Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

2001 Solutions

Concours Cayley (10e - Sec. IV)

pour les prix

The CENTRE for EDUCATION in MATHEMATICS and COMPUTING

Partie A

1. La valeur de $\frac{5(6)-3(4)}{6+3}$ est :

   (**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 31

   Solution

   $$\begin{aligned}\frac{5(6)-3(4)}{6+3} &= \frac{30-12}{9}\\ &= \frac{18}{9}\\ &= 2\end{aligned}$$

   RÉPONSE : (B)

2. Lorsque $\frac{1}{4}$ de 15 est multiplié par $\frac{1}{3}$ de 10, la réponse est :

   (**A**) 5 (**B**) $\frac{25}{2}$ (**C**) $\frac{85}{12}$ (**D**) $\frac{99}{8}$ (**E**) $\frac{25}{7}$

   Solution

   On a :

   $$\begin{aligned}&\left[\tfrac{1}{4}(15)\right]\left[\tfrac{1}{3}(10)\right]\\ &= \frac{1}{\cancel{4}_2}(\cancel{15}^{5})\frac{1}{\cancel{3}_1}(\cancel{10}^{5})\\ &= \frac{25}{2}\end{aligned}$$

   RÉPONSE : (B)

3. Si $x=\frac{1}{4}$, laquelle des expressions suivantes a la plus grande valeur?

   (**A**) x (**B**) x^2 (**C**) $\frac{1}{2}x$ (**D**) $\frac{1}{x}$ (**E**) $\sqrt{x}$

   Solution

   On calcule la valeur de chaque expression.

   (**A**) $\frac{1}{4}$

   (**B**) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

   (**C**) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$

   (**D**) $\frac{1}{\frac{1}{4}} = 1\times 4 = 4$

   (**E**) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

   RÉPONSE : (D)

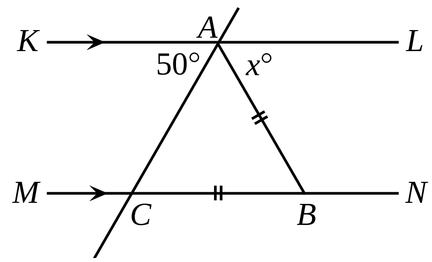
4. Dans une école, 20 filles et 30 garçons se sont inscrits au concours Cayley. Des certificats ont été remis à 20 % des filles et à 10 % des garçons. Quel pourcentage des élèves inscrits ont reçu un certificat?

(**A**) 14 (**B**) 15 (**C**) 16 (**D**) 30 (**E**) 50

Solution
Puisque 30 garçons se sont inscrits et que 10 % d'entre eux ont reçu un certificat, alors $(0{,}1)(30)$, ou 3 garçons ont reçu un certificat. De même, des 20 filles qui se sont inscrites, $(0{,}2)(20)$, ou 4 filles ont reçu un certificat. Il y a donc 7 élèves sur 50, ou 14 % des élèves qui ont reçu un certificat.
RÉPONSE : (A)

5. Dans le diagramme, KL est parallèle à MN, $AB = BC$ et $\angle KAC = 50°$. La valeur de x est :

(**A**) 40 (**B**) 65 (**C**) 25
(**D**) 100 (**E**) 80



Solution
Puisque KL est parallèle à MN, les angles ACB et KAC sont alternes-internes.
Donc $\angle ACB = 50°$.
Puisque le triangle BCA est isocèle, $\angle BCA = \angle BAC = 50°$. Puisque les mesures des angles KAC, BAC et LAB ont une somme de $180°$:

$$50° + 50° + x° = 180°$$
$$x = 80$$

RÉPONSE : (E)

6. Dino a compté un total de 252 points dans 28 parties de basket-ball. Rima a joué 10 parties de moins que Dino. Sa moyenne de points par partie était supérieure de 0,5 point à celle de Dino. Combien de points Rima a-t-elle comptés?

