



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e – Sec. IV)

Le mercredi 23 février 2000

Avec la
contribution de :



Chartered Accountants

Avec la
participation de :



Institut canadien
des actuaires



Sybase
inc (Waterloo)

Avec
l'appui de :

London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance-vie

Northern Telecom
(Nortel)

Financière
Manuvie

L'Équitable, Compagnie
d'Assurance-Vie
du Canada

Durée : 1 heure

© 2000 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
 - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
 - Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
 - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.

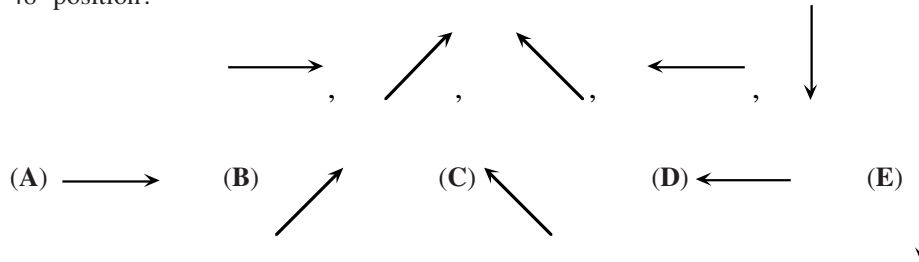
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A : 5 points par question

1. La valeur de $2(5-2) - 5^2$ est :

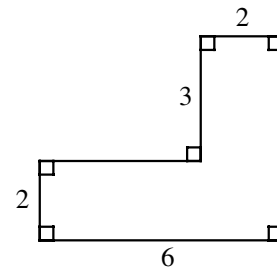
- (A) -19 (B) -4 (C) 1 (D) -11 (E) -17

2. Si la suite de cinq flèches, illustrée ci-dessous, se répète sans cesse, quelle flèche sera située dans la 48^e position?



3. Les nombres indiquent les longueurs des côtés de la figure. Quel est le périmètre de la figure?

- (A) 13 (B) 18 (C) 22
(D) 21 (E) 19

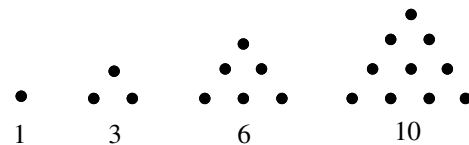


4. Un fermier possède 7 vaches, 8 brebis et 6 chèvres. Combien d'autres chèvres devrait-il acheter pour que la moitié de ses animaux soient des chèvres?

- (A) 18 (B) 15 (C) 21 (D) 9 (E) 6

5. Le diagramme illustre les quatre premiers nombres triangulaires, 1, 3, 6 et 10. Quel est le dixième nombre triangulaire?

- (A) 55 (B) 45 (C) 66
(D) 78 (E) 50

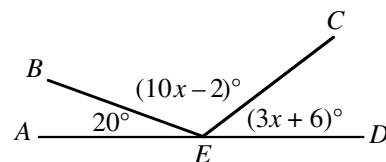


6. On considère un entier positif de dix chiffres dont la somme des chiffres est égale à 89. Le chiffre des unités est :

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

7. On considère un point E sur un segment de droite AD . Quelle est la mesure de l'angle CED ?

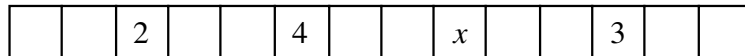
- (A) 20° (B) 12° (C) 42°
(D) 30° (E) 45°



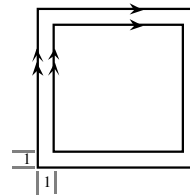
8. Lors d'un trajet de 240 kilomètres, le père de Carl a été chauffeur sur $\frac{1}{2}$ de la distance. Sa mère a été chauffeuse sur $\frac{3}{8}$ de la distance totale et Carl a été chauffeur sur le reste du trajet. Combien de kilomètres Carl a-t-il parcourus comme chauffeur?
- (A) 80 (B) 40 (C) 210 (D) 30 (E) 55
9. Évaluer $(-50) + (-48) + (-46) + \dots + 54 + 56$.
- (A) 156 (B) 10 (C) 56 (D) 110 (E) 162
10. Trois candidats du concours Cayley sont âgés de 15 ans et 9 mois, 16 ans et 1 mois et 15 ans et 8 mois. La moyenne de leur âge est :
- (A) 15 ans et 8 mois (B) 15 ans et 9 mois (C) 15 ans et 10 mois
(D) 15 ans et 11 mois (E) 16 ans

Partie B : 6 points par question

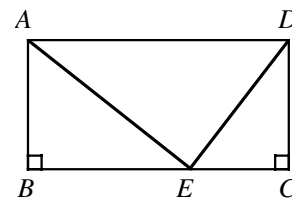
11. Un magasin de vêtements met ses tee-shirts en solde. Pour chaque achat de deux tee-shirts au prix régulier, on obtient un troisième tee-shirt au prix de 1 \$. Si on obtient 12 tee-shirts pour 120 \$, quel est le prix régulier d'un tee-shirt?
- (A) 10,00 \$ (B) 13,50 \$ (C) 14,00 \$ (D) 14,50 \$ (E) 15,00 \$
12. On place les entiers de 1 à n à égales distances l'un de l'autre autour d'un cercle. Si le nombre 5 est directement en face du nombre 14, alors n est égal à :
- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 20
13. La moyenne de 19 entiers consécutifs est égale à 99. Le plus grand de ces entiers est :
- (A) 118 (B) 108 (C) 109 (D) 117 (E) 107
14. On doit placer un entier strictement positif dans chaque case. Le produit de quatre entiers en positions adjacentes doit toujours être égal à 120. Quelle est la valeur de x ?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
15. On trace huit carrés, ayant un même centre, de manière que les côtés correspondants soient parallèles avec une distance d'une unité entre eux. Les deux plus grands carrés sont illustrés. Le plus grand carré a un périmètre de 96. Quel est le périmètre du plus petit carré?

