Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

# Concours Cayley (10e – Sec. IV)

## Le mercredi 21 février 2001

Avec la contribution de :

University of Waterloo

Samson Bélair Deloitte & Touche Comptables agréés

Avec la participation de :

Institut canadien des actuaires

Sybase inc (Waterloo)

Avec l'appui de :

London Life, compagnie d'assurance-vie et La Great-West, compagnie d'assurance-vie

Financière Manuvie

L'Équitable, Compagnie d'Assurance-Vie du Canada

---

**Durée :** 1 heure



**L'usage de la calculatrice est permis**, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

**Directives**

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
   Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
   Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

| Notation : | Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.<br>On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points. |
|---|---|

**Partie A : Chaque réponse exacte vaut 5 points**

1. La valeur de $\dfrac{5(6)-3(4)}{6+3}$ est :

   (**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) 31

2. Lorsque $\frac{1}{4}$ de 15 est multiplié par $\frac{1}{3}$ de 10, la réponse est :

   (**A**) 5 (**B**) $\frac{25}{2}$ (**C**) $\frac{85}{12}$ (**D**) $\frac{99}{8}$ (**E**) $\frac{25}{7}$

3. Si $x=\frac{1}{4}$, laquelle des expressions suivantes a la plus grande valeur?

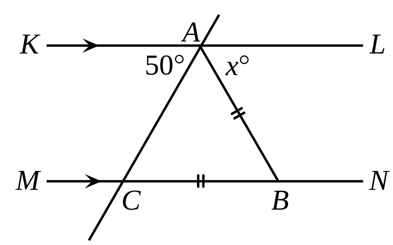
   (**A**) $x$ (**B**) $x^2$ (**C**) $\frac{1}{2}x$ (**D**) $\dfrac{1}{x}$ (**E**) $\sqrt{x}$

4. Dans une école, 20 filles et 30 garçons se sont inscrits au concours Cayley. Des certificats ont été remis à 20 % des filles et à 10 % des garçons. Quel pourcentage des élèves inscrits ont reçu un certificat?

   (**A**) 14 (**B**) 15 (**C**) 16 (**D**) 30 (**E**) 50

5. Dans le diagramme, $KL$ est parallèle à $MN$, $AB=BC$ et $\angle KAC=50°$. La valeur de $x$ est :

   (**A**) 40 (**B**) 65 (**C**) 25
   (**D**) 100 (**E**) 80

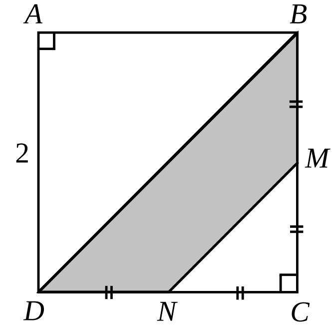



6. Dino a compté un total de 252 points dans 28 parties de basket-ball. Rima a joué 10 parties de moins que Dino. Sa moyenne de points par partie était supérieure de 0,5 point à celle de Dino. Combien de points Rima a-t-elle comptés?

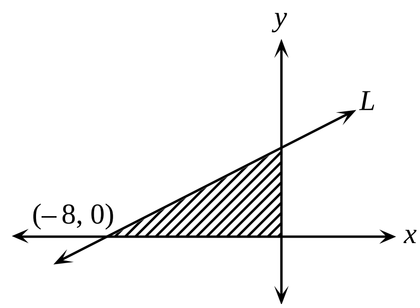
   (**A**) 153 (**B**) 171 (**C**) 180 (**D**) 266 (**E**) 144

7. Dans le diagramme, le carré $ABCD$ a des côtés de longueur 2, $M$ est le milieu de $BC$ et $N$ est le milieu de $CD$. L'aire de la région ombrée $BMND$ est égale à :

   (**A**) 1 (**B**) $2\sqrt{2}$ (**C**) $\frac{4}{3}$
   (**D**) $\frac{3}{2}$ (**E**) $4-\frac{3}{2}\sqrt{2}$



8. La droite $L$ croise l'axe des $x$ au point $(-8, 0)$. L'aire de la partie ombrée est égale à 16. Quelle est la pente de la droite $L$?