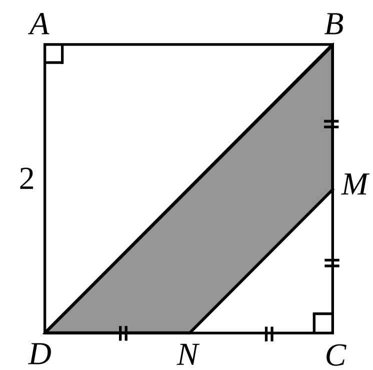
(**A**) 153 (**B**) 171 (**C**) 180 (**D**) 266 (**E**) 144

Solution
Puisque Dino a compté 252 points en 28 parties, sa moyenne est égale à $\frac{252}{28}$, ou 9 points par partie.
Rima a donc une moyenne de 9,5 points par partie. En 18 parties, elle a donc compté $9{,}5 \times 18$, ou 171 points.
RÉPONSE : (B)

7. Dans le diagramme, le carré $ABCD$ a des côtés de longueur 2, M est le milieu de BC et N est le milieu de CD. L'aire de la région ombrée $BMND$ est égale à :

(A) 1 **(B)** $2\sqrt{2}$ **(C)** $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{3}{2}$ **(E)** $4-\frac{3}{2}\sqrt{2}$



Solution

L'aire du triangle MNC est égale à $\frac{1}{2}(1)(1)$, ou $\frac{1}{2}$. Puisque le triangle BDC est la moitié du carré, son aire est égale à 2.

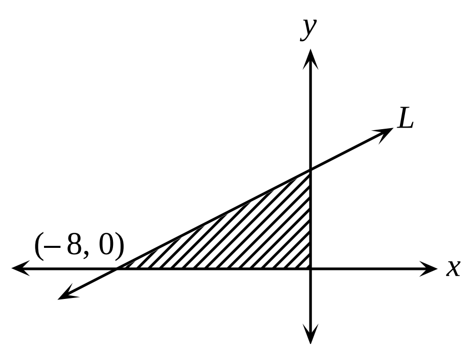
L'aire de la région ombrée est égale à l'aire du triangle BDC moins celle du triangle MNC.

Elle est donc égale à $2-\frac{1}{2}$, ou $\frac{3}{2}$. RÉPONSE : (D)

8. La droite L croise l'axe des x au point $(-8,0)$. L'aire de la partie ombrée est égale à 16. Quelle est la pente de la droite L?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** 4 **(C)** $-\frac{1}{2}$

(D) 2 **(E)** -2

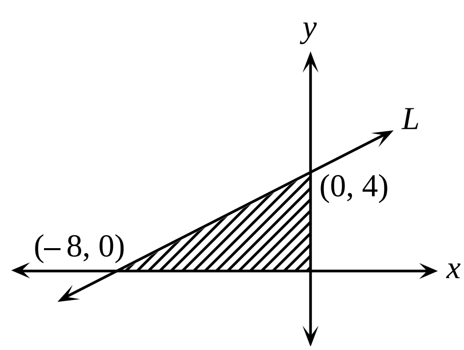


Solution

Puisque l'aire de la partie ombrée est égale à 16 et que la base a une longueur de 8, la hauteur doit être égale à 4.

La droite croise donc l'axe des y au point $(0,4)$, car sa pente est positive selon le diagramme.

La pente est donc égale à $\dfrac{4-0}{0-(-8)}$, ou $\dfrac{1}{2}$.



$$\text{Aire} = \frac{8\times 4}{2}$$
$$=16$$

RÉPONSE : (A)

9. Si $\left[\left(10^3\right)\left(10^x\right)\right]^2 = 10^{18}$, la valeur de x est :

(A) $\sqrt{2}$ **(B)** 12 **(C)** 6 **(D)** 1 **(E)** 3

Solution
On simplifie à l'aide des lois des exposants.

$$\left(10^{3+x}\right)^2 = 10^{18}$$
$$10^{6+2x} = 10^{18}$$

Les exposants doivent donc être égaux.

