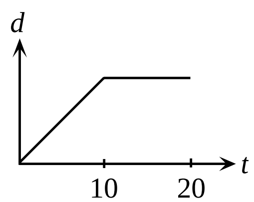
Partie B : Chaque réponse exacte vaut 6 points

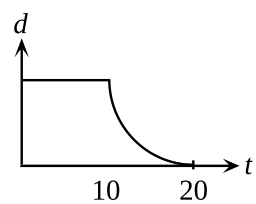
11. Sahar marche à une vitesse constante pendant 10 minutes, puis se repose pendant 10 minutes. Les graphiques suivants représentent une distance d par rapport au temps t. Lequel représente le mieux le mouvement de Sahar pendant les 20 minutes?

(**A**)


(**B**)


(**C**)


(**D**)


(**E**)


12. Un sac contient 20 bonbons : 4 au chocolat, 6 à la menthe et 10 au caramel. Des bonbons sont retirés du sac, au hasard, et mangés. Quel est le nombre minimum de bonbons qu'il faut retirer du sac pour être *certain* qu'au moins deux bonbons de chaque sorte ont été mangés?

(**A**) 6 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 16 (**E**) 18

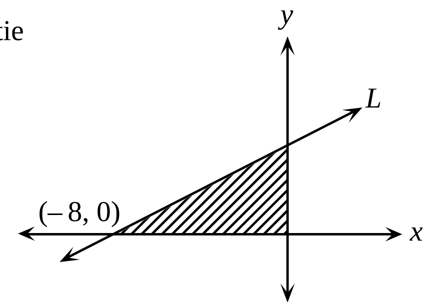
13. Pierre a célébré son anniversaire de naissance le 2 février 2001. Ce jour-là, son âge était égal à la somme des chiffres de l'année de sa naissance. En quelle année Pierre est-il né?

(**A**) 1987 (**B**) 1980 (**C**) 1979 (**D**) 1977 (**E**) 1971

14. Vingt billets sont numérotés de un à vingt. On tire un billet au hasard, chacun ayant une chance égale d'être choisi. Quelle est la probabilité pour que le nombre sur le billet soit un multiple de 3 ou de 5?

(**A**) $\frac{3}{10}$ (**B**) $\frac{11}{20}$ (**C**) $\frac{2}{5}$ (**D**) $\frac{9}{20}$ (**E**) $\frac{1}{2}$

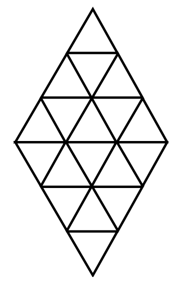
15. La droite L croise l'axe des x au point $(-8, 0)$. L'aire de la partie ombrée est égale à 16. Quelle est la pente de la droite L?



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) 4 (**C**) $-\frac{1}{2}$

(**D**) 2 (**E**) -2

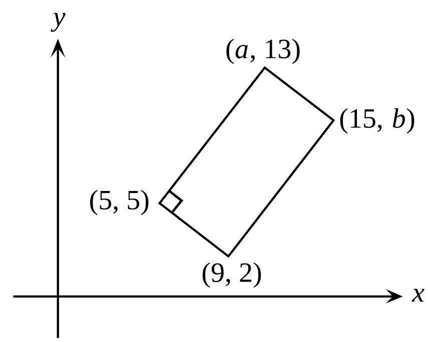
16. Dans le diagramme, tous les triangles sont équilatéraux. Le nombre total de triangles équilatéraux de toutes les dimensions est égal à :



(**A**) 18 (**B**) 20 (**C**) 24

(**D**) 26 (**E**) 28

17. D'après le rectangle, quelle est la valeur de $a - b$?



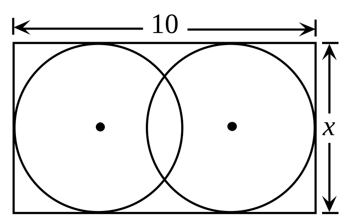
(**A**) -3 (**B**) -1 (**C**) 0

(**D**) 3 (**E**) 1

18. Le plus grand nombre de quatre chiffres dont la somme des chiffres est égale à 17 est 9800. Le 5e plus grand nombre de quatre chiffres dont la somme des chiffres est égale à 17 est :

(**A**) 9521 (**B**) 9620 (**C**) 9611 (**D**) 9602 (**E**) 9530

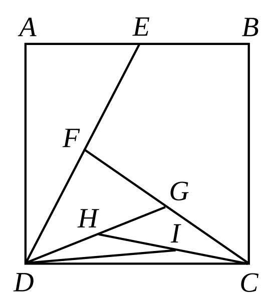
19. Les deux cercles dans le rectangle ont des rayons égaux. La distance entre les centres des cercles est égale à $\frac{2x}{3}$. Quelle est la valeur de x?



