35e Anniversaire
1963 – 1998

Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

1998 Solutions

Concours Gauss

(7e année – Sec. I)

Partie A

1. La valeur de $\frac{1998-998}{1000}$ est :

(**A**) 1 (**B**) 1000 (**C**) 0,1 (**D**) 10 (**E**) 0,001

Solution

$\frac{1998-998}{1000}=\frac{1000}{1000}=1$ RÉPONSE : (A)

2. Si on triple le nombre 4567, le chiffre des unités du nombre obtenu est :

(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 3 (**E**) 1

Solution

On veut tripler le nombre 4567.
Pour déterminer le chiffre des unités du nombre obtenu, il suffit de tripler le 7. On choisit alors le chiffre des unités du nombre 21.
Le chiffre est 1. RÉPONSE : (E)

3. Si $S=6\times 10\ 000+5\times 1000+4\times 10+3\times 1$, lequel des nombres suivants est égal à S?

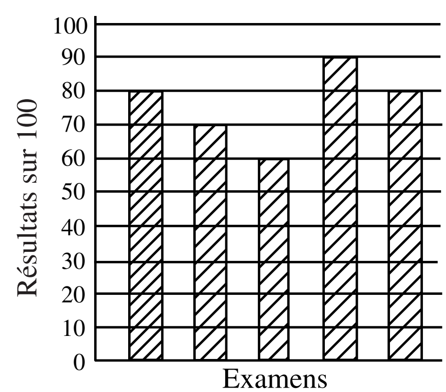
(**A**) 6543 (**B**) 65 043 (**C**) 65 431 (**D**) 65 403 (**E**) 60 541

Solution

$S=60\ 000+5000+40+3$
$=65\ 043$ RÉPONSE : (B)

4. Jeanne écrit cinq examens. Ses résultats sont représentés sur le diagramme. Quelle est la moyenne de ses cinq résultats?

(**A**) 74 (**B**) 76 (**C**) 70
(**D**) 64 (**E**) 79



Solution

Sa moyenne est égale à $\frac{80+70+60+90+80}{5}=\frac{380}{5}=76$. RÉPONSE : (B)

5. Une machine produit 150 items dans une minute. Combien d'items produit-elle en 10 secondes?

(**A**) 10 (**B**) 15 (**C**) 20 (**D**) 25 (**E**) 30

Solution

Puisque 10 secondes représentent un sixième d'une minute, la machine produit $\frac{1}{6}\times 150$ ou 25 items en 10 secondes.

RÉPONSE : (D)

6. Dans cette multiplication, la somme des chiffres dans les quatre cases est égale à :

$$\begin{array}{r} 879 \\ \times\, 492 \\ \hline \square 758 \\ 7\square 11 \\ 35\square 6 \\ \hline 43\square 468 \end{array}$$

(**A**) 13 (**B**) 12 (**C**) 27
(**D**) 9 (**E**) 22

Solution

On multiplie au long :

$$\begin{array}{r} 879 \\ \times\, 492 \\ \hline 1758 \\ 7911 \\ 3516 \\ \hline 432468 \end{array}$$

La somme est égale à $1+9+1+2$ ou 13.

RÉPONSE : (A)

7. Un champ rectangulaire a une longueur de 80 m et une largeur de 60 m. Pour clôturer le champ, on place des poteaux aux quatre coins et un poteau à tous les 10 m le long des quatre côtés. Combien faut-il de poteaux pour clôturer le champ?

(**A**) 24 (**B**) 26 (**C**) 28 (**D**) 30 (**E**) 32

Solution

Il y a un poteau à chaque coin. De plus, il y a 7 autres poteaux sur chaque longueur et 5 autres poteaux sur chaque largeur.
Il y a donc un total de $4+7+7+5+5$ ou 28 poteaux.

RÉPONSE : (C)

8. Mardi, la température maximale était de 4 °C plus chaude que celle de lundi. Mercredi, la température maximale était de 6 °C plus froide que celle de lundi. Mardi, la température maximale était égale à 22 °C. Quelle était la température maximale de mercredi?

(**A**) 20 °C (**B**) 24 °C (**C**) 12 °C (**D**) 32 °C (**E**) 16 °C

Solution

Puisque la température maximale était de 22 °C mardi, elle était de 18 °C lundi.
La température maximale de mercredi était de 12 °C, puisqu'elle était de 6 °C plus froide que celle de lundi.

RÉPONSE : (C)

9. Deux nombres ont une somme de 32. Si un des nombres est -36, quel est l'autre nombre?

(**A**) 68 (**B**) -4 (**C**) 4 (**D**) 72 (**E**) -68

Solution

$68+(-36)=32$ RÉPONSE : (A)

10. Au parc, Brigitte et Danielle font une course en descendant une glissoire d'eau. Danielle a gagné par 0,25 seconde. Si Brigitte a mis 7,80 secondes pour descendre, combien de temps Danielle a-t-elle mis pour sa descente?

(**A**) 7,80 secondes (**B**) 8,05 secondes (**C**) 7,55 secondes
(**D**) 7,15 secondes (**E**) 7,50 secondes

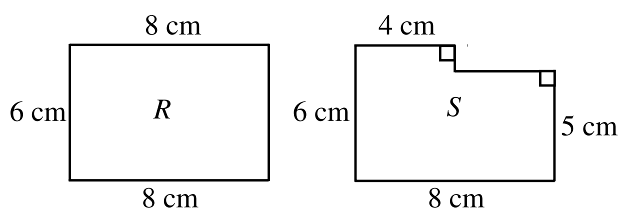
Solution

Puisque Danielle a mis 0,25 seconde de moins que Brigitte, elle a mis $7,80-0,25$ ou 7,55 secondes.