Donc : $6 + 2x = 18$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

RÉPONSE : (C)

10. La somme de cinq entiers consécutifs est égale à 75. La somme du plus grand et du plus petit de ces cinq entiers est égale à :

(**A**) 15 (**B**) 25 (**C**) 26 (**D**) 30 (**E**) 32

Solution
On peut résoudre ce problème de plusieurs façons. Voici une façon algébrique.
On représente les entiers par $x-2$, $x-1$, x, $x+1$ et $x+2$.
Donc : $(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2) = 75$
$$5x = 75$$
$$x = 15$$
Les cinq entiers consécutifs sont donc 13, 14, 15, 16 et 17.
La somme du premier et du dernier est égale à $13+17$, ou 30. RÉPONSE : (D)

Partie B

11. Lorsqu'un entier positif N est divisé par 60, le reste est égal à 49. Lorsque N est divisé par 15, le reste est égal à :

(**A**) 0 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 8

Solution
Il y a plusieurs façons de résoudre ce problème. Voici une façon facile. Puisque N donne un reste de 49 lorsqu'on le divise par 60, N doit être un nombre de la forme $60k + 49$, $k = 0, 1, 2, ...$
Les premières valeurs possibles de N sont 49, 109, 169, 229, … Si on divise ces nombres par 15, on obtient toujours un reste de 4. RÉPONSE : (C)

12. Les 6 membres d'un comité directeur veulent convoquer une réunion. Chaque membre appelle 6 autres personnes qui, à leur tour, appellent chacune 6 autres personnes. Si aucune personne n'est

appelée plus d'une fois, combien de personnes sauront qu'il y a une réunion?

(**A**) 18 (**B**) 36 (**C**) 216 (**D**) 252 (**E**) 258

Solution

Les 6 membres du comité directeur appellent chacun 6 personnes pour un total de 36 personnes.
Ces 36 personnes appellent chacune 6 personnes pour un total de 216 personnes.
Le nombre de personnes qui sauront qu'il y a une réunion est égal à $6+36+216$, ou 258.

RÉPONSE : (E)

13. Les suites 3, 20, 37, 54, 71, … et 16, 27, 38, 49, 60, 71, … ont le terme commun 71. Le prochain terme commun aux deux suites est :

(**A**) 115 (**B**) 187 (**C**) 258 (**D**) 445 (**E**) 1006

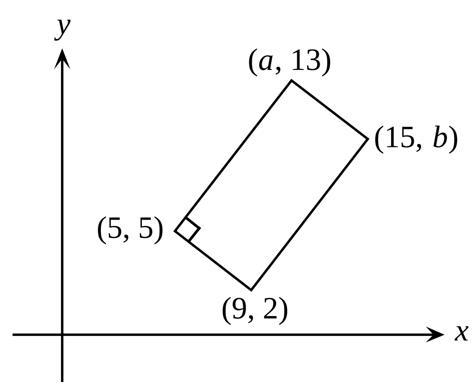
Solution

Les termes de la première suite augmentent de 17 et ceux de la deuxième augmentent de 11.
Après 71, le prochain terme commun aux deux suites sera égal à 71 plus le plus petit commun multiple de 11 et de 17, soit $71+187$ ou 258.

RÉPONSE : (C)

14. D'après le rectangle, quelle est la valeur de $a-b$?

(**A**) -3 (**B**) -1 (**C**) 0
(**D**) 3 (**E**) 1



Solution

Pour se rendre du point $(5,5)$ au point $(9,2)$, il faut se déplacer de 4 unités vers la droite et de 3 unités vers le bas.
Puisqu'il s'agit d'un rectangle, il faut se déplacer de la même façon pour se rendre du point $(a,13)$ au point $(15,b)$.
Donc $a+4=15$ et $13-3=b$, d'où $a=11$ et $b=10$. Donc $a-b=1$.

RÉPONSE : (E)

15. Les $\frac{2}{5}$ de la surface d'une petite île sont recouverts de forêts et $\frac{1}{4}$ du reste de l'île est recouvert de dunes de sable. L'île comprend aussi 90 hectares de terre arable. Si l'île n'est formée que de forêts, de dunes et de terre arable, quelle est la superficie totale de l'île, à l'hectare près?

(**A**) 163 (**B**) 120 (**C**) 200 (**D**) 138 (**E**) 257

Solution

Puisque les $\frac{2}{5}$ de la surface de l'île sont recouverts de forêts, $\frac{3}{5}$ de la surface de l'île sont recouverts de dunes et de terre arable.

