Concours
canadien de
mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

1999 Solutions

Concours Gauss

(7e et 8e années – Sec. I et II)

CONCOURS GAUSS 7e

Partie A

1. $1999 - 999 + 99$ est égal à :
(**A**) 901 (**B**) 1099 (**C**) 1000 (**D**) 199 (**E**) 99

Solution
$1999 - 999 + 99$
$= 1000 + 99$
$= 1099$

RÉPONSE : (B)

2. L'entier 287 est divisible par :
(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 6

Solution 1
Puisque le nombre 287 est impair, il n'est pas divisible par 4 ou par 6.
Puisque 287 ne se termine pas par un 5 ou un 0, il n'est pas divisible par 5.
Puisque la somme des chiffres de 287 est 17 et que cette somme n'est pas divisible par 3, alors 287 n'est pas divisible par 3.
Il ne reste plus que le 7. On peut vérifier que 287 est divisible par 7.

Solution 2
On peut vérifier, de façon manuelle ou à l'aide d'une calculatrice, que $\frac{287}{3} = 95{,}66\ldots$; $\frac{287}{4} = 71{,}75$; $\frac{287}{5} = 57{,}4$; $\frac{287}{7} = 41$; $\frac{287}{6} = 47{,}833\ldots$

RÉPONSE : (D)

3. Susanne veut verser 35,5 kg de sucre dans des petits sacs. Si chaque sac peut contenir 0,5 kg, de combien de sacs aura-t-elle besoin?
(**A**) 36 (**B**) 18 (**C**) 53 (**D**) 70 (**E**) 71

Solution
Le nombre de sacs est égal à : $\frac{35{,}5}{0{,}5} = 71$

RÉPONSE : (E)

4. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ est égal à :
(**A**) $\frac{15}{8}$ (**B**) $1\frac{3}{14}$ (**C**) $\frac{11}{8}$ (**D**) $1\frac{3}{4}$ (**E**) $\frac{7}{8}$

Solution
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
$= \frac{8}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$

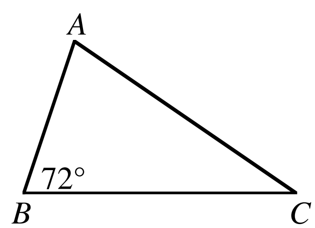
$= \frac{15}{8}$ RÉPONSE : (A)

5. Laquelle des expressions suivantes donne un nombre impair?
(**A**) 6^2 (**B**) $23 - 17$ (**C**) 9×24 (**D**) $96 \div 8$ (**E**) 9×41

Solution 1
On évalue chaque expression directement.
(**A**) $6^2 = 36$ (**B**) $23 - 17 = 6$ (**C**) $9 \times 24 = 216$ (**D**) $96 \div 8 = 12$ (**E**) $9 \times 41 = 369$

Solution 2
On pense aux propriétés des nombres pairs et des nombres impairs.
(**A**) (pair) × (pair) = pair
(**B**) (impair) – (impair) = pair
(**C**) (impair) × (pair) = pair
(**D**) (pair) ÷ (pair) = pair ou impair (Il faut évaluer.)
(**E**) (impair) × (impair) = impair RÉPONSE : (E)

6. Dans le triangle ABC, $\angle B = 72°$. Quelle est la somme des mesures des deux autres angles, en degrés?
(**A**) 144 (**B**) 72 (**C**) 108
(**D**) 110 (**E**) 288



Solution
Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°, alors :
$\angle A + \angle C = 180° - 72°$
$= 108°$ RÉPONSE : (C)

7. Si on place les nombres $\frac{4}{5}$, 81 % et 0,801 en ordre, du plus petit au plus grand, le bon ordre est :
(**A**) $\frac{4}{5}$; 81 %; 0,801 (**B**) 81 %; 0,801; $\frac{4}{5}$ (**C**) 0,801; $\frac{4}{5}$; 81 %
(**D**) 81 %; $\frac{4}{5}$; 0,801 (**E**) $\frac{4}{5}$; 0,801; 81 %

Solution
On écrit les nombres sous forme décimale pour mieux les comparer.
On a $\frac{4}{5} = 0{,}800$; 81 % = 0,810; 0,801.
Du plus petit au plus grand, on a $\frac{4}{5}$; 0,801; 81 %. RÉPONSE : (E)

8. La moyenne des nombres 10, 4, 8, 7 et 6 est égale à :
(**A**) 33 (**B**)13 (**C**) 35 (**D**) 10 (**E**) 7

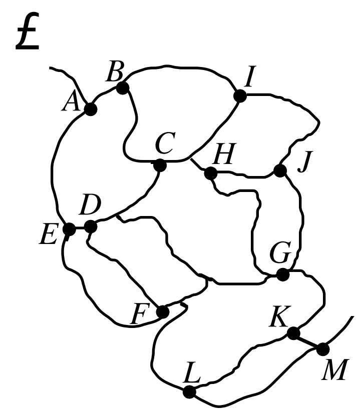
Solution

La moyenne est égale à : $\frac{10+4+8+7+6}{5}$

$= \frac{35}{5}$

$= 7$ RÉPONSE : (E)

9. Le diagramme est une carte indiquant des sentiers dans une forêt. André se propose de visiter les sites, de *A* à *M*, en ordre alphabétique. Il ne doit jamais revenir sur ses pas et il doit toujours procéder directement d'un site au suivant. Quel est le nombre maximal de sites qu'il peut visiter avant de briser l'ordre alphabétique?



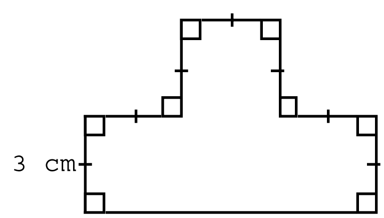
(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8
(**D**) 10 (**E**) 13

Solution

En traçant à l'aide d'un crayon, on peut visiter les sites de *A* à *J* en ordre alphabétique, sans revenir sur ses pas. On constate alors qu'il est impossible de se rendre au site *K* sans passer par *G* ou sans retracer ses pas.