RÉPONSE : (C)

Partie B

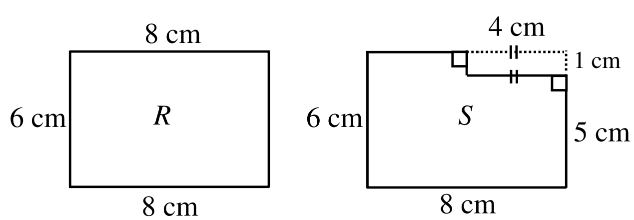
11. Eric a découpé le rectangle *R* d'une feuille de papier. Il a ensuite découpé la figure *S* du rectangle *R*. Les coupes sont parallèles aux côtés du rectangle initial. Lorsqu'on passe du rectangle *R* à la figure *S* :



(**A**) l'aire et le périmètre diminuent tous les deux;
(**B**) l'aire diminue et le périmètre augmente;
(**C**) l'aire et le périmètre augmentent tous les deux;
(**D**) l'aire augmente et le périmètre diminue;
(**E**) l'aire diminue et le périmètre demeure inchangé.

Solution

Puisque la figure *S* a été découpée du rectangle *R*, alors l'aire de *S* doit être plus petite.
Si on compare les périmètres, on constate que le périmètre de la figure *S* est identique à celui du rectangle *R*.
La comparaison est plus facile à voir si on complète la figure *S* comme dans le diagramme ci-dessous. Les périmètres de *R* et de *S* sont égaux.



RÉPONSE : (E)

12. Sophie peut planter dix arbres à toutes les trois minutes. Si elle continue à ce même rythme, combien de temps mettra-t-elle pour planter 2500 arbres?

(A) $1\frac{1}{4}$ h **(B)** 3 h **(C)** 5 h **(D)** 10 h **(E)** $12\frac{1}{2}$ h

Solution 1

Puisque Sophie peut planter dix arbres à toutes les trois minutes, elle met $\frac{3}{10}$ de minute pour planter un arbre.

Pour planter 2500 arbres, elle met $\frac{3}{10} \times 2500 = 750$ minutes ou $\frac{750}{60} = 12\frac{1}{2}$ heures.

Solution 2

Puisque Sophie peut planter dix arbres à toutes les trois minutes, elle peut planter 200 arbres par heure.

Pour planter 2500 arbres, elle devra mettre $\frac{2500}{200} = 12\frac{1}{2}$ heures. RÉPONSE : (E)

13. Un groupe de figures △●□▲○ forme une régularité qui est répétée dans l'ordre suivant,

△,●,□,▲,○,△,●,□,▲,○, ..., pour former une suite.

La 214e figure de la suite est :

(A) △ **(B)** ● **(C)** □ **(D)** ▲ **(E)** ○

Solution

Puisque la régularité est répétée à toutes les cinq figures, elle recommence après la 210e figure.

La 214e figure de la suite est donc la quatrième figure du groupe, soit ▲ . RÉPONSE : (D)

14. Un cube a un volume de 125 cm^3. Quelle est l'aire d'une des faces du cube?

(A) 20 cm^2 **(B)** 25 cm^2 **(C)** $41\frac{2}{3} \text{ cm}^2$ **(D)** 5 cm^2 **(E)** 75 cm^2

Solution

Puisque le cube a un volume de 125 cm^3, il doit avoit une largeur, une longueur et une hauteur de 5 cm.

Une des faces du cube doit donc avoir une aire de 5×5 ou 25 cm^2. RÉPONSE : (B)

15. Le diagramme illustre un carré magique. La somme des nombres dans n'importe quelle ligne, n'importe quelle colonne et n'importe quelle diagonale est toujours la même. Quelle est la valeur de n?

8		
9		5
4	n	

(A) 3 **(B)** 6 **(C)** 7
(D) 10 **(E)** 11

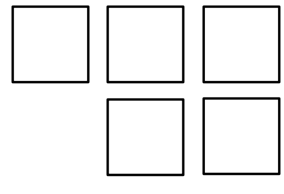
Solution

La somme « magique » est égale à $8 + 9 + 4$ ou 21. La case du centre contient donc un 7.

Puisque la case du centre est un 7, alors la case inférieure droite contient un 6, ce qui donne $4 + n + 6 = 21$.

Donc $n = 11$. RÉPONSE : (E)

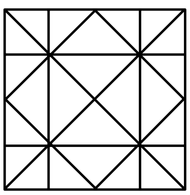
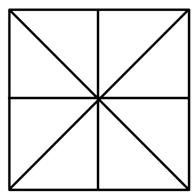
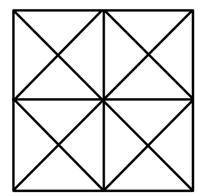
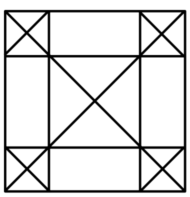
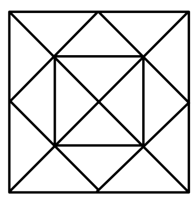
16. On place chacun des chiffres 3, 5, 6, 7 et 8 dans une des cases du diagramme. Si on soustrait le nombre de deux chiffres du nombre de trois chiffres, quelle est la plus petite différence possible?