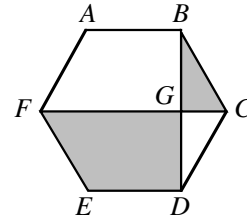


- (A) 40 (B) 68 (C) 32
(D) 64 (E) 89
16. Le diagramme illustre un rectangle $ABCD$, où $AD = 13$, $DE = 5$ et $EA = 12$. L'aire de $ABCD$ est égale à :



- (A) 39 (B) 60 (C) 52
(D) 30 (E) 25

17. $ABCDEF$ est un hexagone régulier dont les diagonales FC et BD se croisent au point G . Le rapport de l'aire du quadrilatère $FEDG$ à celle du triangle BCG est égal à :

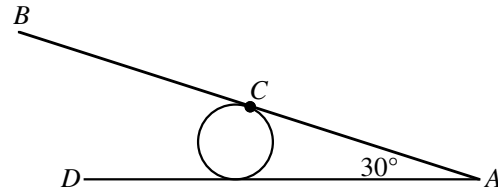


- (A) $3\sqrt{3}:1$ (B) 4:1 (C) 6:1
 (D) $2\sqrt{3}:1$ (E) 5:1

18. Soit a , b et c des entiers positifs distincts tels que $abc = 16$. La plus grande valeur possible de l'expression $a^b - b^c + c^a$ est :

- (A) 253 (B) 65 (C) 249 (D) 263 (E) 259

19. Une tige de métal, dont les extrémités sont A et B , est soudée en son milieu, C , à un bidon cylindrique ayant un diamètre de 12. La tige touche le sol au point A , formant un angle de 30° . Le bidon se met à rouler le long de AD , dans la direction de D . Quelle distance, le long de AD , le bidon doit-il parcourir pour que B touche le sol?



- (A) π (B) 2π (C) 3π
 (D) 4π (E) 5π

20. On forme vingt paires d'entiers en utilisant les entiers 1, 2, 3, ..., 40 une fois chacun. La différence positive entre les entiers de chaque paire doit être 1 ou 3. (Par exemple, on peut appairer 5 avec 2, 4, 6 ou 8.) Si on additionne toutes ces différences, la plus grande somme possible est :

- (A) 50 (B) 54 (C) 56 (D) 58 (E) 60

Partie C : 8 points par question

21. On considère un morceau de bois ayant la forme d'un prisme droit à base rectangulaire et dont les dimensions sont 4 sur 5 sur 6. On recouvre ce morceau de bois d'une couche de peinture verte, puis on le découpe en petits cubes mesurant 1 sur 1 sur 1. Le rapport du nombre de cubes ayant exactement deux faces vertes au nombre de cubes ayant trois faces vertes est égal à :

- (A) 9:2 (B) 9:4 (C) 6:1 (D) 3:1 (E) 5:2

22. Une fourmi se promène à l'intérieur d'un rectangle mesurant 18 cm sur 150 cm. La fourmi parcourt des chemins droits qui forment tous des angles de 45° avec les côtés du rectangle. La fourmi commence à un point X situé sur un des petits côtés du rectangle. La première fois que la fourmi atteint le côté opposé, elle arrive au milieu du côté. Quelle est la distance, en centimètres, du point X jusqu'au coin le plus proche?

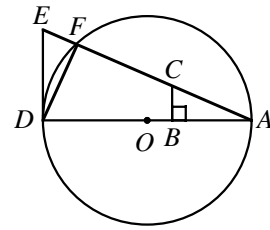
- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

23. On considère un entier de 2000 chiffres dont le premier chiffre, à l'extrême gauche, est un 3. Les chiffres de l'entier sont placés de manière que n'importe quels deux chiffres consécutifs forment un nombre divisible par 17 ou par 23. Le 2000^e chiffre peut être a ou b . Quelle est la valeur de $a + b$?

- (A) 3 (B) 7 (C) 4 (D) 10 (E) 17

à suivre ...

24. Dans le diagramme, on a $\angle ABC = 90^\circ$, CB est parallèle à ED , $AB = DF$, $AD = 24$ et $AE = 25$. De plus, O est le centre du cercle. Quel est le périmètre du quadrilatère $CBDF$?



- (A) 39 (B) 40 (C) 42
 (D) 43 (E) 44

25. On considère le système d'équations $x^2 + x^2y^2 + x^2y^4 = 525$ et $x + xy + xy^2 = 35$. La somme des valeurs réelles de y qui vérifient le système d'équations est égale à :

- (A) 20 (B) 2 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{55}{2}$ (E) $\frac{5}{2}$