



# Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation  
en mathématiques et en informatique,  
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

## Concours Fermat (11<sup>e</sup> – Sec. V)

Le mercredi 24 février 1999

Avec la  
contribution de :



Avec la  
participation de :



Avec  
l'appui de :

La Great-West  
Compagnie  
d'Assurance-Vie

Northern Telecom  
(Nortel)

Financière  
Manuvie

L'Équitable, Compagnie  
d'Assurance-Vie  
du Canada

**Durée :** 1 heure

© 1999 Waterloo Mathematics Foundation

**L'usage de la calculatrice est permis**, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

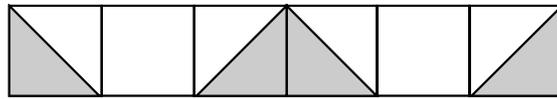
### Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D et E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
  - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
  - Il n'y a pas de pénalité pour une réponse fautive.
  - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.  
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

**Partie A : 5 points par question**

1. La valeur de  $(\sqrt{25} - \sqrt{9})^2$  est :  
(A) 26                      (B) 16                      (C) 34                      (D) 8                      (E) 4
2. Nous sommes aujourd'hui mercredi. Quel jour de la semaine serons-nous dans 100 jours?  
(A) lundi                      (B) mardi                      (C) jeudi                      (D) vendredi                      (E) samedi
3. La figure illustrée est formée de six carrés. Quelle fraction de la figure est ombrée?



- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{2}{5}$                       (E)  $\frac{2}{3}$
4. Lorsqu'on fait tourner un tourne-vis sur un angle de  $90^\circ$ , une vis pénètre dans un morceau de bois sur une profondeur de 3 mm. Combien faut-il de tours complets du tourne-vis pour insérer une vis de 36 mm dans le bois?  
(A) 3                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 9                      (E) 12
  5. Une valeur de  $x$  pour laquelle  $(5 - 3x)^5 = -1$  est :  
(A)  $\frac{4}{3}$                       (B) 0                      (C)  $\frac{10}{3}$                       (D)  $\frac{5}{3}$                       (E) 2
  6. Le nombre qui est 6 de moins que le double du carré de 4 est :  
(A) -26                      (B) 10                      (C) 26                      (D) 38                      (E) 58
  7. Dans la famille Martin, chacun des cinq enfants reçoit une allocation hebdomadaire. L'allocation moyenne des trois plus jeunes est de 8 \$. Les deux plus vieux reçoivent une allocation moyenne de 13 \$. Quelle somme est déboursée à chaque semaine pour les allocations des enfants?  
(A) 50 \$                      (B) 52,50 \$                      (C) 105 \$                      (D) 21 \$                      (E) 55 \$
  8. Une montre à affichage digital indique 5:55. Combien de minutes s'écouleront avant que la montre indique de nouveau trois chiffres identiques?  
(A) 71                      (B) 72                      (C) 255                      (D) 316                      (E) 436
  9. Lors d'une élection, Hubert a reçu 60 % des votes et Jeanne a reçu tous les autres votes. Si Hubert a gagné par 24 votes, combien de personnes ont voté?  
(A) 40                      (B) 60                      (C) 72                      (D) 100                      (E) 120

10. Si on choisit les valeurs de  $x$  et de  $y$  dans l'ensemble  $\{1, 2, 3, 5, 10\}$ , la plus grande valeur possible de l'expression  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  est :

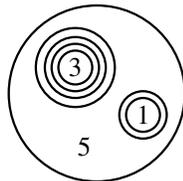
(A) 2                      (B)  $12\frac{1}{2}$                       (C)  $10\frac{1}{10}$                       (D)  $2\frac{1}{2}$                       (E) 20

**Partie B : 6 points par question**

11. Au *Pays des ronds*, on représente les nombres 207 et 4520 de la façon suivante :

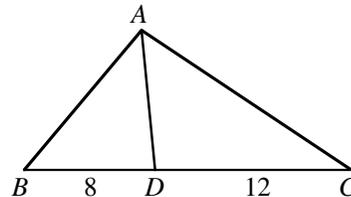


Au *Pays des ronds*, quel nombre est représenté par le diagramme suivant?



- (A) 30 105                      (B) 30 150                      (C) 3105                      (D) 3015                      (E) 315
12. Le triangle  $ABC$  a une aire de 60 unités carrées. Si  $BD = 8$  unités et  $DC = 12$  unités, l'aire du triangle  $ABD$ , en unités carrées, est égale à :

(A) 24                      (B) 40                      (C) 48  
(D) 36                      (E) 6

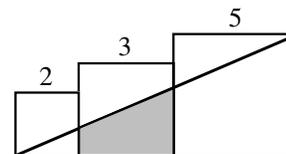


13. Pépin a passé quatre examens, chacun sur 100. Il a obtenu une moyenne de 88. Quelle est la note la plus basse qu'il ait pu obtenir sur un de ces examens?