Puisque *J* est la dixième lettre de l'alphabet, André peut visiter un maximum de 10 sites avant de briser l'ordre alphabétique. RÉPONSE : (D)

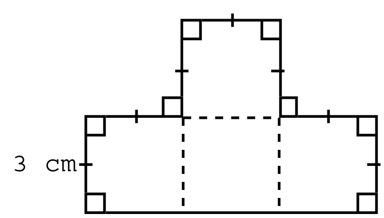
10. Dans le diagramme, les segments se rencontrent en formant des angles de 90°. Si les petits segments mesurent 3 cm, quelle est l'aire de la figure, en centimètres carrés?



(**A**) 30 (**B**) 36 (**C**) 40
(**D**) 45 (**E**) 54

Solution

Les quatre carrés sont identiques. Ils ont chacun une aire égale à : $3 \times 3 = 9$ cm^2. L'aire de la figure est égale à : $4 \times 9 = 36$ cm^2.



RÉPONSE : (B)

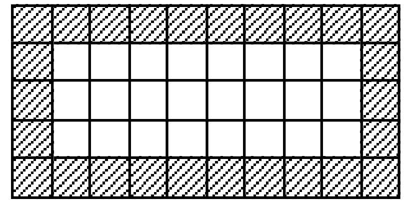
Partie B

11. On a recouvert de tuiles carrées le parquet d'une salle rectangulaire. La salle mesure 10 tuiles de long et 5 tuiles de large. Le nombre de tuiles qui touchent aux murs de la salle est :

(**A**) 26 (**B**) 30 (**C**) 34 (**D**) 46 (**E**) 50

Solution

On trace un quadrillage mesurant 10×5, ce qui permet de compter les tuiles qui touchent aux murs de la salle. On voit qu'il y a 26 tuiles qui touchent aux murs de la salle. On peut aussi compter $2 \times 10 + 2 \times 5 - 4 = 26$. On a soustrait 4 parce que les quatre tuiles des coins ont été comptées deux fois. Si la salle avait mesuré L tuiles de long et l tuiles de large, le nombre de tuiles qui touchent aux murs de la salle serait égal à $2L + 2l - 4$.



RÉPONSE : (A)

12. Cinq élèves, France, Gaëlle, Henri, Isabelle et Jean, sont assis dans cet ordre autour d'une table de forme circulaire. Pour décider qui sera premier à un jeu, ils décident de faire un compte à rebours. Henri dit '34', puis Isabelle dit '33'. Les cinq élèves continuent ainsi le compte à rebours, dans l'ordre où ils sont assis. Qui est celui ou celle qui dira '1'?

(**A**) France (**B**) Gaëlle (**C**) Henri (**D**) Isabelle (**E**) Jean

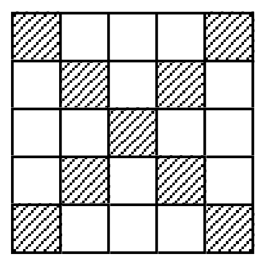
Solution

Puisqu'il y a cinq personnes autour de la table, chacun dira un nombre à tous les cinq nombres.
Henri dira '34', '29', '24', '19', '14', '9', '4'. Isabelle dira '33', '28', '23', '18', '13', '8', '3'.
Jean dira '32', '27', '22', '17', '12', '7', '2'. France dira '31', '26', '21', '16', '11', '6', '1'.
Gaëlle dira '30', '25', '20', '15', '10', '5'.
Pour les mathématiciennes et les mathématiciens, il s'agit d'un problème portant sur l'arithmétique modulo 5.

RÉPONSE : (A)

13. Dans le diagramme, le pourcentage des petits carrés qui sont ombrés est égal à :

(**A**) 9 (**B**) 33 (**C**) 36
(**D**) 56,25 (**E**) 64



Solution

Il y a 9 petits carrés ombrés, sur un total de 25 petits carrés.
Le rapport est donc égal à $\frac{9}{25}$, ce qui correspond à 36 %.

RÉPONSE : (C)

14. Lequel des nombres suivants est un nombre impair, contenant le chiffre 5, divisible par 3 et situé entre les nombres 12^2 et 13^2?

(**A**) 105 (**B**) 147 (**C**) 156 (**D**) 165 (**E**) 175

Solution

Puisque $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$, on rejette les choix 105 et 175.
On rejette aussi le choix 156 qui est un nombre pair. Il reste 147 et 165. Puisque 147 ne contient pas le chiffre 5, ce choix est rejetté. Il ne reste plus que 156. On peut vérifier qu'il satisfait à toutes les

conditions. RÉPONSE : (C)

15. Dans une boîte, il y a 36 cubes roses, 18 cubes bleus, 9 cubes verts, 6 cubes rouges et 3 cubes mauves, tous de format identique. Si on choisit un cube au hasard, quelle est la probabilité de choisir un cube vert?

(**A**) $\frac{1}{9}$ (**B**) $\frac{1}{8}$ (**C**) $\frac{1}{5}$ (**D**) $\frac{1}{4}$ (**E**) $\frac{9}{70}$

Solution

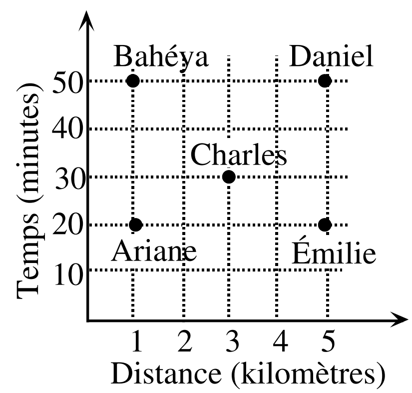
En tout, il y a 72 cubes de format indentique.

Puisqu'il y a 9 cubes verts, la probabilité de choisir un cube vert est égale à : $\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$

RÉPONSE : (B)

16. Le graphique représente le temps que cinq personnes ont mis pour parcourir diverses distances. En moyenne, quelle personne était la plus rapide?