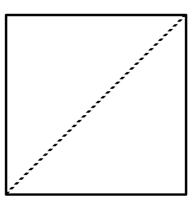
(**A**) 269 (**B**) 278 (**C**) 484
(**D**) 271 (**E**) 261

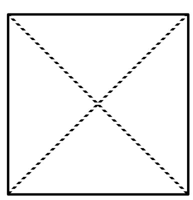
Solution
On obtient la plus petite différence possible lorsque le nombre de trois chiffres est le plus petit possible et que le nombre de deux chiffres est le plus grand possible. Les deux nombres sont alors 356 et 87. La plus petite différence possible est $356 - 87 = 269$. RÉPONSE : (A)

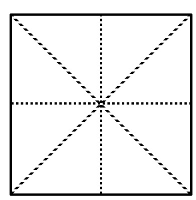
17. Claire prend un morceau de papier de forme carrée et le plie en deux parties égales, quatre fois de suite, sans déplier, de manière à former un triangle rectangle isocèle à chaque fois. Lorsqu'elle déplie le morceau de papier à la fin, les plis du papier ressemblent à :

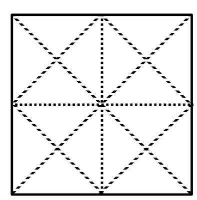
(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 
(**D**) 
(**E**) 

Solution


1er pli


2e pli


3e pli


4e pli

RÉPONSE : (C)

18. On déplace les lettres du mot « GAUSS » et les chiffres de « 1998 » en boucles séparées et on les numérote comme suit :
1. AUSSG 9981
2. USSGA 9819
3. SSGAU 8199
etc.

Si cette régularité continue de la sorte, quel sera le numéro qui paraîtra devant GAUSS 1998?
(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 9 (**D**) 16 (**E**) 20

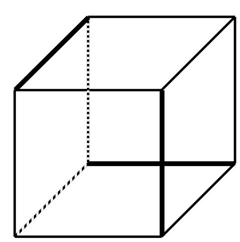
Solution
Puisque le mot « GAUSS » est composé de cinq lettres, il paraîtra aux numéros 5, 10, 15, 20, ... De même, « 1998 » étant composé de quatre chiffres, il paraîtra aux numéros 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...
En examinant ces deux listes de nombres, on constate que GAUSS 1998 paraîtra au numéro 20 qui est le PPCM de 4 et de 5. RÉPONSE : (E)

19. Carlo et Marie jouent un à jeu à deux dans lequel le gagnant ou la gagnante gagne deux points, tandis que le perdant ou la perdante perd un point. Si Carlo a gagné exactement 3 parties et si Marie a un pointage final de 5, combien de parties ont-ils jouées?
(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 11

Solution
Puisque Carlo a gagné 3 parties, alors Marie a perdu 3 points. En supposant que ce soient les trois dernières parties que Carlo a gagnées, Marie devait donc avoir 8 points avant de perdre, de manière à finir avec 5 points.
Puisque Marie avait 8 points avant de perdre, elle a gagné 4 parties.
Puisque Marie a gagné 4 parties et que Carlo en a gagné 3, ils ont joué un total de 7 parties.
RÉPONSE : (A)

20. On a colorié en rouge ou en vert chacune des 12 arêtes d'un cube. Chaque face du cube contient au moins une arête rouge. Quel est le plus petit nombre possible d'arêtes rouges?
(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

Solution
Dans le diagramme, les arêtes foncées représentent les arêtes rouges et chaque face a ainsi une arête rouge. Le plus petit nombre possible d'arêtes rouges est donc 3.



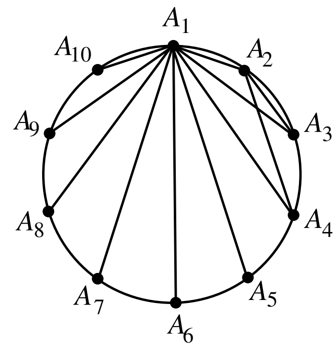
RÉPONSE : (B)

Partie C

21. On inscrit 10 points à égales distances sur un cercle. Combien peut-on former de cordes en joignant n'importe quels deux de ces points? (Une corde est un segment de droite qui joint deux points situés sur un cercle.)
(**A**) 9 (**B**) 45 (**C**) 17 (**D**) 66 (**E**) 55

Solution

On nomme les points $A_1,\ A_2, ..., A_{10}$.
On choisit A_1 et on le joint à chacun des neuf autres points, ce qui nous donne 9 cordes.
De même, on peut joindre A_2 à chacun des 8 autres points.
On continue de cette façon jusqu'à ce que l'on joigne A_9 à A_{10}, ce qui donnera $9+8+7+6+5+4+3+2+1$ ou 45 cordes.



RÉPONSE : (B)

22. À chaque fois que l'on utilise un savon de toilette, son volume diminue de 10 %. Combien de fois faut-il utiliser un savon pour qu'il reste moins de la moitié du volume initial?
(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9

Solution

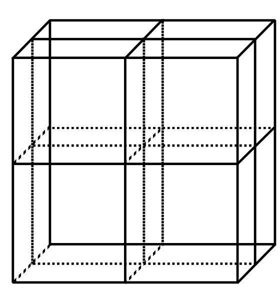
Nombre de fois que le savon est utilisé	Volume qu'il reste (en %)
1	0,9 ou 90 %
2	$(0{,}9)^2$ ou 81 %
3	$(0{,}9)^3$ ou 72,9 %
4	$(0{,}9)^4$ ou 65,61 %
5	$(0{,}9)^5$ ou 59,1 %
6	$(0{,}9)^6$ ou 53,1 %
7	$(0{,}9)^7$ ou 47,8 %

Si on utilise le savon 7 fois, il restera moins de $\frac{1}{2}$ du volume initial.

