



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e – Sec. IV)

Le mercredi 24 février 1999

Avec la
contribution de :



Avec la
participation de :



Avec
l'appui de :

La Great-West
Compagnie
d'Assurance-Vie

Northern Telecom
(Nortel)

Financière
Manuvie

L'Équitable, Compagnie
d'Assurance-Vie
du Canada

Durée : 1 heure

© 1999 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

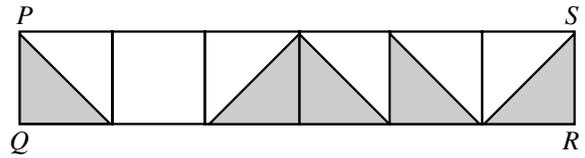
Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D et E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
 - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
 - Il n'y a pas de pénalité pour une réponse fautive.
 - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.
 On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

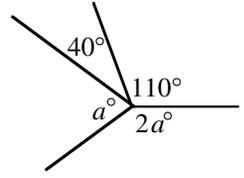
Partie A : 5 points par question

- La valeur de $3^2 + 7^2 - 5^2$ est :
 (A) 75 (B) 83 (C) 33 (D) 25 (E) 10
- Si on ajoute 8 au carré de 5, le résultat est divisible par :
 (A) 5 (B) 2 (C) 8 (D) 23 (E) 11
- Nous sommes aujourd'hui mercredi. Quel jour de la semaine serons-nous dans 100 jours?
 (A) lundi (B) mardi (C) jeudi (D) vendredi (E) samedi
- Le rectangle $PQRS$ est formé de six carrés égaux. Quelle fraction du rectangle $PQRS$ est ombrée?



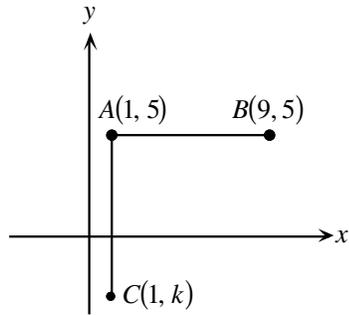
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{5}{11}$ (D) $\frac{6}{11}$ (E) $\frac{5}{12}$
- Si $x = 4$, $y = 3x$ et $z = 2y$, alors $y + z$ est égal à :
 (A) 12 (B) 20 (C) 40 (D) 24 (E) 36
- Selon le diagramme, la valeur de a est :

- (A) 50 (B) 65 (C) 70
 (D) 105 (E) 110



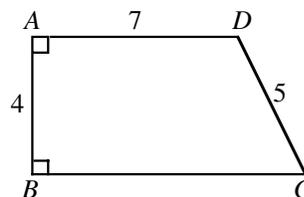
- Dans le diagramme, les longueurs des segments AB et AC sont égales. Quelle est la valeur de k ?

- (A) -3 (B) -4 (C) -5
 (D) -7 (E) -8



8. Dans le diagramme, on a $AD < BC$. Quel est le périmètre de $ABCD$?

(A) 23 (B) 26 (C) 27
(D) 28 (E) 30

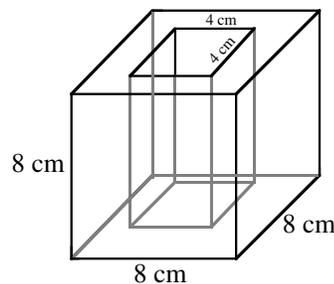


9. On achète trois disques compacts à un coût moyen de 15 \$. Si on achète un quatrième disque, le coût moyen devient 16 \$. Quel est le coût du quatrième disque?

(A) 16 \$ (B) 17 \$ (C) 18 \$ (D) 19 \$ (E) 20 \$

10. Le diagramme illustre un cube de 8 cm dans lequel on a creusé un trou ayant la forme d'un carré de 4 cm. Quel est le volume, en cm^3 , du bloc troué?

(A) 64 (B) 128 (C) 256
(D) 384 (E) 448



Partie B : 6 points par question

11. Une montre à affichage digital indique 5:55. Combien de minutes s'écouleront avant que la montre indique de nouveau trois chiffres identiques?

(A) 71 (B) 72 (C) 255 (D) 316 (E) 436

12. On place les nombres 49, 29, 9, 40, 22, 15, 53, 33, 13 et 47 en paires de manière que la somme des nombres de chaque paire soit la même. Quel nombre forme une paire avec 15?