(**A**) Ariane (**B**) Bahéya (**C**) Charles
(**D**) Daniel (**E**) Émilie



Solution

Le tableau suivant indique les données du graphique, ainsi que leur vitesse moyenne.

On rappelle que vitesse moyenne $= \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$.

	Distance (km)	Temps (minutes)	Vitesse (km/min)
Ariane	1	20	$\frac{1}{20} = 0{,}05$
Bahéya	1	50	$\frac{1}{50} = 0{,}02$
Charles	3	30	$\frac{3}{30} = 0{,}10$
Daniel	5	50	$\frac{5}{50} = 0{,}10$
Émilie	5	20	$\frac{5}{20} = 0{,}25$

Émilie est la plus rapide. RÉPONSE : (E)

17. Une suite de type Fibonacci est une suite de nombres dans laquelle chaque nombre, à partir du troisième, est la somme des deux nombres précédents. Si le premier nombre d'une telle suite est 2 et le troisième est 9, quel est le huitième nombre de la suite?

(**A**) 34 (**B**) 36 (**C**) 107 (**D**) 152 (**E**) 245

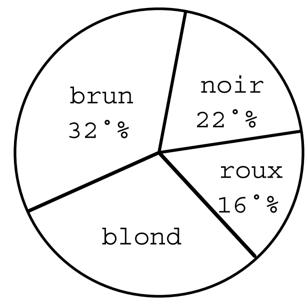
Solution

Puisque le premier nombre est 2 et le troisième est 9, le deuxième doit être 7.
La suite est donc : 2, 7, 9, 16, 25, 41, 66, 107. Le huitième nombre est 107.

RÉPONSE : (C)

18. Le diagramme circulaire indique les résultats d'un sondage, mené auprès de 600 personnes, portant sur la couleur des cheveux. Combien de ces personnes ont les cheveux blonds?

(**A**) 30 (**B**) 160 (**C**) 180
(**D**) 200 (**E**) 420



Couleur des cheveu

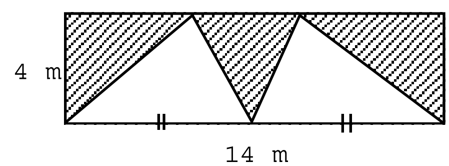
Solution

D'après le diagramme, 30 % des 600 personnes ont les cheveux blonds.
Or 30 % de 600 est égal à $0{,}30 \times 600$ ou $\frac{30}{100} \times 600$, c.-à-d. à 180.
Il y a donc 180 des 600 personnes qui ont les cheveux blonds.

RÉPONSE : (C)

19. Quelle est l'aire de la partie ombrée du rectangle, en mètres carrés?

(**A**) 14 (**B**) 28 (**C**) 33,6
(**D**) 56 (**E**) 42



Solution

Les deux triangles non ombrés ont chacun une base de 7 m et une hauteur de 4 m. Chacun a donc une aire égale à : $\frac{7 \times 4}{2} = 14$ m^2. Les deux triangles ont donc une aire totale de 28 m^2.
La partie ombrée est égale à : $56 - 28 = 28$ m^2

RÉPONSE : (B)

20. On place les neuf premiers entiers impairs positifs dans le carré magique, de manière que la somme des nombres dans chaque rangée, chaque colonne et chaque diagonale soit la même. Quelle est la valeur de $A + E$?

(**A**) 32 (**B**) 28 (**C**) 26
(**D**) 24 (**E**) 16

A	1	B
5	C	13
D	E	3

Solution

La somme des neuf premiers entiers impairs positifs est égale à :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 81$$

Puisque la somme des nombres dans chaque colonne est la même, cette somme est égale à : $\frac{81}{3} = 27$.

Il en est de même pour les rangées. Puisque $B + 13 + 3 = 27$, alors $B = 11$.

Dans la première rangée, $A+1+11=27$. Donc $A=15$.
Dans la première colonne, $15+5+D=27$. Donc $D=7$.
Dans la troisième rangée, $7+E+3=27$. Donc $E=17$.
Donc : $A+E=15+17$
$=32$ RÉPONSE : (A)

Partie C

21. On joue un jeu sur le tableau illustré. À chaque tour, on doit se déplacer de trois positions dans n'importe quelle direction (à droite, à gauche, vers le haut ou vers le bas), puis de deux positions dans une direction perpendiculaire à la première. Si on est en position S, laquelle des positions P, Q, R, T ou W ne peut jamais être obtenue de la manière décrite, peu importe le nombre de tours que l'on joue?

		P		
	Q		R	
		T		
S				W

(**A**) P (**B**) Q (**C**) R (**D**) T (**E**) W

Solution
En partant de S, on peut atteindre la position R. En partant de S, on peut aussi atteindre la position P. On peut ensuite atteindre l'une après l'autre les positions W et Q. Pour arriver à la position T, il faudrait être placé à l'extérieur du tableau pour se déplacer de trois positions, puis de deux positions.
RÉPONSE : (D)

22. On colle ensemble 42 cubes, mesurant chacun 1 cm de large, pour former un prisme droit à base rectangulaire. Si la base du prisme a un périmètre de 18 cm, quelle est la hauteur du prisme, en centimètres?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) $\frac{7}{3}$ (**D**) 3 (**E**) 4

Solution 1
Puisque le prisme a un volume de 42 cm^3, on peut l'obtenir en multipliant $42\times1\times1$, $6\times7\times1$, $21\times2\times1$, $2\times3\times7$ ou $14\times3\times1$.
Pour avoir un périmètre de 18 cm, il faut que la longueur et la largeur aient une somme de 9 cm. Parmi les possibilités ci-dessus, seule $2\times3\times7$ permet une telle somme.
On a donc une longueur de 7 cm et une largeur de 2 cm.
La hauteur est donc égale à 3 cm.