Remarque : On cherche un entier x tel que $(0{,}9)^x < 0{,}5$. On peut obtenir cette valeur de x à l'aide de la touche $\boxed{y^x}$ sur la calculatrice. On pose $y = 0{,}9$ et on procède par tâtonnement pour trouver la valeur de x.

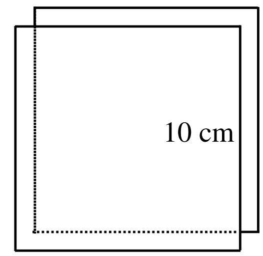
RÉPONSE : (C)

23. Un cube mesure $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. On le coupe trois fois. Comme on peut le voir dans le diagramme, chaque coupe est parallèle à l'une des faces du cube. On obtient alors 8 solides. Quelle est l'augmentation dans l'aire totale de la surface?
(**A**) 300 cm^2 (**B**) 800 cm^2 (**C**) 1200 cm^2
(**D**) 600 cm^2 (**E**) 0 cm^2



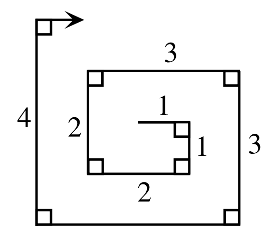
Solution

Chaque coupe augmente la surface de deux carrés mesurant $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. L'aire est donc augmentée de 200 cm^2. Avec les trois coupes, l'aire est augmentée de $3 \times 200\text{ cm}^2$ ou 600 cm^2.



RÉPONSE : (D)

24. Sur une grande feuille de papier, Daniel trace une « spirale rectangulaire », comme dans le diagramme. Les segments successifs ont des longueurs, en centimètres, de 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, ... Lorsqu'il a tracé une longueur totale de 3000 cm, son stylo n'a plus d'encre. Quelle est la longueur du plus grand segment que Daniel a tracé?



(**A**) 38 (**B**) 39 (**C**) 54
(**D**) 55 (**E**) 30

Solution

La somme des entiers de 1 à n est donnée par la formule $\frac{(n)(n+1)}{2}$.

On a donc $1+2+3+...+n = \frac{(n)(n+1)}{2}$.

(Par exemple, $1+2+3+...+10 = \frac{(10)(11)}{2} = 55$.)

L'égalité est conservée si on double chaque côté.

On a alors $2(1+2+...+n) = n(n+1)$.

Donc $(1+1)+(2+2)+(3+3)+...+(n+n) = n(n+1)$.

Dans notre problème, on cherche la plus grande valeur pour laquelle $(1+1)+(2+2)+(3+3)+...+(n+n) \leq 3000$, ou si on utilise la formule, pour laquelle $(n)(n+1) \leq 3000$.

On peut obtenir un estimé en prenant $\sqrt{3000} \doteq 54,7$.

On vérifie avec $n = 54$: On obtient $(54)(55) = 2970 < 3000$, ce qui est acceptable.

On vérifie avec $n = 55$: On obtient $55(56) = 3080 > 3000$, ce qui n'est pas acceptable.

On a donc $(1+1)+(2+2)+(3+3)+...+(54+54) = 2970$.

On vérifie aussi $(1+1)+(2+2)+(3+3)+...+(54+54)+55 = 3025$, ce qui n'est pas acceptable.

Le plus long segment que Daniel a tracé avait une longueur de 54 cm. RÉPONSE : (C)

25. On considère des nombres naturels, p et q, dont le dernier chiffre n'est pas un zéro, mais dont le produit est une puissance de 10 (c'est-à-dire 10, 100, 1000, 10 000 , ...). Si $p > q$, le dernier chiffre du nombre $p - q$ ne peut pas être un :

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 9

Solution

Puisque le dernier chiffre des nombres p et q n'est pas un zéro et puisque leur produit est une puissance de 10, alors p doit être de la forme 5^n et q doit être de la forme 2^n.

En effet, puisque $10 = 2 \times 5$, alors $10^n = (2 \times 5)^n = 2^n \times 5^n$.

Les puissances de 2 sont 2, 4, 8, 16, 32, ... et les puissances correspondantes de 5 sont 5, 25, 125, 625, 3125, ...