(**A**) $\frac{15}{4}$ (**B**) 5 (**C**) 6

(**D**) $\frac{60}{7}$ (**E**) $\frac{15}{2}$

20. Le carré $ABCD$ a une aire de 4. E est le milieu de AB. De même, F, G, H et I sont les milieux respectifs de DE, CF, DG et CH. L'aire du triangle IDC est égale à :



(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{8}$ (**C**) $\frac{1}{16}$

(**D**) $\frac{1}{32}$ (**E**) $\frac{1}{64}$

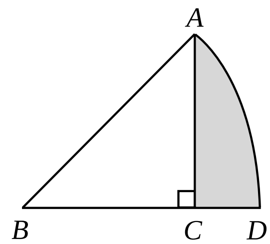
à suivre ...

Partie C : Chaque réponse exacte vaut 8 points

21. À chaque jour, Carla quitte l'école à la même heure. Si elle pédale à une vitesse de 20 km/h, elle arrive à la maison à 16 h 30. Si elle pédale à une vitesse de 10 km/h, elle arrive à la maison à 17 h 15. À quelle vitesse, en km/h, doit-elle pédaler pour arriver à la maison à 17 h?

    (**A**) $16\frac{2}{3}$ (**B**) 15 (**C**) $13\frac{1}{3}$ (**D**) 12 (**E**) $18\frac{3}{4}$

22. Dans le diagramme, AB et BD sont des rayons d'un cercle de centre B. L'aire du secteur ABD est égale à 2π, ce qui représente un huitième de l'aire du cercle. L'aire de la partie ombrée est égale à :



    (**A**) $2\pi - 4$ (**B**) π (**C**) $2\pi - 2$

    (**D**) $2\pi - 4{,}5$ (**E**) $2\pi - 8$

23. Cinq points sont situés sur une droite. Lorsqu'on écrit, en ordre croissant, les dix distances entre les paires de points, on obtient 2, 4, 5, 7, 8, k, 13, 15, 17, 19. Quelle est la valeur de k?

    (**A**) 11 (**B**) 9 (**C**) 13 (**D**) 10 (**E**) 12

24. Une bouteille fermée, contenant de l'eau, a été construite en attachant un cylindre de rayon 1 cm à un cylindre de rayon 3 cm, comme dans la Figure A. Lorsque la bouteille est tenue à l'endroit, le niveau de l'eau est à une hauteur de 20 cm, comme l'illustre la vue de face dans la Figure B. Lorsque la bouteille est tenue à l'envers, le niveau de l'eau est à une hauteur de 28 cm, comme l'illustre la Figure C. Quelle est la hauteur totale de la bouteille, en centimètres?

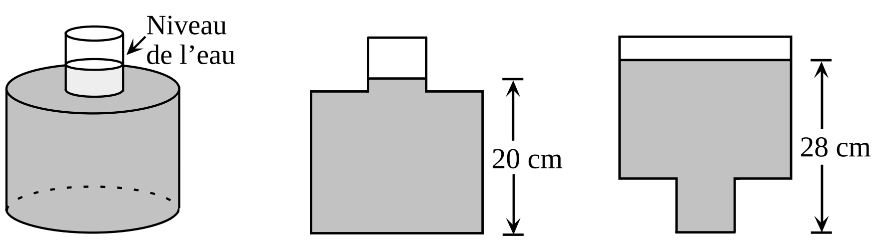


Figure A Figure B Figure C

    (**A**) 29 (**B**) 30 (**C**) 31 (**D**) 32 (**E**) 48

25. Un palindrome est un entier strictement positif dont les chiffres peuvent être lus de gauche à droite ou de droite à gauche, tout en donnant le même nombre. Par exemple, le nombre 2882 est un palindrome de quatre chiffres et le nombre 49194 est un palindrome de cinq chiffres. Il existe des paires de palindromes de quatre chiffres dont la somme est un palindrome de cinq chiffres. À titre d'exemple, les nombres 2882 et 9339. Combien de telles paires existe-t-il?

    (**A**) 28 (**B**) 32 (**C**) 36 (**D**) 40 (**E**) 44