Solution 2
Puisque le prisme a un périmètre de 18 cm, le tableau suivant donne les seules possibilités quant à la longueur L et à la largeur l.

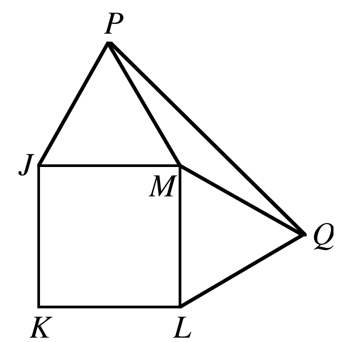
longueur (L)	largeur (l)
8	1
7	2
6	3
5	4

Puisque le prisme a un volume de 42 cm^3, ces possibilités donnent les équations suivantes, h étant la

hauteur du prisme : $8 \times 1 \times h = 42$, $7 \times 2 \times h = 42$, $6 \times 3 \times h = 42$ et $5 \times 4 \times h = 42$.
La seule valeur entière possible de h est $h = 3$, avec $L = 7$ et $l = 2$.
La hauteur est donc égale à 3 cm. RÉPONSE : (D)

23. Le diagramme illustre un carré $JKLM$. Les points P et Q sont situés à l'extérieur du carré, de manière que les triangles JMP et MLQ soient équilatéraux. La mesure de l'angle PQM, en degrés, est égale à :

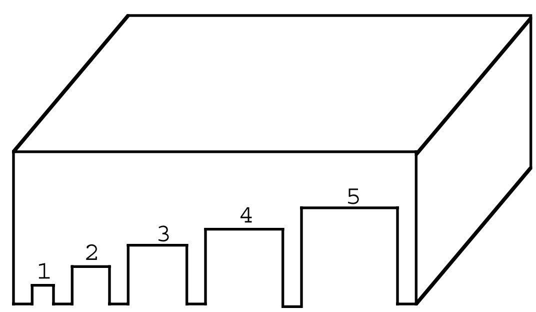
(**A**) 10 (**B**) 15 (**C**) 25
(**D**) 30 (**E**) 150



Solution
Puisque les triangles JMP et MLQ sont équilatéraux, alors $\angle PMJ = 60°$ et $\angle QML = 60°$.
Donc : $\angle PMQ = 360° - 90° - 60° - 60°$
$= 150°$
Puisque les côtés JM, ML, MP et MQ sont congrus, le triangle PQM est isocèle.
Donc $\angle MPQ = \angle MQP$ et puisque $\angle PMQ = 150°$, chacun mesure 15°.

RÉPONSE : (B)

24. On a découpé une face d'une boîte, le long d'un bord, pour former cinq trous de grandeurs croissantes. La boîte est utilisée pour un jeu de billes. Le nombre au-dessus d'un trou indique le nombre de points comptés lorsqu'une bille roule dans le trou. On a des petites, des moyennes et des grosses billes. Les petites peuvent passer dans n'importe quel trou, tandis que les moyennes peuvent passer dans les trous numéros 3, 4 et 5. Les grosses billes peuvent seulement passer dans le trou numéro 5. Supposons que vous pouvez choisir jusqu'à 10 billes de chaque grandeur et que vous réussissez à faire pénétrer chaque bille dans un trou. Quel est le nombre maximal de billes qu'il faudrait faire rouler pour obtenir 23 points?



(**A**) 12 (**B**) 13 (**C**) 14
(**D**) 15 (**E**) 16

Solution
Puisqu'on cherche le nombre ***maximal*** de billes, on en veut beaucoup. On commence donc par utiliser les 10 petites billes que l'on fait rouler dans le trou numéro 1 pour un total de 10 points. Il reste alors 13 points à obtenir. On peut continuer avec trois billes moyennes que l'on fait rouler dans les trous respectifs numéros 5, 5 et 3. On a alors utilisé 13 billes en tout.

Pour obtenir les 13 derniers points, on peut aussi utiliser quatre billes moyennes que l'on fait rouler dans les trous respectifs numéros 3, 3, 3 et 4. On a alors utilisé 14 billes en tout.

Voici une autre façon de s'y prendre. On choisit 10 petites billes et on en fait rouler neuf dans le trou numéro 1 et une dans le trou numéro 2, pour un total de 11 points. On choisit alors quatre billes moyennes que l'on fait rouler dans le trou numéro 3, pour un total global de 23 points. On a alors utilisé 14 billes. RÉPONSE : (C)

25. Dans une ligue de balle molle, chaque équipe a rencontré chaque autre équipe 4 fois. Voici les points obtenus par les équipes de la ligue : Lions, 22; Tigres, 19; Cougars, 14; Panthères, 12. Si chaque équipe a reçu trois points pour une victoire, un point pour un match nul et aucun point pour une défaite, combien y a-t-il eu de matchs nuls?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 10

Solution

Lorsque chaque équipe rencontre chaque autre équipe une seule fois, le nombre de parties est égal à : $3+2+1=6$

Puisque chaque équipe rencontre chaque autre équipe quatre fois, le nombre de parties est égal à : $4\times 6=24$

Puisqu'on accorde trois points par victoire, si chaque partie avait une équipe gagnante, le nombre total de points accordés serait égal à : $3\times 24=72$

Si on additionne le nombre de points des équipes, on obtient : $22+19+14+12=67$

À chaque match nul, chacune des deux équipes reçoit un point. On accorde donc un total de deux points au lieu des trois points pour une victoire. Chaque point qu'il manque pour faire 72 correspond donc à un match nul.