On les soustrait et on examine le dernier chiffre de $p - q$:

p	q	dernier chiffre de $p - q$	
5	2	3	Cette régularité se répète en groupes de 4.
25	4	1	
125	8	7	
625	16	9	
3125	32	3	
15 625	64	1	
⋮	⋮	7	
		9	
		⋮	

Le dernier chiffre de $p - q$ ne peut donc pas être un 5. RÉPONSE : (C)

Anniversaire
1963 – 1998

Concours
canadien de
mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

1998 Solutions

Concours Gauss

(8e année – Sec. II)

Partie A

1. Si on triple le nombre 4567, le chiffre des unités du nombre obtenu est :
(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 3 (**E**) 1

Solution
On veut tripler le nombre 4567.
Pour déterminer le chiffre des unités du nombre obtenu, il suffit de tripler le 7. On choisit alors le chiffre des unités du nombre 21.
Le chiffre est 1. RÉPONSE : (E)

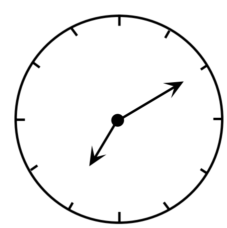
2. Le plus petit nombre de l'ensemble $\{0, -17, 4, 3, -2\}$ est :
(**A**) -17 (**B**) 4 (**C**) -2 (**D**) 0 (**E**) 3

Solution
On voit que le plus petit nombre est -17. RÉPONSE : (A)

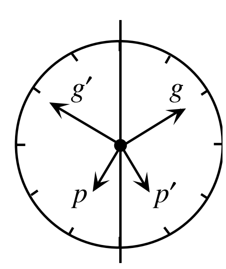
3. La moyenne des nombres -5, -2, 0, 4 et 8 est égale à :
(**A**) $\frac{5}{4}$ (**B**) 0 (**C**) $\frac{19}{5}$ (**D**) 1 (**E**) $\frac{9}{4}$

Solution
La somme des entiers est égale à 5.
Leur moyenne est donc égale à $\frac{5}{5}$ ou 1. RÉPONSE : (D)

4. Émilie est assise sur une chaise dans une salle. Il y a une horloge derrière elle. Devant elle, il y a un miroir dans lequel elle peut voir l'image de l'horloge. Le diagramme illustre ce qu'elle voit. Quelle heure est-il en réalité?
(**A**) 4 h 10 (**B**) 7 h 10 (**C**) 5 h 10
(**D**) 6 h 50 (**E**) 4 h 50



Solution
On trace une droite de réflexion à la verticale.
La grande aiguille (g) est réfléchie sur g' qui pointe vers le 10. La petite aiguille (p) est réfléchie sur p' qui pointe tout près du 5.
Il est donc 4 h 50.



RÉPONSE : (E)

5. Si on double le nombre $1{,}2 \times 10^6$, on obtient :

(**A**) $2{,}4 \times 10^6$ (**B**) $2{,}4 \times 10^{12}$ (**C**) $2{,}4 \times 10^3$ (**D**) $1{,}2 \times 10^{12}$ (**E**) $0{,}6 \times 10^{12}$

Solution

Lorsqu'on double le nombre $1{,}2 \times 10^6$, seul le $1{,}2$ est doublé, car le reste de l'expression indique la position décimale.

Le nombre obtenu est $2{,}4 \times 10^6$. RÉPONSE : (A)

6. Mardi, la température maximale était de 4 °C plus chaude que celle de lundi. Mercredi, la température maximale était de 6 °C plus froide que celle de lundi. Mardi, la température maximale était égale à 22 °C. Quelle était la température maximale de mercredi?

(**A**) 20 °C (**B**) 24 °C (**C**) 12 °C (**D**) 32 °C (**E**) 16 °C

Solution

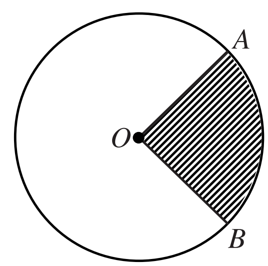
Puisque la température maximale était de 22 °C mardi, elle était de 18 °C lundi.

La température maximale de mercredi était de 12 °C, puisqu'elle était de 6 °C plus froide que celle de lundi. RÉPONSE : (C)

7. L'aire du secteur ombré représente 20 % de l'aire du cercle de centre *O*. Quelle est la mesure de l'angle AOB ?

(**A**) 36° (**B**) 72° (**C**) 90°

(**D**) 80° (**E**) 70°



Solution

Puisque l'aire du secteur ombré représente 20 % de l'aire du cercle, alors l'angle AOB mesure 20 % de $360°$ ou $72°$. RÉPONSE : (B)

8. Un groupe de figures △●□▲○ forme une régularité qui est répétée dans l'ordre suivant,
△,●,□,▲,○,△,●,□,▲,○, …, pour former une suite.

La 214^e figure de la suite est :

(**A**) △ (**B**) ● (**C**) □ (**D**) ▲ (**E**) ○

Solution

Puisque la régularité est répétée à toutes les cinq figures, elle recommence après la 210^e figure.

La 214^e figure de la suite est donc la quatrième figure du groupe, soit ▲. RÉPONSE : (D)

9. Lorsqu'un pot est à moitié plein, il contient juste assez d'eau pour remplir trois verres identiques. À quelle fraction le pot doit-il être rempli pour qu'il contienne juste assez d'eau pour remplir quatre verres pareils aux précédents?

(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{7}{12}$ **(C)** $\frac{4}{7}$ **(D)** $\frac{6}{7}$ **(E)** $\frac{3}{4}$

Solution

Trois verres d'eau correspondent à $\frac{1}{2}$ pot. Chaque verre correspond donc à $\frac{1}{6}$ d'un pot.

Quatre verres correspondent donc à $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ d'un pot. RÉPONSE : (A)

10. Une employée de la banque remplit un guichet automatique en déposant des liasses de billets de 5 \$, de 10 \$ et de 20 \$. Chaque liasse compte 100 billets et la machine peut contenir 10 liasses de chaque sorte de billets. Quelle somme d'argent le guichet peut-il contenir?