Puisque $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}$, ou $\frac{3}{20}$ de la surface de l'île sont recouverts de dunes de sable, alors $\frac{3}{5}-\frac{3}{20}$, ou $\frac{9}{20}$ de la surface de l'île sont recouverts de terre arable. Donc $\frac{9}{20}$ de la surface de l'île correspondent à 90 hectares, ou $\frac{1}{20}$ de la surface correspond à 10 hectares. La superficie de l'île est donc égale à 20×10, ou 200 hectares. RÉPONSE : (C)

16. Combien y a-t-il de valeurs entières de *x* qui vérifient $\frac{x-1}{3}<\frac{5}{7}<\frac{x+4}{5}$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

Solution

Si on multiplie les trois fractions par $3(5)(7)$, les inégalités sont conservées et on a :

$$(\cancel{3})(5)(7)\frac{(x-1)}{\cancel{3}}<(3)(5)(\cancel{7})\frac{5}{\cancel{7}}<(3)(\cancel{5})(7)\frac{x+4}{\cancel{5}}$$

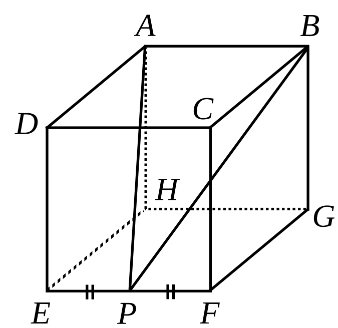
$$35(x-1)<75<21(x+4)$$

On doit donc avoir :

$$35(x-1)<75 \quad \text{et} \quad 21(x+4)>75$$
$$35x-35<75 \quad \text{et} \quad 21x+84>75$$
$$35x<110 \qquad 21x>-9$$
$$x<3\tfrac{1}{7} \qquad x>-\tfrac{9}{21}$$

Les seules valeurs entières de *x* qui vérifient les deux inéquations simultanément sont 0, 1, 2 et 3. Il y en a quatre. RÉPONSE : (E)

17. $ABCDEFGH$ est un cube ayant des côtés de longueur 2. P est le milieu de EF. L'aire du triangle APB est égale à :



(**A**) $\sqrt{8}$ (**B**) 3 (**C**) 6
(**D**) $\sqrt{2}$ (**E**) $\sqrt{32}$

Solution

La base AB du triangle APB a une longueur de 2. La hauteur correspondante du triangle est égale à BF. D'après le théorème de Pythagore, $BF=\sqrt{2^2+2^2}$, c'est-à-dire que $BF=\sqrt{8}$.

L’aire du triangle APB est égale à $\frac{2\times\sqrt{8}}{2}$, ou $\sqrt{8}$. RÉPONSE : (A)

18. Combien peut-on écrire d’entiers positifs de cinq chiffres si les entiers sont divisibles par 9 et si on n’emploie que les chiffres 3 et 6?

(**A**) 5 (**B**) 2 (**C**) 12 (**D**) 10 (**E**) 8

Solution

Puisque l’entier de cinq chiffres doit être divisible par 9, la somme de ses chiffres doit être divisible par 9. Il y a donc deux seuls cas à considérer.

1er cas Les entiers sont composés de un 6 et quatre 3.
Il y a cinq entiers possibles : $63\,333$, $36\,333$, $33\,633$, $33\,363$ et $33\,336$.

2e cas Les entiers sont composés de un 3 et quatre 6.
Il y a cinq entiers possibles : $36\,666$, $63\,666$, $66\,366$, $66\,636$ et $66\,663$.

Il y a 10 entiers en tout. RÉPONSE : (D)

19. Trois nombres différents sont choisis tels que lorsqu’on additionne tour à tour un des nombres à la moyenne des deux autres, on obtient 65, 69 et 76. La moyenne des trois nombres choisis est égale à :

(**A**) 34 (**B**) 35 (**C**) 36 (**D**) 37 (**E**) 38

Solution

Soit a, b et c les trois nombres.