Le nombre de matchs nuls est donc égal à : $72-67=5$ RÉPONSE : (C)

CONCOURS GAUSS 8e

Partie A

1. $10^3 + 10^2 + 10$ est égal à :
(**A**) 1110 (**B**) 101 010 (**C**) 111 (**D**) 100 010 010 (**E**) 11 010

Solution
$10^3 + 10^2 + 10$
$= 1000 + 100 + 10$
$= 1110$
RÉPONSE : (A)

2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ est égal à :
(**A**) $\frac{2}{5}$ (**B**) $\frac{1}{6}$ (**C**) $\frac{1}{5}$ (**D**) $\frac{3}{2}$ (**E**) $\frac{5}{6}$

Solution
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$
$= \frac{5}{6}$
RÉPONSE : (E)

3. Laquelle des expressions suivantes donne un nombre impair?
(**A**) 6^2 (**B**) $23 - 17$ (**C**) 9×24 (**D**) 9×41 (**E**) $96 \div 8$

Solution 1
On évalue chaque expression.
(**A**) $6^2 = 36$ (**B**) $23 - 17 = 6$ (**C**) $9 \times 24 = 216$ (**D**) $9 \times 41 = 369$ (**E**) $96 \div 8 = 12$

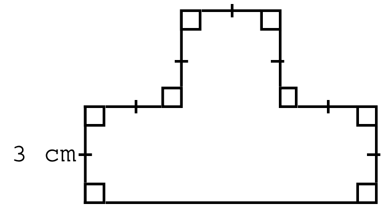
Solution 2
On pense aux propriétés des nombres pairs et des nombres impairs.
(**A**) (pair) × (pair) = pair
(**B**) (impair) – (impair) = pair
(**C**) (impair) × (pair) = pair
(**D**) (impair) × (impair) = impair
(**E**) (pair) ÷ (pair) = pair ou impair (Il faut évaluer.)
RÉPONSE : (D)

4. Lorsqu'on divise 82 460 par 8, quel reste obtient-on?
(**A**) 0 (**B**) 5 (**C**) 4 (**D**) 7 (**E**) 2

Solution
Lorsqu'on divise par 8, le reste est déterminé par les trois derniers chiffres. Il suffit donc de vérifier le reste lorsqu'on divise 460 par 8.

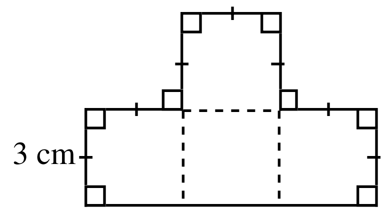
Puisque $460 = 8 \times 57 + 4$, le reste est 4. RÉPONSE : (C)

5. Dans le diagramme, les segments se rencontrent pour former des angles de $90°$. Si les petits segments mesurent 3 cm, quelle est l'aire de la figure, en centimètres carrés?



(**A**) 30 (**B**) 36 (**C**) 40
(**D**) 45 (**E**) 54

Solution



Les quatre carrés sont identiques.
Ils ont chacun une aire de : $3 \times 3 = 9$ cm^2
L'aire de la figure est égale à : $4 \times 9 = 36$ cm^2

RÉPONSE : (B)

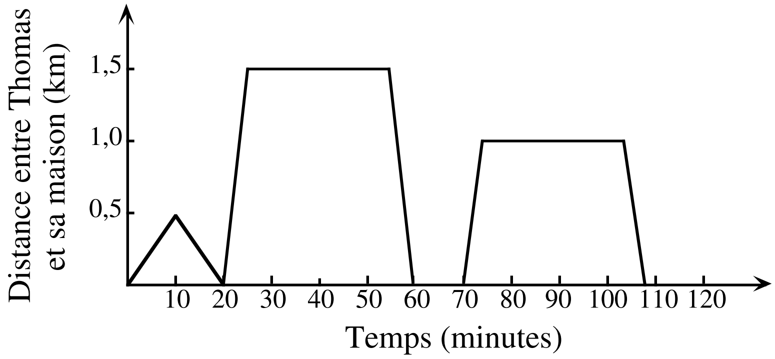
6. La moyenne des nombres -5, -2, 0, 4 et 8 est égale à :
(**A**) 1 (**B**) 0 (**C**) $\frac{19}{5}$ (**D**) $\frac{5}{4}$ (**E**) $\frac{9}{4}$

Solution
La moyenne est égale à : $\dfrac{(-5)+(-2)+0+4+8}{5} = 1$ RÉPONSE : (A)

7. Si on augmentait le taux d'une taxe de 7 % à 7,5 %, alors la taxe imposée sur un item de 1000 $ augmenterait de :
(**A**) 75,00 $ (**B**) 5,00 $ (**C**) 0,5 $ (**D**) 0,05 $ (**E**) 7,50 $

Solution
Si le taux augmente de 0,5 %, cela correspond à une augmentation de taxe de 0,50 $ sur chaque tranche de 100 $.
La taxe imposée sur un item de 1000 $ augmenterait donc de : $10 \times 0,50 = 5,00$ $.
RÉPONSE : (B)

8. Thomas a passé une partie de la matinée à rendre visite à des amis et à jouer avec eux. Le graphique illustre ses allées et venues. Il s'est rendu à la maison de chaque ami et il est resté jouer si l'ami y était. Le nombre de maisons où il est resté jouer est :
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5



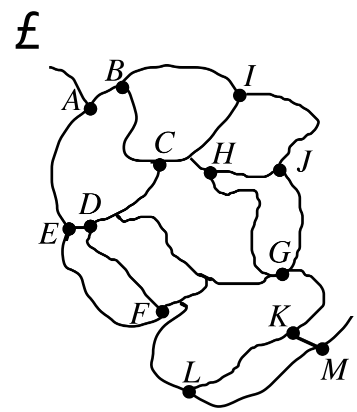
Solution

Le graphique indique trois allées et venues. La première partie, en forme de triangle, indique qu'il s'est rendu à une maison, à 0,5 km de sa maison, et qu'il est revenu immédiatement.

Dans les deux autres cas, la ligne horizontale indique qu'il est resté.

Dans chacun de ces deux cas, il est demeuré une trentaine de minutes. RÉPONSE : (B)

9. Le diagramme est une carte indiquant des sentiers dans une forêt. André se propose de visiter les sites, de A à M, en ordre alphabétique. Il ne doit jamais revenir sur ses pas et il doit toujours procéder directement d'un site au suivant. Quel est le nombre maximal de sites qu'il peut visiter avant de briser l'ordre alphabétique?