(A) 30 000 \$ **(B)** 25 000 \$ **(C)** 35 000 \$ **(D)** 40 000 \$ **(E)** 45 000 \$

Solution

Chaque liasse compte 100 billets. Les liasses de billets de 5 \$, de 10 \$ et de 20 \$ ont donc des valeurs respectives de 500 \$, 1000 \$ et 2000 \$.

Puisqu'il y a 10 liasses de chaque sorte, leur valeur totale est égale à $10(500\ \$ + 1000\ \$ + 2000\ \$)$ ou 35 000 \$. RÉPONSE : (C)

Partie B

11. Un ascenseur peut contenir un poids maximal de 1500 kilogrammes. Les personnes dans l'ascenseur ont un poids moyen de 80 kilogrammes. Le poids total de ces personnes dépasse de 100 kilogrammes la limite permise. Combien y a-t-il de personnes dans l'ascenseur?

(A) 14 **(B)** 17 **(C)** 16 **(D)** 20 **(E)** 13

Solution

Puisque le poids total des personnes dépasse de 100 kilogrammes la limite permise, leur poids total est de 1600 kilogrammes.

Puisque leur poids moyen est de 80 kilogrammes, il doit y avoir $\frac{1600}{80}$ ou 20 personnes dans l'ascenseur.

RÉPONSE : (D)

12. Dans le carré 4×4 illustré ci-contre, chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale doit contenir chacun des nombres 1, 2, 3 et 4. Quelle est la valeur de $K + N$?

(A) 4 **(B)** 3 **(C)** 5
(D) 6 **(E)** 7

1	F	G	H
T	2	J	K
L	M	3	N
P	Q	1	R

Solution

Puisque R est sur une diagonale qui contient déjà 1, 2 et 3, alors $R = 4$.

La façon la plus facile de procéder est de regarder les cases P et Q.

D'après la 4e ligne, Q doit être un 2 ou un 3, mais la 2e colonne contient déjà un 2. Donc $Q = 3$ et $P = 2$.

1			
	2		
		3	
2	3	1	4

Ne peut être un 2.

À partir de là, il suffit de remplir les autres cases en suivant la règle indiquée, c'est-à-dire que chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale doit contenir chacun des nombres 1, 2, 3 et 4.

On obtient alors le résultat ci-contre.

1	4	2	3
3	2	4	1
4	1	3	2
2	3	1	4

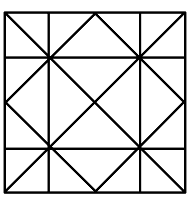
On remarque que $K + N = 3$.

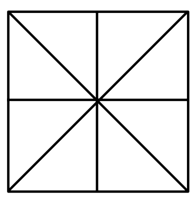
Remarque 1 : Il n'est pas nécessaire de remplir toutes les cases, mais ça nous permet de vérifier l'exactitude du travail.

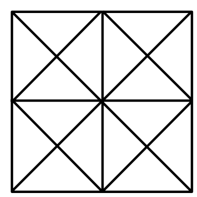
Remarque 2 : On aurait pu commencer en examinant H, K et N, mais cette approche aurait exigé plus de travail.

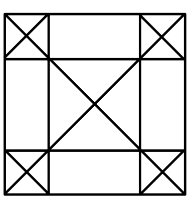
RÉPONSE : (B)

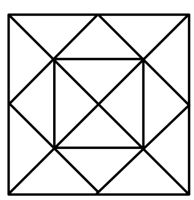
13. Claire prend un morceau de papier de forme carrée et le plie en deux parties égales, quatre fois de suite, sans déplier, de manière à former un triangle rectangle isocèle à chaque fois. Lorsqu'elle déplie le morceau de papier à la fin, les plis du papier ressemblent à :

(**A**) 

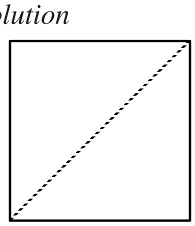
(**B**) 

(**C**) 

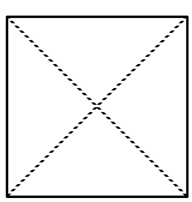
(**D**) 

(**E**) 

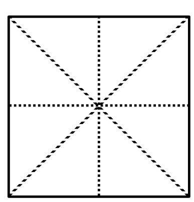
Solution



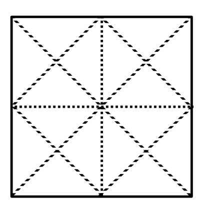
1er pli



2e pli



3e pli



4e pli

RÉPONSE : (C)

14. Stéphane avait un rendez-vous à 10 h à une distance de 60 km de chez lui. Il a fait le voyage à une vitesse moyenne de 80 km/h, mais il est arrivé 20 minutes en retard. À quelle heure est-il parti de chez lui?

(**A**) 9 h 35 (**B**) 9 h 15 (**C**) 8 h 40 (**D**) 9 h (**E**) 9 h 20

Solution

Puisque Stéphane a parcouru une distance de 60 km à une vitesse moyenne de 80 km/h, il a fait le trajet en 45 minutes.

Puisqu'il est arrivé 20 minutes en retard, il est arrivé à 10 h 20.

Il est donc parti à 9 h 35. RÉPONSE : (A)

15. Michelle choisit trois chiffres *différents* de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ et elle forme un nombre en plaçant les chiffres dans les cases de $\square\frac{\square}{\square}$. Dans ce nombre fractionnaire, la fraction doit être inférieure à 1. (Par exemple, $4\frac{2}{3}$). Quelle est la différence entre le plus grand nombre fractionnaire et le plus petit nombre fractionnaire qu'il est possible de former?