(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) 4 (**C**) $-\frac{1}{2}$
(**D**) 2 (**E**) $-2$

9. Si $\left[\left(10^{3}\right)\left(10^{x}\right)\right]^{2}=10^{18}$, la valeur de $x$ est :

(**A**) $\sqrt{2}$ (**B**) 12 (**C**) 6 (**D**) 1 (**E**) 3

10. La somme de cinq entiers consécutifs est égale à 75. La somme du plus grand et du plus petit de ces cinq entiers est égale à :

(**A**) 15 (**B**) 25 (**C**) 26 (**D**) 30 (**E**) 32

---

**Partie B : Chaque réponse exacte vaut 6 points**

11. Lorsqu'un entier positif $N$ est divisé par 60, le reste est égal à 49. Lorsque $N$ est divisé par 15, le reste est égal à :

(**A**) 0 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 8

12. Les 6 membres d'un comité directeur veulent convoquer une réunion. Chaque membre appelle 6 autres personnes qui, à leur tour, appellent chacune 6 autres personnes. Si aucune personne n'est appelée plus d'une fois, combien de personnes sauront qu'il y a une réunion?

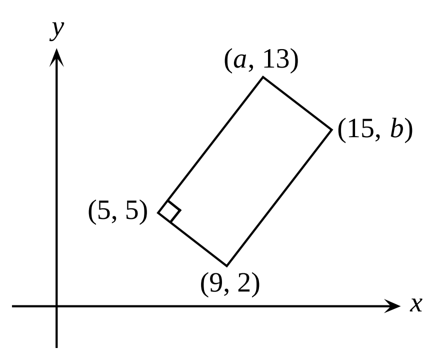
(**A**) 18 (**B**) 36 (**C**) 216 (**D**) 252 (**E**) 258

13. Les suites 3, 20, 37, 54, 71, … et 16, 27, 38, 49, 60, 71, … ont le terme commun 71. Le prochain terme commun aux deux suites est :

(**A**) 115 (**B**) 187 (**C**) 258 (**D**) 445 (**E**) 1006

14. D'après le rectangle, quelle est la valeur de $a - b$?

(**A**) $-3$ (**B**) $-1$ (**C**) 0
(**D**) 3 (**E**) 1



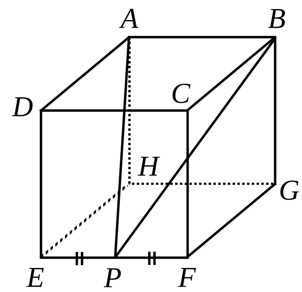

15. Les $\frac{2}{5}$ de la surface d'une petite île sont recouverts de forêts et $\frac{1}{4}$ du reste de l'île est recouvert de dunes de sable. L'île comprend aussi 90 hectares de terre arable. Si l'île n'est formée que de forêts, de dunes et de terre arable, quelle est la superficie totale de l'île, à l'hectare près?

(**A**) 163 (**B**) 120 (**C**) 200 (**D**) 138 (**E**) 257

16. Combien y a-t-il de valeurs entières de $x$ qui vérifient $\frac{x-1}{3} < \frac{5}{7} < \frac{x+4}{5}$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

17. $ABCDEFGH$ est un cube ayant des côtés de longueur 2. $P$ est le milieu de $EF$. L'aire du triangle $APB$ est égale à :




(**A**) $\sqrt{8}$ (**B**) 3 (**C**) $\sqrt{32}$
(**D**) $\sqrt{2}$ (**E**) 6

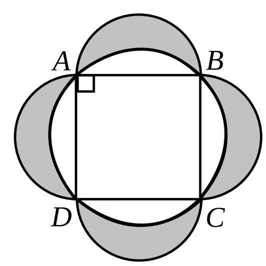
18. Combien peut-on écrire d'entiers positifs de cinq chiffres si les entiers sont divisibles par 9 et si on n'emploie que les chiffres 3 et 6?