(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8
(**D**) 10 (**E**) 13

Solution

En traçant à l'aide d'un crayon, on peut visiter les sites de A à J en ordre alphabétique, sans revenir sur ses pas. On constate alors qu'il est impossible de se rendre au site K sans passer par G ou sans retracer ses pas.

Puisque J est la dixième lettre de l'alphabet, André peut visiter un maximum de 10 sites avant de briser l'ordre alphabétique. RÉPONSE : (D)

10. Un jardin de forme rectangulaire a une aire de 28 m^2. Il a une longueur de 7 m. Son périmètre, en mètres, est égal à :

(**A**) 22 (**B**) 11 (**C**) 24 (**D**) 36 (**E**) 48

Solution

Puisque le jardin a une aire de 28 m^2 et une longueur de 7 m, sa largeur est égale à 4 m.

Son périmètre est égal à : $2(4+7)=22$ m RÉPONSE : (A)

Partie B

11. Lequel des nombres suivants est un nombre impair, contenant le chiffre 5, divisible par 3 et situé entre les nombres 12^2 et 13^2?

(**A**) 105 (**B**) 147 (**C**) 156 (**D**) 165 (**E**) 175

Solution

Puisque $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$, on rejette les choix 105 et 175.

On rejette aussi le choix 156 qui est un nombre pair. Il reste 147 et 165. Puisque 147 ne contient pas le chiffre 5, ce choix est rejetté. Il ne reste plus que 165. On peut vérifier qu'il satisfait à toutes les conditions. RÉPONSE : (D)

12. Si $\frac{n+1999}{2} = -1$, alors la valeur de n est :

(**A**) -2001 (**B**) -2000 (**C**) -1999 (**D**) -1997 (**E**) 1999

Solution

Par logique, ou en multipliant chaque membre de l'équation par 2, on obtient $n + 1999 = -2$, d'où $n = -2001$. RÉPONSE : (A)

13. L'expression $n!$ représente le produit des entiers positifs de 1 à n. Par exemple, $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$. La valeur de $6! - 4!$ est :

(**A**) 2 (**B**) 18 (**C**) 30 (**D**) 716 (**E**) 696

Solution

Puisqu'on a $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, alors $6! = 720$.

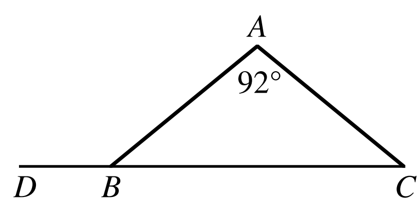
De même, $4! = 24$. Donc : $6! - 4! = 720 - 24$

$= 696$ RÉPONSE : (E)

14. Le triangle ABC est isocèle et $\angle A = 92°$. On a prolongé CB jusqu'au point D. Quelle est la mesure de $\angle ABD$?

(**A**) 88° (**B**) 44° (**C**) 92°

(**D**) 136° (**E**) 158°



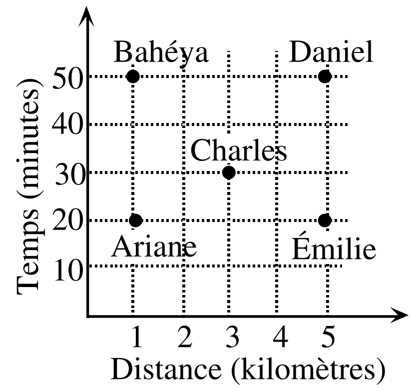
Solution

Puisque $\angle A = 92°$ et que le triangle est isocèle, les angles ABC et ACB sont congrus.

Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°, alors $\angle ABC = 44°$ et $\angle ACB = 44°$.

Donc $\angle ABD = 180° - 44°$, d'où $\angle ABD = 136°$. RÉPONSE : (D)

15. Le graphique représente le temps que cinq personnes ont mis pour parcourir diverses distances. En moyenne, quelle personne était la plus rapide?



(**A**) Ariane (**B**) Bahéya (**C**) Charles
(**D**) Daniel (**E**) Émilie

Solution
Le tableau suivant indique les données du graphique, ainsi que leur vitesse moyenne.
On rappelle que vitesse moyenne $= \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$.

	Distance (km)	Temps (minutes)	Vitesse (km/min)
Ariane	1	20	$\frac{1}{20} = 0,05$
Bahéya	1	50	$\frac{1}{50} = 0,02$
Charles	3	30	$\frac{3}{30} = 0,10$
Daniel	5	50	$\frac{5}{50} = 0,10$
Émilie	5	20	$\frac{5}{20} = 0,25$

Émilie est la plus rapide. RÉPONSE : (E)

16. Dans un ensemble de cinq nombres, deux des nombres ont une moyenne de 12 et les trois autres nombres ont une moyenne de 7. La moyenne des cinq nombres est :
(**A**) $8\frac{1}{3}$ (**B**) $8\frac{1}{2}$ (**C**) 9 (**D**) $8\frac{3}{4}$ (**E**) $9\frac{1}{2}$

Solution
Puisque deux des nombres ont une moyenne de 12, leur somme est égale à 24.
Puisque les trois autres nombres ont une moyenne de 7, leur somme est égale à 21.
La somme des cinq nombres est donc égale à : $24 + 21 = 45$
La moyenne des cinq nombres est égale à : $\frac{45}{5} = 9$ RÉPONSE : (C)

17. Dans la soustraction $\begin{array}{r} 1957 \\ \underline{a9} \\ 18b8 \end{array}$, la somme des chiffres a et b est égale à :

(**A**) 15 (**B**) 14 (**C**) 10 (**D**) 5 (**E**) 4

Solution 1

On soustrait pour obtenir :

$$\begin{array}{cccc} & \overset{8}{\cancel{9}} & \overset{14}{\cancel{5}} & 17 \\ 1 & & & \\ & & a & 9 \\ \hline 1 & 8 & b & 8 \end{array}$$

D'après ce calcul, on a $14 - a = b$ ou $a + b = 14$.