(**A**) $4\frac{3}{5}$ (**B**) $4\frac{9}{20}$ (**C**) $4\frac{3}{10}$ (**D**) $4\frac{4}{15}$ (**E**) $4\frac{7}{20}$

Solution

Le plus grand nombre que Michelle peut former est $5\frac{3}{4}$, tandis que le plus petit est $1\frac{2}{5}$.

La différence est égale à $5\frac{3}{4} - 1\frac{2}{5}$ ou $4\frac{7}{20}$. RÉPONSE : (E)

16. Supposons que x^* signifie $\frac{1}{x}$, l'inverse de x. Par exemple, $5^* = \frac{1}{5}$. Combien des énoncés suivants sont vrais?

i) $2^* + 4^* = 6^*$ ii) $3^* \times 5^* = 15^*$ iii) $7^* - 3^* = 4^*$ iv) $12^* \div 3^* = 4^*$

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

Solution

i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \neq \frac{1}{6}$, L'énoncé n'est pas vrai

ii) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$, L'énoncé est vrai

iii) $\frac{1}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3}{21} - \frac{7}{21} = -\frac{4}{21} \neq \frac{1}{4}$, L'énoncé n'est pas vrai

iv) $\dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{12} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{4}$, L'énoncé est vrai

Deux des énoncés sont vrais. RÉPONSE : (C)

17. Au carnaval, un des jeux consiste à lancer trois anneaux sur n'importe quelles trois chevilles en bois. Un anneau sur la cheville A vaut *un* point, un anneau sur la cheville B vaut *trois* points et un anneau sur la cheville C vaut *cinq* points. Lorsqu'on réussit à lancer les trois anneaux sur des chevilles, combien de totaux différents peut-on obtenir? (Il est possible d'avoir plus d'un anneau sur une même cheville.)

(**A**) 12 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 13 (**E**) 6

Solution

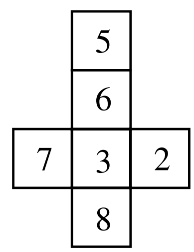
Le total le plus bas est 3 et le total le plus élevé est 15.

Puisque la somme de trois nombres impairs est impaire, il est impossible d'obtenir un total pair. On peut vérifier qu'il est possible d'obtenir 3, 5, 7, 9, 11, 13 et 15 comme total.

Il y a 7 totaux possibles. RÉPONSE : (B)

18. On plie la figure illustrée pour former un cube. Trois faces se rencontrent à chaque sommet. Si, à chaque sommet, on multiplie les nombres qui paraissent sur les trois faces, quel est le plus grand produit que l'on puisse obtenir?

(**A**) 144 (**B**) 168 (**C**) 240
(**D**) 280 (**E**) 336

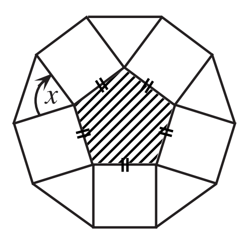


Solution

Les deux plus grands produits que l'on puisse obtenir en multipliant trois des nombres indiqués sont $8\times7\times6=336$ et $8\times7\times5=280$. Lorsque la figure est pliée pour former un cube, le 6 et le 8 sont sur des faces opposées. Il est donc impossible d'obtenir le produit $8\times7\times6$ ou 336. Cependant, le 5, le 7 et le 8 sont sur des faces qui se rencontrent à un sommet. Le plus grand produit est donc $5\times7\times8$ ou 280. RÉPONSE : (D)

19. Un pentagone régulier a des côtés de même longueur et des angles égaux. Le diagramme illustre un pentagone régulier hachuré, entouré de carrés et de triangles. Quelle est la mesure de l'angle x?

(**A**) 75° (**B**) 108° (**C**) 90°
(**D**) 60° (**E**) 72°



Solution

Puisqu'on peut diviser un pentagone en trois triangles, la somme des angles d'un pentagone est égale à $3\times180°$ ou $540°$. Puisque les angles d'un pentagone régulier sont égaux, chacun mesure $540°\div5$ ou $108°$. Les quatre angles au sommet du pentagone ont une somme égale à $360°$.

Donc $x+90°+90°+108°=360°$.

Donc $x=72°$. RÉPONSE : (E)

20. On prend trois cartes d'un jeu de cartes et on les place en ligne. Le trèfle est à la droite du coeur et du carreau. Le 5 est à la gauche du coeur. Le 8 est à la droite du 4. De gauche à droite, les cartes sont :
(**A**) Le 4 de coeur, le 5 de carreau et le 8 de trèfle.
(**B**) Le 5 de carreau, le 4 de coeur et le 8 de trèfle.
(**C**) Le 8 de trèfle, le 4 de coeur et le 5 de carreau.
(**D**) Le 4 de carreau, le 5 de trèfle et le 8 de coeur.
(**E**) Le 5 de coeur, le 4 de carreau et le 8 de trèfle.