(A) 33 (B) 40 (C) 47 (D) 49 (E) 53

13. Le chiffre des unités du produit $(5^2 + 1)(5^3 + 1)(5^{23} + 1)$ est :

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 6

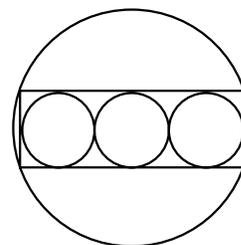
14. Quatre candidates et candidats se présentent à la présidence d'un comité. Chacun des 61 membres doit voter pour une seule candidate ou un seul candidat. Celle ou celui qui reçoit le plus grand nombre de votes est élu. Le plus petit nombre de votes que l'élu ou l'élue peut recevoir est :

(A) 15 (B) 16 (C) 21 (D) 30 (E) 31

15. Une boisson au chocolat contient 6 % de chocolat pur en volume. Si on ajoute 10 litres de lait pur à 50 litres de cette boisson, le pourcentage de chocolat pur dans la nouvelle boisson sera égal à :

(A) 5 (B) 16 (C) 10 (D) 3 (E) 26

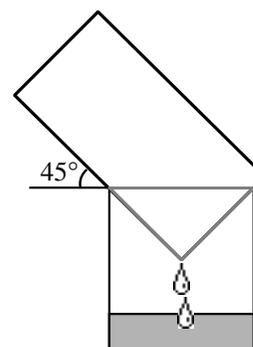
16. On trace trois cercles, ayant chacun un rayon de 10 cm, de manière qu'ils soient tangents l'un à l'autre et que leurs centres soient placés en ligne droite. Ces cercles sont inscrits dans un rectangle qui est lui-même inscrit dans un autre cercle. L'aire de ce grand cercle est égale à :



- (A) 1000π (B) 1700π (C) 900π
 (D) 1600π (E) 1300π
17. Soit N le plus petit entier positif dont le produit des chiffres est égal à 2000. La somme des chiffres de N est égale à :

- (A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27 (E) 29

18. On laisse l'eau d'un seau s'écouler dans un bassin cylindrique ayant un diamètre de 40 cm et une profondeur de 50 cm. Le seau est placé à un angle de 45° par rapport à l'horizontale, comme l'illustre le diagramme. Quelle est la profondeur de l'eau dans le bassin lorsque le niveau de l'eau atteint le seau?



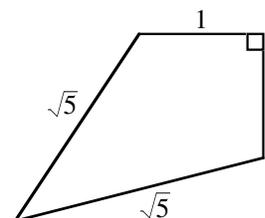
- (A) 10 cm (B) 20 cm (C) 30 cm
 (D) 35 cm (E) 40 cm

19. Un nombre est *Beprisque* s'il est le seul nombre naturel situé entre un nombre premier et un carré parfait (p. ex., 10 est *Beprisque*, mais 12 ne l'est pas). Combien y a-t-il de nombres de deux chiffres qui sont *Beprisque*, incluant le nombre 10?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20. L'aire du quadrilatère illustré est égale à :

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$
 (D) 2 (E) 3

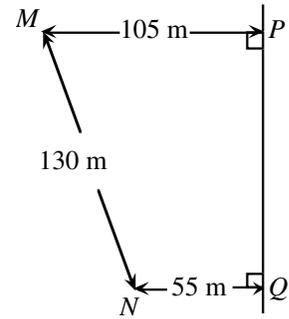


Partie C : 8 points par question

21. On forme un nombre en utilisant les chiffres 1, 2, ..., 9. N'importe quel chiffre peut être utilisé plus d'une fois, mais deux chiffres en positions adjacentes doivent être différents. Lorsque deux chiffres paraissent en positions adjacentes, ces deux chiffres ne peuvent plus paraître ensemble dans le même ordre. Si on forme le plus grand nombre possible de cette façon, combien ce dernier a-t-il de chiffres?

- (A) 72 (B) 73 (C) 144 (D) 145 (E) 91

22. Un pipeline passe aux points P et Q . À partir d'un point T , sur PQ , un tuyau d'alimentation se rend à une maison située au point M et un deuxième tuyau d'alimentation se rend à une maison située au point N . Quelle est la longueur totale minimale requise pour les deux tuyaux d'alimentation?



- (A) 200 (B) 202 (C) 198
(D) 210 (E) 214

23. Combien d'entiers peut-on exprimer comme une somme de trois nombres distincts choisis dans l'ensemble $\{4, 7, 10, 13, \dots, 46\}$?

- (A) 45 (B) 37 (C) 36 (D) 43 (E) 42

24. La somme des valeurs de x qui vérifient l'équation $(x^2 - 5x + 5)^{x^2 + 4x - 60} = 1$ est égale à :

- (A) -4 (B) 3 (C) 1 (D) 5 (E) 6

25. Soit $a = 3^p$, $b = 3^q$, $c = 3^r$ et $d = 3^s$, où p, q, r et s sont des entiers positifs. Déterminer la plus petite valeur de $p + q + r + s$ telle que $a^2 + b^3 + c^5 = d^7$.

- (A) 17 (B) 31 (C) 106 (D) 247 (E) 353