Solution 2

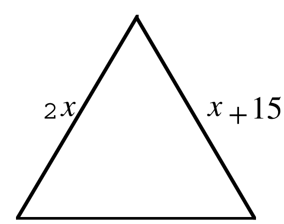
On procède par tâtonnement en attribuant des valeurs à a et à b.

Par exemple, on peut supposer que $a + b = 15$ et que $a = 8$, $b = 7$. On fait la soustraction pour constater que ce choix n'est pas approprié.

Parmi les choix (**A**), (**B**) et (**C**), le seul pour lequel la soustraction fonctionne est $a + b = 14$.

On peut aussi observer que les choix $a + b = 4$ et $a + b = 5$ donnent des valeurs de a et de b qui sont trop petites pour la soustraction. RÉPONSE : (B)

18. Le triangle équilatéral illustré a un côté qui mesure $2x$ et un autre qui mesure $x + 15$. Le périmètre du triangle est égal à :



(**A**) 15 (**B**) 30 (**C**) 90

(**D**) 45 (**E**) 60

Solution

Puisque le triangle est équilatéral, alors $2x = x + 15$, d'où $x = 15$.

Chaque côté a donc une longueur de 30 et le périmètre est donc égal à 90. RÉPONSE : (C)

19. Lors d'une enquête sur la circulation, on a examiné 50 voitures en mouvement. On a remarqué que 20 % d'entre elles contenaient plus d'une personne. Parmi les voitures qui ne contenaient qu'une personne, 60 % avaient une femme au volant. Combien des voitures qui ne contenaient qu'une personne avaient un homme au volant?

(**A**) 10 (**B**) 16 (**C**) 20 (**D**) 30 (**E**) 40

Solution

Puisque 80 % des 50 voitures contiennent une seule personne et que $0,80 \times 50 = 40$, cela représente 40 voitures. Puisque 40 % de ces 40 voitures avaient un homme au volant et que $0,40 \times 40 = 16$, cela représente 16 voitures. RÉPONSE : (B)

20. On joue un jeu sur le tableau illustré. À chaque tour, on doit se déplacer de trois positions dans n'importe quelle direction (à droite, à gauche, vers le haut ou vers le bas), puis de deux positions dans une direction perpendiculaire à la première. Si on est en position S, laquelle des positions P, Q, R, T ou W ne peut jamais être obtenue de la manière décrite, peu importe le nombre de tours que l'on joue?

		P		
	Q		R	
		T		
S				W

(**A**) P (**B**) Q (**C**) R
(**D**) T (**E**) W

Solution
En partant de S, on peut atteindre la position R. En partant de S, on peut aussi atteindre la position P. On peut ensuite atteindre l'une après l'autre les positions W et Q. Pour arriver à la position T, il faudrait être placé à l'extérieur du tableau pour se déplacer de trois positions, puis de deux positions.
RÉPONSE : (D)

Partie C

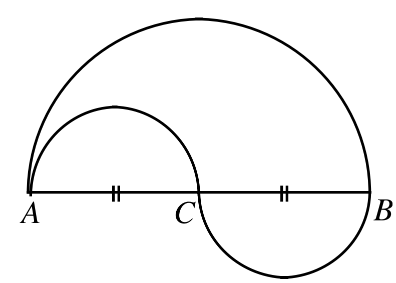
21. La somme de sept entiers consécutifs strictement positifs est toujours :
(**A**) impaire (**B**) un multiple de 7 (**C**) paire
(**D**) un multiple de 4 (**E**) un multiple de 3

Solution
On constate d'abord que :

$$
\begin{gathered}
1+2+3+4+5+6+7=28 \\
2+3+4+5+6+7+8=35 \\
3+4+5+6+7+8+9=42 \\
\vdots
\end{gathered}
$$

La somme de sept entiers consécutifs strictement positifs peut donc égaler 28, 35, 42, 49, …
Chacun de ces nombres est un multiple de 7. RÉPONSE : (B)

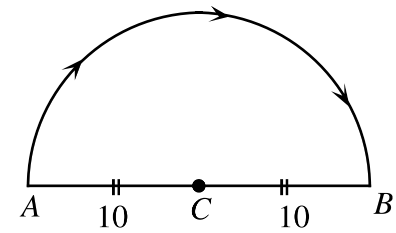
22. Dans le diagramme, on a $AC = CB = 10 \text{ m}$, AC et CB étant les diamètres des deux petits demi-cercles. Le grand demi-cercle a pour diamètre AB. On peut emprunter plusieurs trajets pour se rendre du point A au point B. Un de ces trajets consiste à parcourir le grand demi-cercle de A à B. Un autre trajet consiste à parcourir le petit demi-cercle de A à C, puis le petit demi-cercle de C à B. La différence entre les longueurs de ces trajets est égale à :



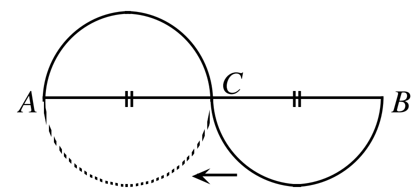
(**A**) 12π (**B**) 6π (**C**) 3π
(**D**) 2π (**E**) 0

Solution
On considère chacun des deux trajets.

Trajet 1
La distance parcourue est égale à la moitié de la circonférence d'un cercle de rayon 10.
Cette distance est égale à : $\frac{1}{2}[2\pi(10)] = 10\pi$ (à peu près 31,42 m)



Trajet 2
La distance parcourue est égale à la circonférence d'un cercle de rayon 5.
Cette distance est égale à : $2\pi(5) = 10\pi$ (à peu près 31,42 m)



Puisque ces distances sont égales, la différence entre les longueurs de ces trajets est égale à : $10\pi - 10\pi = 0$

RÉPONSE : (E)

23. Carinne écrit tous les entiers de 1 à 1000 dont la somme des chiffres est égale à 4. La fraction de ces nombres qui sont premiers est écrite sous la forme réduite $\frac{a}{b}$. Alors $a + b$ est égal à :

(**A**) 5 (**B**) 4 (**C**) 15 (**D**) 26 (**E**) 19

Solution
Les entiers de 1 à 1000 dont la somme des chiffres est égale à 4 sont : 13, 22, 31, 40, 103, 112, 121, 130, 202, 211, 220, 301, 310, 400.