(A) 88                      (B) 22                      (C) 52                      (D) 0                      (E) 50

14. Le diagramme illustre trois carrés dont les dimensions sont indiquées. Quelle est l'aire du quadrilatère ombré?

(A)  $\frac{21}{4}$                       (B)  $\frac{9}{2}$                       (C) 5  
(D)  $\frac{15}{4}$                       (E)  $\frac{25}{4}$



15. Si l'expression  $(a+b+c+d+e+f+g+h+i)^2$  est développée et réduite, combien y aura-t-il de termes différents dans la réponse?

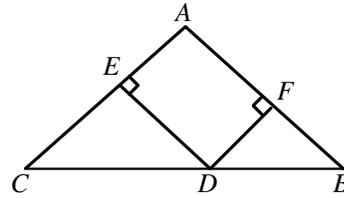
(A) 36                      (B) 9                      (C) 45                      (D) 81                      (E) 72

16. Si les équations  $px + 2y = 7$  et  $3x + qy = 5$  représentent la même droite, la valeur de  $p$  est :

- (A) 5                      (B) 7                      (C) 21                      (D)  $\frac{21}{5}$                       (E)  $\frac{10}{7}$

17. Dans le triangle  $ABC$ , on a  $AC = AB = 25$  et  $BC = 40$ .  
 $D$  est un point sur  $BC$ . Au point  $D$ , on abaisse des  
 perpendiculaires qui rencontrent  $AC$  en  $E$  et  $AB$  en  $F$ .  
 $DE + DF$  est égal à :

- (A) 12                      (B) 35                      (C) 24  
 (D) 25                      (E)  $\frac{35}{2}\sqrt{2}$



18. Si  $P$  et  $Q$  sont des entiers de 1 à 9 inclusivement, le nombre de solutions  $(P, Q)$  de l'équation

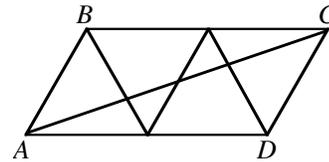
$$\frac{P}{Q} - \frac{Q}{P} = \frac{P+Q}{PQ}$$

est égal à :

- (A) 1                      (B) 8                      (C) 16                      (D) 72                      (E) 81

19. Le parallélogramme  $ABCD$  est formé de quatre triangles  
 équilatéraux dont les côtés mesurent 1. La diagonale  $AC$   
 a une longueur de :

- (A)  $\sqrt{5}$                       (B)  $\sqrt{7}$                       (C) 3  
 (D)  $\sqrt{3}$                       (E)  $\sqrt{10}$



20. On définit  $a_1 = \frac{1}{1-x}$ ,  $a_2 = \frac{1}{1-a_1}$  et  $a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$ , où  $n \geq 2$ ,  $x \neq 1$  et  $x \neq 0$ . Alors  $a_{107}$  est égal à :

- (A)  $\frac{1}{1-x}$                       (B)  $x$                       (C)  $-x$                       (D)  $\frac{x-1}{x}$                       (E)  $\frac{1}{x}$

**Partie C : 8 points par question**

21. Combien d'entiers peut-on exprimer comme une somme de trois nombres distincts choisis dans l'ensemble  $\{4, 7, 10, 13, \dots, 46\}$ ?

- (A) 45                      (B) 37                      (C) 36                      (D) 43                      (E) 42

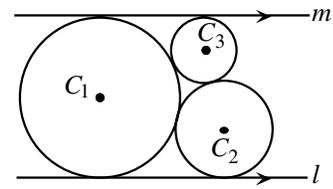
22. Soit  $x^2 + ax + 48 = (x + y)(x + z)$  et  $x^2 - 8x + c = (x + m)(x + n)$ , où  $y, z, m$  et  $n$  sont des entiers entre  $-50$  et  $50$ . La valeur maximale de  $ac$  est :

- (A) 343                      (B) 126                      (C) 52 234                      (D) 784                      (E) 98 441

23. La somme des valeurs de  $x$  qui vérifient l'équation  $(x^2 - 5x + 5)^{x^2 + 4x - 60} = 1$  est égale à :

- (A)  $-4$                       (B) 3                      (C) 1                      (D) 5                      (E) 6

24. Deux cercles,  $C_1$  et  $C_2$ , se touchent extérieurement. La droite  $l$  est une tangente commune. La droite  $m$  est parallèle à  $l$  et touche les deux cercles  $C_1$  et  $C_3$ . Les trois cercles sont tangents l'un à l'autre. Si  $C_2$  a un rayon de 9 et  $C_3$  a un rayon de 4, quel est le rayon de  $C_1$ ?



- (A) 10,4            (B) 11            (C)  $8\sqrt{2}$   
 (D) 12            (E)  $7\sqrt{3}$
25. Sachant que  $n$  est un entier, pour combien de valeurs de  $n$  l'expression  $\frac{2n^2 - 10n - 4}{n^2 - 4n + 3}$  donnera-t-elle un entier?
- (A) 9            (B) 7            (C) 6            (D) 4            (E) 5