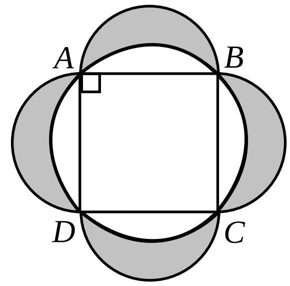
Selon l’énoncé, on a $a+\frac{b+c}{2}=65$, $b+\frac{c+a}{2}=69$ et $c+\frac{a+b}{2}=76$.

On multiplie chaque membre de chaque équation par 2 pour obtenir $2a+b+c=130$, $a+2b+c=138$ et $a+b+2c=152$.

On additionne les trois équations, membre par membre, pour obtenir $4a+4b+4c=420$, ou $a+b+c=105$.

La moyenne des trois nombres est égale à $\frac{a+b+c}{3}$, ou 35. RÉPONSE : (B)

20. Le carré $ABCD$, dont les côtés ont une longueur de 2, est inscrit dans un cercle. On utilise ensuite chaque côté du carré comme diamètre pour tracer quatre demi-cercles. L'aire de la partie ombrée à l'extérieur du cercle et à l'intérieur des demi-cercles est égale à :



(**A**) π (**B**) 4 (**C**) $2\pi - 2$
(**D**) $\pi + 1$ (**E**) $2\pi - 4$

Solution
La figure au complet est formée d'un carré et de 4 demi-cercles. L'aire de la partie ombrée est égale à l'aire de la figure au complet mois l'aire du cercle. Or on sait que le carré a des côtés de longueur 2 et que les demi-cercles ont des rayons de 1. Il reste à calculer le rayon du cercle.
D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = 2^2 + 2^2$, d'où $AC = \sqrt{8}$ ou $AC = 2\sqrt{2}$. Le cercle a donc un rayon de $\sqrt{2}$.

L'aire du carré est égale à 4. L'aire d'un demi-cercle est égale à $\frac{\pi \times 1^2}{2}$, ou $\frac{\pi}{2}$. L'aire du cercle est égale à $\pi \times \left(\sqrt{2}\right)^2$, ou 2π.

L'aire de la figure au complet est égale à $4 + 4\left(\frac{\pi}{2}\right)$, ou $4 + 2\pi$.

L'aire de la partie ombrée est égale à $(4 + 2\pi) - 2\pi$, ou 4. RÉPONSE : (B)

Partie C

21. Le point P est sur la droite définie par $y = 5x + 3$. Les coordonnées d'un point Q sont $(3, -2)$. Si M est le milieu de PQ, alors M doit être situé sur la droite définie par :

(**A**) $y = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$ (**B**) $y = 5x + 1$ (**C**) $y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$ (**D**) $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$ (**E**) $y = 5x - 7$

On trace la droite donnée, définie par $y = 5x + 3$. Elle passe par le point $(0, 3)$.

Solution 1

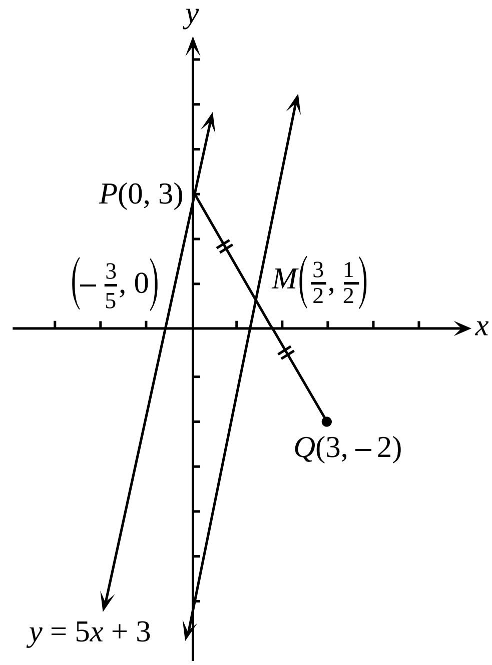
On choisit le point $P(0, 3)$ sur la droite.