Les nombres encerclés sont premiers. On peut éliminer tous les nombres pairs et vérifier les autres pour le constater.
Il y a donc 4 des 15 nombres qui sont premiers. Donc $a = 4$ et $b = 15$. Donc $a + b = 19$.

RÉPONSE : (E)

24. Le tableau indique les frais de service de l'institution bancaire de Raymonde. Lors de ses 25 premières opérations, elle fait trois fois plus de débits automatiques que de chèques. De plus, elle a fait autant de chèques que de retraits. Après la vingt-cinquième opération, elle ne fera qu'une sorte d'opération. Quel est le plus petit nombre d'opérations qu'elle doit faire pour que les frais de service dépassent les frais forfaitaires qui sont de 15,95 $?

	Frais de service par op ration
Ch que	0,50 $
D bit automatique	0,60 $
Retrait	0,45 $
Frais forfaitaires : 15,95 $	

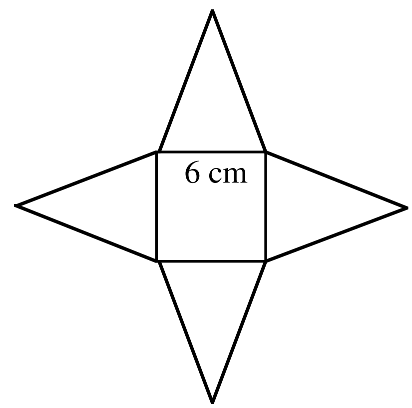
(**A**) 29 (**B**) 30 (**C**) 27 (**D**) 28 (**E**) 31

Solution
Soit d le nombre de débits automatiques, c le nombre de chèques et r le nombre de retraits pendant les 25 premières opérations de Raymonde. On a $d:c:r = 3:1:1$.

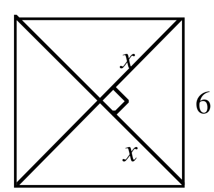
Par tâtonnement, on voit qu'il y a eu 15 débits automatiques, 5 chèques et 5 retraits.
Les frais de service s'élèvent donc à : $15 \times 0,60 + 5 \times 0,50 + 5 \times 0,45 = 13,75$ \$.

Pour dépasser les frais forfaitaires de 15,95 \$, il faudrait que les frais de services augmentent de plus de 2,20 \$. Pour minimiser le nombre d'opérations, il faudrait que Raymonde fasse quatre débits automatiques.
Le nombre total d'opérations serait alors égal à : $25 + 4 = 29$ RÉPONSE : (A)

25. La figure est formée d'un carré ayant des côtés de 6 cm et de quatre triangles isocèles. On peut replier les triangles de manière à former une pyramide à base carrée. Si la pyramide a une hauteur de 4 cm, l'aire totale du carré et des quatre triangles est égale à :
(**A**) 84 cm^2 (**B**) 98 cm^2 (**C**) 96 cm^2
(**D**) 108 cm^2 (**E**) 90 cm^2



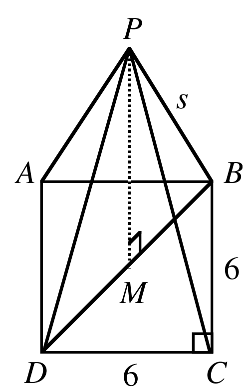
Solution
Le diagramme représente la base de la pyramide.
On calcule la valeur de x au moyen du théorème de Pythagore.



$$x^2 + x^2 = 6^2$$
$$2x^2 = 36$$
$$x^2 = 18$$
$$x = \sqrt{18}$$

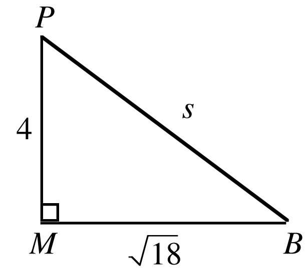
Remarque **:** Nous utilisons ici la valeur exacte $\sqrt{18}$ qui facilite les calculs qui suivront. Il est tout à fait correct d'utiliser une valeur approximative telle que 4,24.

Ce diagramme illustre la pyramide au complet.
On a abaissé une perpendiculaire du sommet P jusqu'au point M sur la base de la pyramide.
Puisque la base est carrée, M est le milieu de la diagonale DB.



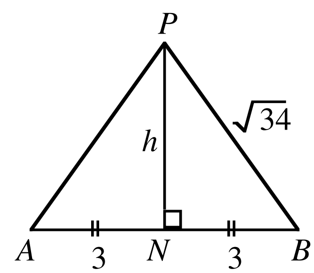
Ce diagramme illustre le triangle rectangle PMB.
D'après le théorème de Pythagore :

$$s^2 = 4^2 + \left(\sqrt{18}\right)^2$$
$$s^2 = 16 + 18$$
$$s^2 = 34$$
$$s = \sqrt{34}$$



Le diagramme suivant représente une face latérale de la pyramide. On abaisse une perpendiculaire du point P au point N sur la base AB. Puisque le triangle est isocèle, N est le milieu de la base. On fait encore appel au théorème de Pythagore.

$$h^2 + 3^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2$$
$$h^2 + 9 = 34$$
$$h^2 = 25$$
$$h = 5$$



Chaque triangle de la pyramide a donc une aire égale à : $\dfrac{6 \times 5}{2} = 15$

La base de la pyramide a une aire égale à : $6 \times 6 = 36$

L'aire totale du carré et des quatre triangles est égale à : $36 + 4 \times 15 = 96$

RÉPONSE : (C)