(**A**) 5 (**B**) 2 (**C**) 12 (**D**) 10 (**E**) 8

19. Trois nombres différents sont choisis tels que lorsqu'on additionne tour à tour un des nombres à la moyenne des deux autres, on obtient 65, 69 et 76. La moyenne des trois nombres choisis est égale à :

(**A**) 34 (**B**) 35 (**C**) 36 (**D**) 37 (**E**) 38

20. Le carré $ABCD$, dont les côtés ont une longueur de 2, est inscrit dans un cercle. On utilise ensuite chaque côté du carré comme diamètre pour tracer quatre demi-cercles. L'aire de la partie ombrée à l'extérieur du cercle et à l'intérieur des demi-cercles est égale à :




(**A**) $\pi$ (**B**) 4 (**C**) $2\pi - 2$
(**D**) $\pi + 1$ (**E**) $2\pi - 4$

---

**Partie C : Chaque réponse exacte vaut 8 points**

21. Le point $P$ est sur la droite définie par $y = 5x + 3$. Les coordonnées d'un point $Q$ sont $(3, -2)$. Si $M$ est le milieu de $PQ$, alors $M$ doit être situé sur la droite définie par :

(**A**) $y = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$ (**B**) $y = 5x + 1$ (**C**) $y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$ (**D**) $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$ (**E**) $y = 5x - 7$

22. On considère deux cercles, le premier de centre $A(5, 3)$ et de rayon 12 et le deuxième de centre $B(2, -1)$ et de rayon 6. Quelle est la distance la plus courte entre les deux cercles?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

à suivre ...

23. Une bouteille fermée, contenant de l'eau, a été construite en attachant un cylindre de rayon 1 cm à un cylindre de rayon 3 cm, comme dans la Figure A. Lorsque la bouteille est tenue à l'endroit, le niveau de l'eau est à une hauteur de 20 cm, comme l'illustre la vue de face dans la Figure B. Lorsque la bouteille est tenue à l'envers, le niveau de l'eau est à une hauteur de 28 cm, comme l'illustre la Figure C. Quelle est la hauteur totale de la bouteille, en centimètres?

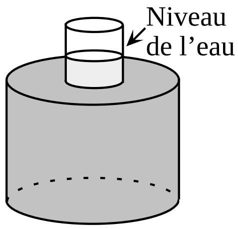



Figure A

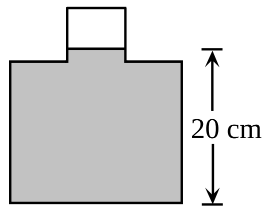



Figure B

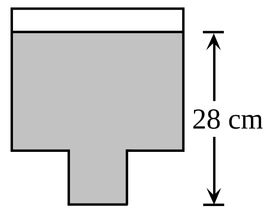



Figure C

(**A**) 29 (**B**) 30 (**C**) 31 (**D**) 32 (**E**) 48

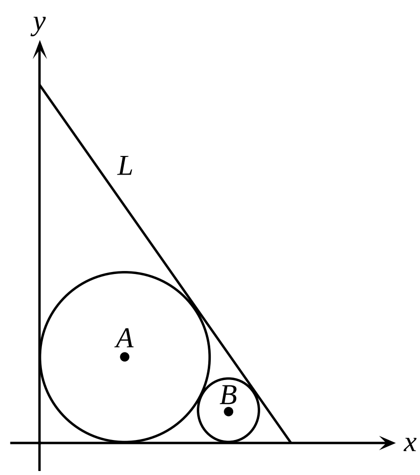
24. Un palindrome est un entier strictement positif dont les chiffres peuvent être lus de gauche à droite ou de droite à gauche, tout en donnant le même nombre. Par exemple, le nombre 2882 est un palindrome de quatre chiffres et le nombre 49194 est un palindrome de cinq chiffres. Il existe des paires de palindromes de quatre chiffres dont la somme est un palindrome de cinq chiffres. À titre d'exemple, les nombres 2882 et 9339. Combien de telles paires existe-t-il?

(**A**) 28 (**B**) 32 (**C**) 36 (**D**) 40 (**E**) 44

25. Le cercle de centre $A$ a un rayon de 3. Il est tangent à la partie positive de l'axe des $x$ et à la partie positive de l'axe des $y$. Le cercle de centre $B$ a un rayon de 1 et il est tangent à la partie positive de l'axe des $x$ et au cercle de centre $A$. La droite $L$ est tangente au deux cercles. L'ordonnée à l'origine de la droite $L$ est :

(**A**) $3+6\sqrt{3}$ (**B**) $10+3\sqrt{2}$ (**C**) $8\sqrt{3}$

(**D**) $10+2\sqrt{3}$ (**E**) $9+3\sqrt{3}$




❖ ❖ ❖ ❖ ❖