Le milieu du segment PQ est le point $M\left(\frac{3+0}{2}, \frac{-2+3}{2}\right)$, ou $M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

La droite que l'on cherche doit passer par le point M et doit passer par le milieu de n'importe quel segment joignant un point de la droite donnée et le point Q. La seule droite qui satisfait à cette condition est la droite de pente 5, passant par $M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Son équation est :

$$y - \tfrac{1}{2} = 5\left(x - \tfrac{3}{2}\right)$$

ou $$y = 5x - 7$$



Solution 2

Soit $P(a, 5a+3)$ un point sur la droite d'équation $y = 5x + 3$ et soit $M(x, y)$ le milieu du segment PQ. On cherche une équation de la droite qui contient tous les points M. Puisque $M(x, y)$ est le milieu de PQ :

$$M(x, y) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{(5a+3)+(-2)}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{a+3}{2}, \frac{5a+1}{2}\right)$$

On a donc $x = \dfrac{a+3}{2}$ et $y = \dfrac{5a+1}{2}$. On isole a dans chaque équation pour obtenir $a = 2x - 3$ et $a = \dfrac{2y-1}{5}$. Puisqu'il s'agit du même a, alors $2x - 3 = \dfrac{2y-1}{5}$.

$$10x - 15 = 2y - 1$$
$$y = 5x - 7$$

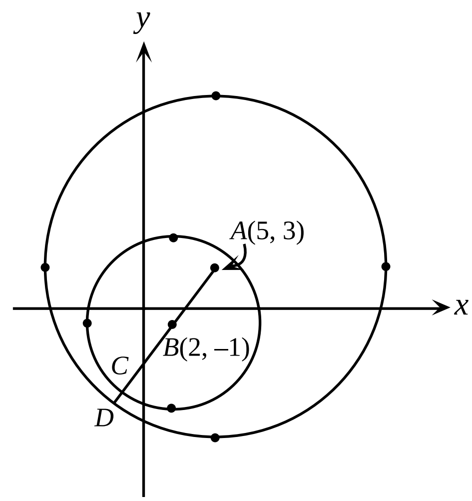
L'équation est $y = 5x - 7$. RÉPONSE : (E)

22. On considère deux cercles, le premier de centre $A(5, 3)$ et de rayon 12 et le deuxième de centre $B(2, -1)$ et de rayon 6. Quelle est la distance la plus courte entre les deux cercles?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

Solution

On trace un grand cercle de centre $A(5,3)$ et un petit cercle de centre $B(2,-1)$. On trace ensuite un rayon du grand cercle, passant par B. Le rayon coupe le petit cercle au point C et le grand cercle au point D. La distance la plus courte entre les deux cercles est égale à CD. Or $BC=6$ et $AD=12$.



$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(5-2)^2+(3-(-1))^2} \\ &= \sqrt{9+16} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD &= AD-(AB+BC) \\ &= 12-(5+6) \\ &= 1 \end{aligned}$$

RÉPONSE : (A)

23. Une bouteille fermée, contenant de l’eau, a été construite en attachant un cylindre de rayon 1 cm à un cylindre de rayon 3 cm, comme dans la Figure A. Lorsque la bouteille est tenue à l’endroit, le niveau de l’eau est à une hauteur de 20 cm, comme l’illustre la vue de face dans la Figure B. Lorsque la bouteille est tenue à l’envers, le niveau de l’eau est à une hauteur de 28 cm, comme l’illustre la Figure C. Quelle est la hauteur totale de la bouteille, en centimètres?

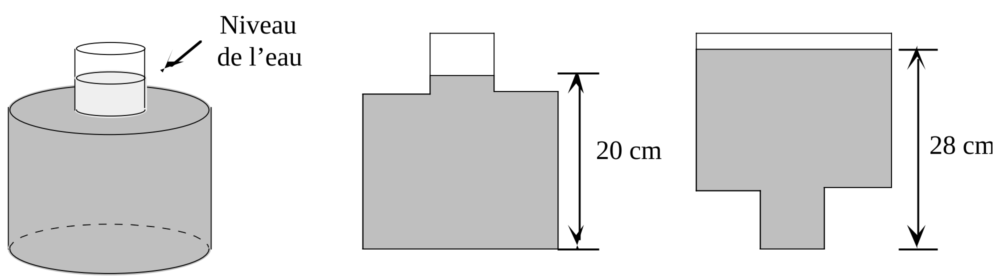


Figure A Figure B Figure C

(**A**) 29 (**B**) 30 (**C**) 31 (**D**) 32 (**E**) 48

Solution

Soit h la hauteur totale de la bouteille, en centimètres.