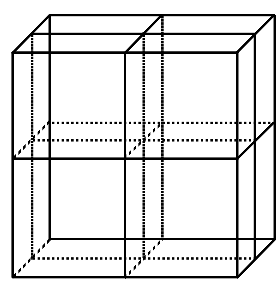
Solution
Puisque le trèfle est à la droite du coeur et du carreau, l'ordre est carreau, coeur, trèfle ou bien coeur, carreau, trèfle.
Puisque le 5 est à la gauche du coeur, il doit s'agir du 5 de carreau.
On a donc, dans l'ordre, le 5 de carreau, coeur, trèfle. Puisque le 8 est à la droite du 4, le cœur est un 4 et le trèfle est un 8. RÉPONSE : (B)

Partie C

21. On peut écrire le nombre 315 comme produit de deux nombres impairs, chacun supérieur à 1. De combien de façons peut-on le faire?
(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

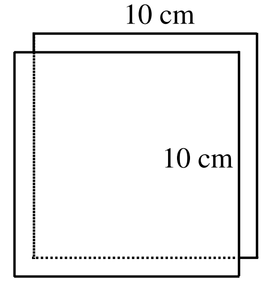
Solution
On écrit 315 en factorisation première, c'est-à-dire comme un produit de facteurs premiers, pour obtenir $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$.
À partir de ces facteurs, on peut seulement former les multiplications suivantes pour donner 315 : 3×105, 5×63, 7×45, 9×35, 15×21.
Il y a donc 5 façons de le faire. RÉPONSE : (E)

22. Un cube mesure $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. On le coupe trois fois. Comme on peut le voir dans le diagramme, chaque coupe est parallèle à l'une des faces du cube. On obtient alors 8 solides Quelle est l'augmentation dans l'aire totale de la surface?



(**A**) 300 cm^2 (**B**) 800 cm^2 (**C**) 1200 cm^2
(**D**) 600 cm^2 (**E**) 0 cm^2

Solution
Chaque coupe augmente la surface de deux carrés mesurant $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. L'aire est donc augmentée de 200 cm^2.
Avec les trois coupes, l'aire est augmentée de $3 \times 200\text{ cm}^2$ ou 600 cm^2.



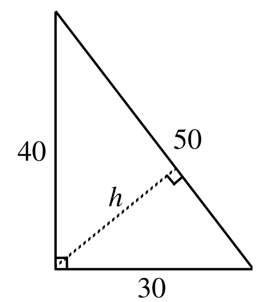
RÉPONSE : (D)

23. Si les côtés d'un triangle ont des longueurs respectives de 30, 40 et 50, quelle est la longueur de la hauteur la plus courte?

(**A**) 20 (**B**) 24 (**C**) 25 (**D**) 30 (**E**) 40

Solution

Puisque $30^2 + 40^2 = 50^2$, il s'agit d'un triangle rectangle ayant une hypoténuse de longueur 50. Deux des hauteurs ont donc pour longueurs respectives 30 et 40.



L'aire du triangle est égale à $\dfrac{30 \times 40}{2}$ ou 600 unités carrées.

On abaisse une perpendiculaire de l'angle droit à l'hypoténuse. Si sa longueur est égale à h, on obtient l'expression suivante pour l'aire du triangle : $\frac{1}{2}(h)(50) = 25h$

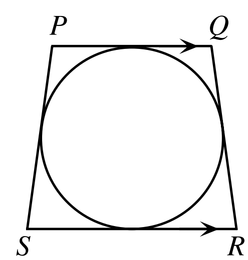
Donc $25h = 600$, d'où $h = 24$.

La hauteur la plus courte a donc une longueur de 24. RÉPONSE : (B)

24. Un cercle est inscrit dans le trapèze $PQRS$.
Si $PS = QR = 25$ cm, $PQ = 18$ cm et $SR = 32$ cm, quelle est la longueur du diamètre du cercle?

(**A**) 14 (**B**) 25 (**C**) 24

(**D**) $\sqrt{544}$ (**E**) $\sqrt{674}$

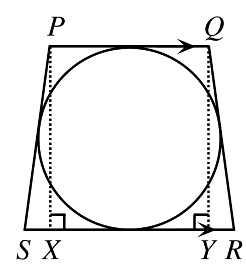


Solution

On abaisse les perpendiculaires PX et QY.

Par symétrie, on a $XY = PQ = 18$. De plus, $SX = YR$.

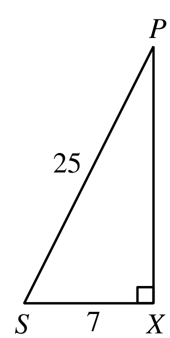
Donc $SX = YR = \frac{32-18}{2} = 7$.



On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle PXS.

$$(PX)^2 + 7^2 = 25^2$$
$$(PX)^2 = 576$$
$$PX = 24$$

Le diamètre du cercle a donc une longueur de 24 cm.



RÉPONSE : (C)

25. André, Brigitte et Carla doivent se partager une somme d'argent. André reçoit d'abord1 $ plus un tiers de la somme qu'il reste. Brigitte reçoit ensuite 6 $ plus un tiers de la somme qu'il reste. Carla reçoit enfin le reste, soit 40 $. Combien Brigitte a-t-elle reçu?

(**A**) 26 $ (**B**) 28 $ (**C**) 30 $ (**D**) 32 $ (**E**) 34 $

Solution

Après qu'André a reçu sa part, Brigitte a reçu 6 $ plus un tiers de la somme qu'il restait. Carla a donc reçu deux tiers de cette somme, soit 40 $. Il restait donc 60 $. Un tiers de cette somme est égal à 20 $. Brigitte a donc reçu 26 $.

RÉPONSE : (A)