Le volume de l’eau est le même dans les deux positions. De même, le volume de la partie vide est le même dans les deux positions. Or il est plus facile de calculer le volume des deux parties vides.

Dans la figure B, la partie vide a une hauteur égale à $h-20$.

Son volume est donc égal à $\pi\times 1^2\times(h-20)$, ou $\pi(h-20)$.

Dans la figure C, la partie vide a une hauteur égale à $h-28$.

Son volume est donc égal à $\pi\times 3^2\times(h-28)$, ou $9\pi(h-28)$.

Puisque ces volumes sont égaux, on a :

$$\begin{aligned}\pi(h-20) &= 9\pi(h-28)\\ h-20 &= 9h-252\\ 8h &= 232\\ h &= 29\end{aligned}$$

La hauteur totale de la bouteille est de 29 cm. RÉPONSE : (A)

24. Un palindrome est un entier strictement positif dont les chiffres peuvent être lus de gauche à droite ou de droite à gauche, tout en donnant le même nombre. Par exemple, le nombre 2882 est un palindrome de quatre chiffres et le nombre 49194 est un palindrome de cinq chiffres. Il existe des paires de palindromes de quatre chiffres dont la somme est un palindrome de cinq chiffres. À titre d'exemple, les nombres 2882 et 9339. Combien de telles paires existe-t-il?

(**A**) 28 (**B**) 32 (**C**) 36 (**D**) 40 (**E**) 44

Solution

Puisqu'on additionne deux palindromes de quatre chiffres pour obtenir un palindrome de cinq chiffres, il doit s'agir de nombres de la forme suivante,

$$\begin{array}{r} a\,b\,b\,a \\ \underline{c\,d\,d\,c} \\ 1\,e\,f\,e\,1 \end{array}$$

c'est-à-dire que le premier chiffre de la somme doit être 1.

On conclut que $a+c=11$, puisque le chiffre des unités de $a+c$ est 1 et que $10 < a+c < 20$.

Il y a quatre valeurs possibles de a et de c :

a	2	3	4	5
c	9	8	7	6

On remarque que l'on pourrait prolonger le tableau, mais on obtiendrait les valeurs de a attribuées à c et vice versa.

On considère un de ces cas, $a=2$ et $c=9$.

$$\begin{array}{r} 2\,b\,b\,2 \\ \underline{9\,d\,d\,9} \\ 1\,e\,f\,e\,1 \end{array}$$

On voit que l'on peut former des palindromes de deux façons possibles, selon qu'il y a une retenue ou non. En effet, si on porte attention au e dans la colonne des milliers, on voit que $e=1$ s'il n'y a aucune retenue ou que $e=2$ s'il y a une retenue.

Si $e=1$, on voit, d'après les colonnes des dizaines et des centaines, que $b+d=0$, c'est-à-dire que $b=d=0$.

Si $e=2$, on voit, d'après les colonnes des dizaines et des centaines, que $b+d=11$.

Quelles que soient les valeurs de a et de c choisies, on doit avoir $b=d=0$ ou $b+d=11$.

On revient à la situation générale en examinant ces deux cas.

1^er^ cas : $b = d = 0$
Il y a 4 possibilités pour les valeurs de *a* et de *c*. Dans chaque cas, on a $b = d = 0$ puisque $b + d = 0$.

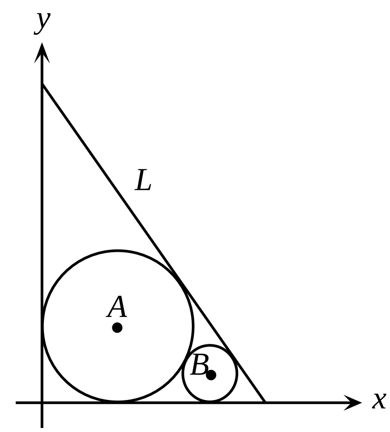
2^e^ cas : $b + d = 11$
Pour chacune des 4 possibilités pour les valeurs de *a* et de *c*, il y a 8 façons de choisir des valeurs de *b* et de *d* pour que $b + d = 11$. Il y a donc 32 possibilités dans ce cas.
Il y a un total de $4 + 32$, ou 36 possibilités.

RÉPONSE : (C)

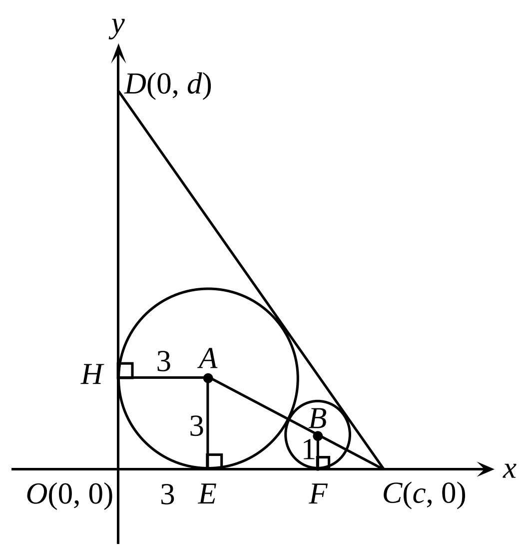
25. Le cercle de centre *A* a un rayon de 3. Il est tangent à la partie positive de l'axe des *x* et à la partie positive de l'axe des *y*. Le cercle de centre *B* a un rayon de 1 et il est tangent à la partie positive de l'axe des *x* et au cercle de centre *A*. La droite *L* est tangente au deux cercles. L'ordonnée à l'origine de la droite *L* est :

(**A**) $3 + 6\sqrt{3}$ (**B**) $10 + 3\sqrt{2}$ (**C**) $8\sqrt{3}$

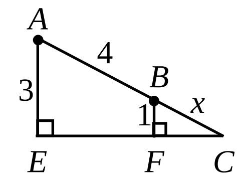
(**D**) $10 + 2\sqrt{3}$ (**E**) $9 + 3\sqrt{3}$



Solution
Soit $C(c, 0)$ et $D(0, d)$ les points d'intersection respectifs de la droite et des axes des *x* et des *y*.
On trace le segment AC qui passe par le point *B*, car AC est la bissectrice de l'angle OCD.
Aux points *A* et *B*, on abaisse des perpendiculaires à l'axe des *x*, jusqu'aux points respectifs *E* et *F*.
On abaisse aussi une perpendiculaire AH à l'axe des *y*.
On a donc $AH = AE = 3$.



Le diagramme ci-contre illustre les triangles ACE et BCF qui sont semblables, puisque leurs angles sont congrus deux à deux.



Soit $x = BC$. Donc :

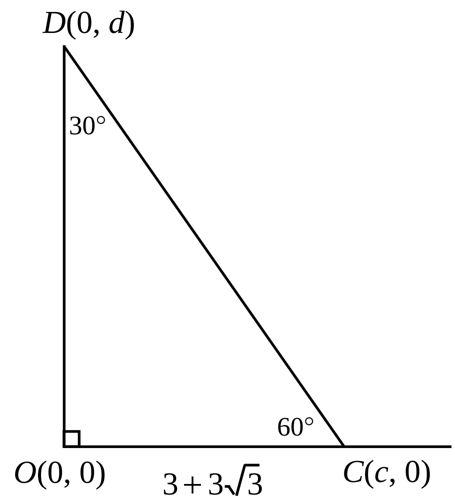
$$\frac{x}{1} = \frac{x+4}{3}$$
$$x = 2$$

Dans le triangle BCF, $FC^2 = 2^2 - 1^2$, ou $FC^2 = 3$.

$$FC = \sqrt{3}, \quad (FC > 0).$$

Le triangle est donc un triangle $30° - 60° - 90°$ et on a $\angle BCF = 30°$ et $\angle OCD = 60°$.
D'après les triangles semblables, on a donc $EF = 2\sqrt{3}$.

On a donc le diagramme ci-contre.
Donc : $d = \sqrt{3}\left(3 + 3\sqrt{3}\right)$
$= 3\sqrt{3} + 9$



RÉPONSE : (E)

✿✿✿✿✿✿✿✿✿